

文章编号:1000-582X(2011)08-0121-07

多跨连续斜桥动力特性分析

夏桂云^{1,2}, 李传习¹, 张建仁¹

(1. 长沙理工大学 土木与建筑学院, 湖南 长沙 410004; 2. 西安交通大学 航天航空学院, 陕西 西安 710049)

摘要: 为了解多跨连续斜桥振动频率的变化规律和冲击系数的合理取值, 建立了等截面多跨斜桥振动频率求解的递推算法和斜桥振动分析的有限元列式, 比较了等跨径多跨连续斜桥和不等跨径多跨连续斜桥前 5 阶频率的变化, 分析了两跨连续斜桥的车-桥振动, 给出了跨中截面挠度、弯矩的时程曲线, 考察了斜度对挠度和弯矩的影响、挠度和弯矩的冲击系数随车速、斜度的变化。算例结果表明, 等跨径多跨连续斜梁基频与单跨斜梁一致, 单跨斜梁的高阶频率分布在多跨斜梁的高阶频率中, 其间夹杂有其它振型频率, 随着跨数的增加, 夹杂的振型频率也越多; 斜度对斜桥动力特性有重要影响; 车辆的冲击效应与车速、斜度之间没有单调变化规律; 挠度和弯矩的冲击系数不同。

关键词: 桥梁工程; 斜桥; 递推算法; 有限元; 振动频率; 冲击效应

中图分类号: U441.3

文献标志码: A

Analysis of vibrating characteristics of multi-span continuous skew bridges

XIA Gui-yun^{1,2}; LI Chuan-xi¹; ZHANG Jian-ren¹

(1. School of Civil Engineering and Architecture, Changsha University of Science and Technology, Changsha 410076, Hunan, P. R. China; 2. School of Aerospace, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, Shanxi, P. R. China)

Abstract: To explore the vibrating frequencies and rational impact factors of multi-span skew bridge, the recursive algorithm of vibrating frequency and finite element formulations of static and dynamic analysis are established for uniform section multi-span continuous skew bridge. The first five order frequency changes of equal-span multi-span continuous skew bridge and unequal-span multi-span skew bridge are compared. The interaction of vehicle-bridge system for two-span skew bridge is analyzed. The history curves for deflection and moment of middle-span are presented. The influence of obliquity on dynamic deflection and dynamic moment as well as the influence of vehicle velocity and obliquity on impact factors of deflection and moment are investigated. Results show that the fundamental frequency of multi-span skew bridge is identical to that of single span skew bridge. The higher order frequencies of single span skew bridge are distributed in frequencies of multi-span skew bridge, which mix other vibrating frequencies. The more the span number is, the more the other vibrating frequencies mingle. Obliquity has an important influence on dynamical characteristics of skew bridge. Impact effects of vehicle have no harmonious changing rule with vehicle velocity and obliquity. The impact factors of deflection and moment are different for skew bridge.

Key words: bridge engineering; skew bridge; recursive algorithm; finite element; vibrating frequency; impact effect

收稿日期: 2011-02-09

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50778024); 中国博士后科学基金资助项目(20080441177)

作者简介: 夏桂云(1972-), 男, 博士, 副教授, 主要从事桥梁工程研究, (E-mail) xiagy72@163.com.

随着我国高速公路网和城市立交桥的修建,涌现出了大量的斜桥,国内外学者对其动力性能进行了广泛而深入的研究。Maleki^[1]分析了斜桥的自由振动特性;Meng^[2]提出了公路斜桥动力分析的双主梁鱼脊型模型,并用数值方法对此模型的有效性进行了研究;何旭辉^[3]对高速铁路PC斜交箱梁桥的振动特性进行了模型试验研究,总结了斜交箱梁桥振动频率的变化规律;夏樟华^[4]以深圳元朗斜桥为背景,对实桥的频率、振型、阻尼比进行了现场测试和识别,分析了不同斜度对动力特性的影响。陶舍辉^[5]研究了多梁式连续斜箱梁桥的振动频率、振动模态和汽车的强迫激振;夏桂云等^[6]建立了单跨斜梁桥的理论解析,并对平行四边形斜梁桥、等腰梯形斜梁桥、直角梯形斜梁桥的前5阶频率进行了分析,对比了用不同方法计算出来的冲击系数的差别,总结了单跨斜梁桥频率变化特征;夏桂云等^[7]利用修正的Timoshenko梁理论建立了单跨斜梁桥考虑剪切变形影响的频率分析方法,并进行了车-桥振动分析,总结了单跨斜梁桥冲击效应特征。

2004年“公路桥规”将冲击系数 μ 的计算由1989年桥规用跨径 L 作为计算参数改为用基频 f 作为计算参数,将冲击效应分析转换成基频问题。由于单跨斜桥振动频率没有理论解,多跨斜桥的振动频率就更加复杂;并且斜桥的支承介于简支与固结之间,结构一般为超静定,还存在比较突出的弯扭耦合作用。为此文中建立多跨斜桥振动频率求解的递推算法和有限元方法,以方便求解斜桥的冲击系数;利用车-桥系统分析方法分析斜桥的冲击效应,初步探讨斜桥挠度、弯矩的冲击效应是否同步,分析汽车移动速度、斜度对冲击系数的影响。

1 多跨斜桥振动分析的递推算法

由于斜约束的影响,斜桥存在“弯扭耦合”效应,其振动分析应考虑弯曲振动、扭转振动2种振动模式的耦合。对于如图1所示的单跨斜支等截面斜桥,其动态有限元如下:

$$\left. \begin{aligned} \psi_1 &= 1 \\ \psi_2 &= W_1 \\ \psi_3 &= W_1 W_2 - \frac{H_1}{H_2} \\ \psi_4 &= W_1 W_2 W_3 - \left(\frac{H_1}{H_2} W_3 + \frac{H_2}{H_3} W_1 \right) \\ \psi_5 &= W_1 W_2 W_3 W_4 - \left(\frac{H_1}{H_2} W_3 W_4 + \frac{H_2}{H_3} W_1 W_4 + \frac{H_3}{H_4} W_1 W_2 \right) + \frac{H_1}{H_2} \frac{H_3}{H_4} \\ \psi_6 &= W_1 W_2 W_3 W_4 W_5 - \left(\frac{H_1}{H_2} W_3 W_4 W_5 + \frac{H_2}{H_3} W_1 W_4 W_5 + \frac{H_3}{H_4} W_1 W_2 W_5 + \frac{H_4}{H_5} W_1 W_2 W_3 \right) \\ &\quad + \frac{H_1}{H_2} \frac{H_3}{H_4} W_5 + \frac{H_1}{H_2} \frac{H_4}{H_5} W_3 + \frac{H_2}{H_3} \frac{H_4}{H_5} W_1 \\ &\dots \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

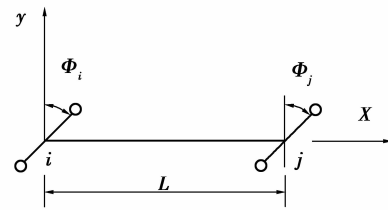


图1 单跨斜桥

$$\begin{bmatrix} F & H \\ H & Q \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_i \\ \theta_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R_i \\ R_j \end{Bmatrix}, \quad (1)$$

式中:

$$F = \frac{EI \cos^2 \Phi_i}{L} \cdot A + \frac{GJ \sin^2 \Phi_i}{L} \cdot C$$

$$H = \frac{EI \cos \Phi_i \cos \Phi_j}{L} \cdot B - \frac{GJ \sin \Phi_i \sin \Phi_j}{L} \cdot D$$

$$Q = \frac{EI \cos^2 \Phi_j}{L} \cdot A + \frac{GJ \sin^2 \Phi_j}{L} \cdot C$$

其中:

$$A = \frac{\alpha(\sin \alpha \operatorname{ch} \alpha - \operatorname{sh} \alpha \cos \alpha)}{1 - \cos \alpha \operatorname{ch} \alpha}, C = \frac{\beta \cos \beta}{\sin \beta}$$

$$B = \frac{\alpha(\operatorname{sh} \alpha - \sin \alpha)}{1 - \cos \alpha \operatorname{ch} \alpha}, D = \frac{\beta}{\sin \beta}$$

$$\alpha = L \sqrt{\frac{\rho A \omega^2}{EI}}, \beta = L \sqrt{\frac{\rho J \omega^2}{GJ}} = \alpha^2 \sqrt{\frac{EI}{GAL^2}}$$

对于多跨连续斜梁桥,利用其动态有限元列式中的刚度系数 F 、 H 和 Q ,可建立多跨连续斜梁桥自由振动时的动态三转角方程^[8]为

$$H_{i-1} \psi_{i-1} + (F_{i-1} + F_i) \psi_i + H_i \psi_{i+1} = 0, \quad (2)$$

由式(2)可知:

$$\psi_{i+1} = W_i \psi_i - \frac{H_{i-1}}{H_i} \psi_{i-1}, \quad (3)$$

式中, $W_i = -\frac{F_{i-1} + F_i}{H_i}$ 。

如果令 $\psi_1 = 1$,可依次建立求解 ψ_i 的递推公式如式(4)所示^[8]。

对于如图 2 所示的多跨连续斜桥,利用右杆端力矩为 0,可建立自振频率的超越方程如式(5)所示。

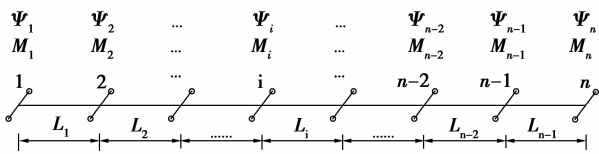


图 2 多跨连续斜梁桥

$$H_{n-1}\psi_{n-1} + F_{n-1}\psi_n = 0, \quad (5)$$

将式(4)递推解代入式(5)中,即可得到利用递推算导出的超越方程。

上述计算公式中,如果多跨连续斜桥的跨数较少,如单跨斜桥,可直接导出关于自振频率的超越方程为

$$R^2(A^2 - B^2) + \tan^2\Phi_i \tan^2\Phi_j (C^2 - D^2) + R[A \cdot C \cdot (\tan^2\Phi_i + \tan^2\Phi_j) + 2B \cdot D \cdot \tan\Phi_i \tan\Phi_j] = 0, \quad (6)$$

式中, $R = \frac{EI}{GJ}$ 为斜桥弯扭刚度比。

2 车-桥振动分析的有限元模型

对于多跨连续斜桥的车-桥振动,采用有限元法比较方便。定义斜梁单元结点力、结点位移方向如图 3 所示。

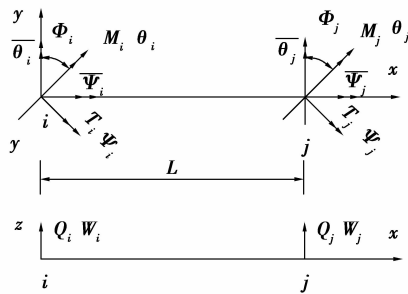


图 3 斜梁单元

斜梁单元的位移模式^[9]为

$$\begin{Bmatrix} \omega \\ \Psi \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 \cos\Phi_i & -N_2 \sin\Phi_i & N_3 \\ & M_1 \sin\Phi_i & M_1 \cos\Phi_i & 0 \\ N_4 \cos\Phi_j & -N_4 \sin\Phi_j & & \\ M_2 \sin\Phi_j & M_2 \cos\Phi_j & & \end{bmatrix} \{q\}^e = \begin{Bmatrix} [N]_B \\ [N]_T \end{Bmatrix} \{q\}^e, \quad (7)$$

式中: N_1, N_2, N_3, N_4 为梁单元的三次插值函数, M_1, M_2 为其线性插值函数, 结构位移向量为 $\{q\}^e = \{\omega_i \ \theta_i \ \Psi_i \ \omega_j \ \theta_j \ \Psi_j\}^T$ 。

斜桥车桥振动方程如下:

$$[K]\{\delta\} + [C]\{\dot{\delta}\} + [M]\{\ddot{\delta}\} = \{F\}, \quad (8)$$

式中:

$$[K] = EI \int_0^L [B]_1^T [B]_1 dx + GJ \int_0^L [B]_2^T [B]_2 dx$$

$$[M] = \rho S \int_0^L [N]_B^T [N]_B dx + \rho J \int_0^L [N]_T^T [N]_T dx$$

其中: $[B]_1 = \frac{\partial^2 [N]_B}{\partial x^2}$, $[B]_2 = \frac{\partial [N]_T}{\partial x}$ 。

3 多跨连续斜桥振动频率计算

斜桥跨结构,两端斜度相同,材料弹性模量 $E = 3.45 \times 10^4$ MPa、剪切模量 $G = 1.38 \times 10^4$ MPa、容重 $\rho = 2.6 \times 10^3$ kg/m³、截面积 $S = 7.527$ m²、抗弯惯性矩 $I = 12.454$ m⁴、抗扭惯性矩 $J = 23.707$ m⁴。单孔跨径 $L = 50$ m。

3.1 等跨径多跨连续斜桥的振动频率

取 1 跨、2 跨、3 跨和 4 跨的等跨径、等截面的连续斜桥进行分析,计算参数如前,前 5 阶振动频率随斜度的变化如图 4~8 所示。

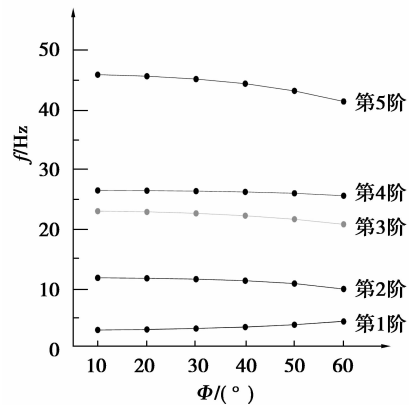


图 4 单跨斜桥前 5 阶频率随斜度变化

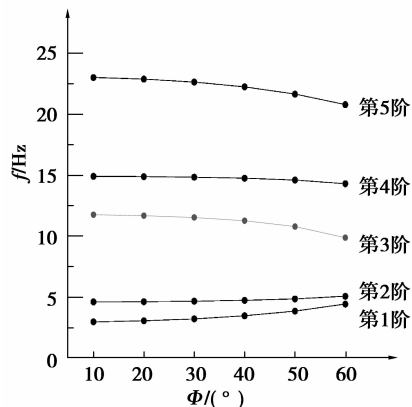


图 5 两跨连续斜桥前 5 阶频率随斜度变化

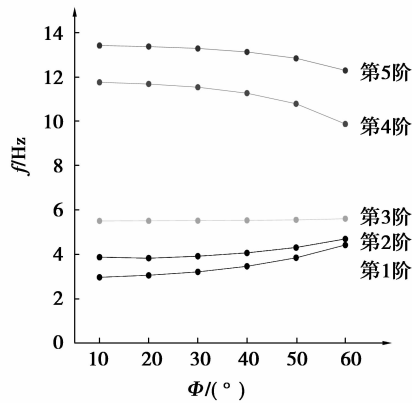


图 6 三跨连续斜桥前 5 阶频率随斜度变化

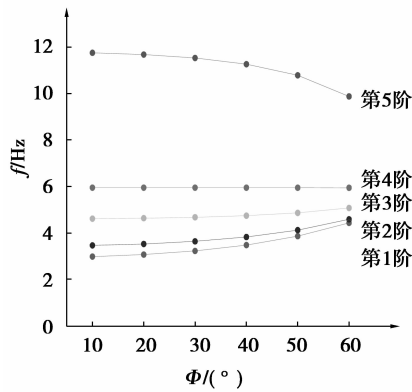


图 7 四跨连续斜梁前 5 阶频率随斜度变化

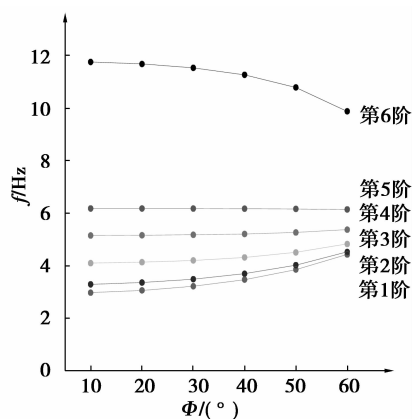


图 8 五跨连续斜梁前 5 阶频率随斜度变化

从计算结果可以看出:1)单跨斜桥的第一阶频率与振型和单跨同跨径的多跨连续斜桥一致,单跨斜桥的高阶振动频率和振型分布在多跨斜桥的高阶振动频率和振型中,不过这些振型中夹杂有其他振

型,随着跨数的增加,其夹杂振型的顺序和数目也相应增加。举例来说,单跨斜桥的第二阶频率分别为二跨斜桥的第三阶频率、三跨斜桥的第四阶频率、四跨斜桥的第五阶频率、五跨斜桥的第六阶频率。这样二跨斜桥中,相应于单跨斜桥的第一、二阶频率间夹杂有一阶频率;三跨斜桥夹杂有二阶频率,其他跨数斜桥可依此类推。据此规律,可根据单跨斜桥的频率来了解多跨斜桥频率的分布。2)单跨斜桥的基频随斜度 Φ 的增大而增大,但第 2 阶频率随斜度的增大反而减小,这是单跨斜桥频率的一种规律性变化。

3.2 不同跨径的多跨连续斜桥振动频率

为分析不等跨径的多跨斜桥振动频率的变化规律,选取二跨连续斜桥,改变第 1 跨跨径,使二跨径之比分别为 0.5:1、0.7:1、0.9:1,前 5 阶频率随斜度的改变如图 9~11 所示(二跨径之比为 1:1 的结果如图 5 所示)。选取三跨连续斜梁,改变边跨跨径,使三跨跨径之比分别为 0.5:1:0.5、0.7:1:0.7、0.9:1:0.9,前 5 阶频率随斜度的变化如图 12~14 所示(三跨径之比为 1:1:1 的结果如图 6 所示)。

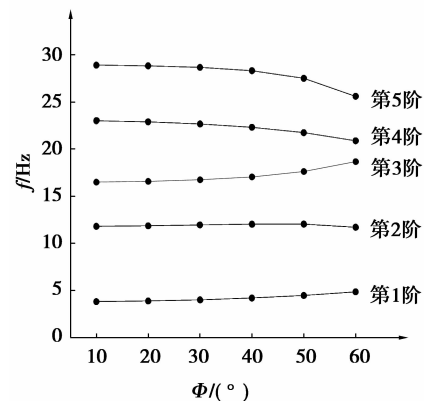


图 9 二跨连续斜桥 (25+50 m) 前 5 阶频率

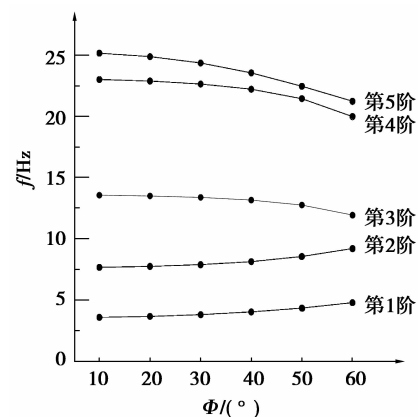


图 10 二跨连续斜桥 (35+50 m) 前 5 阶频率

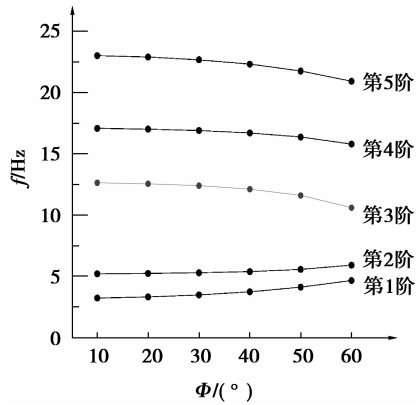


图 11 二跨连续斜梁 (45+50 m) 前 5 阶频率

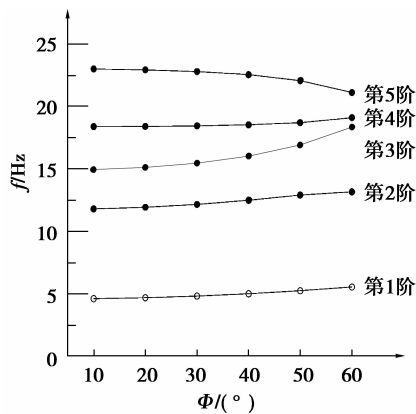


图 12 三跨连续斜桥 (25+50+25) 前 5 阶频率

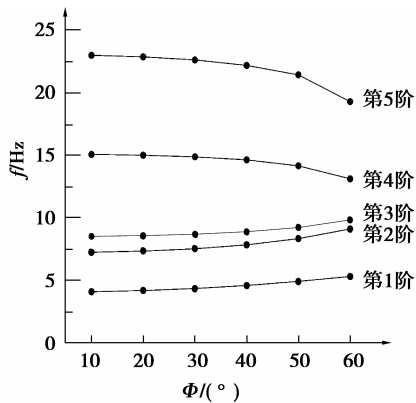


图 13 三孔连续斜梁 (35+50+35) 前 5 阶频率

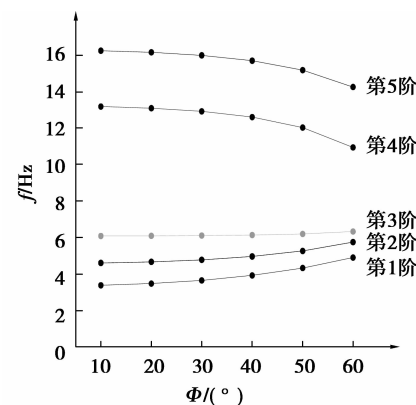


图 14 三孔连续斜梁 (45+50+45) 前 5 阶频率

从图 8~14 可以看出:1)对于多跨连续斜桥,改变边跨跨径(减小跨径)对第一阶频率没有影响,其基频由中跨的振动决定;2)边跨跨径加大,其第二阶频率降低。

4 多跨连续斜桥车-桥振动分析

车辆通过桥梁时引起车、桥的振动,加大了车辆的荷载效应^[10-13]。文中模拟 20 T(轴重 70 kN+130 kN、轴距 4.0 m)的标准汽车以不同速度($v=20、40、80、120、160、200$ km/h)通过二跨连续斜梁桥(50+50 m),计算参数与二跨连续斜桥斜度对频率影响算例的参数一致。以车辆前轮进入桥跨作为时间起点,以车辆驶出桥梁 3 倍车长为时间终点,在此范围内进行振动分析。第一跨跨中截面的挠度、弯矩随车辆位置(相应于移动时间)变化如图 15、16 所示。

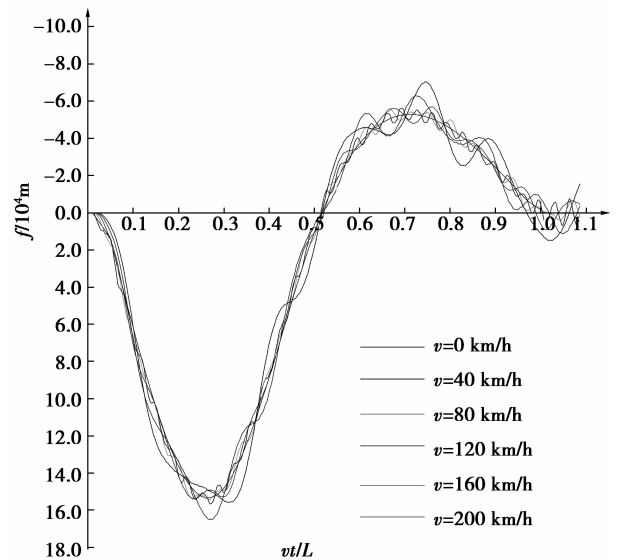


图 15 不同车速时第一跨跨中挠度的时程曲线

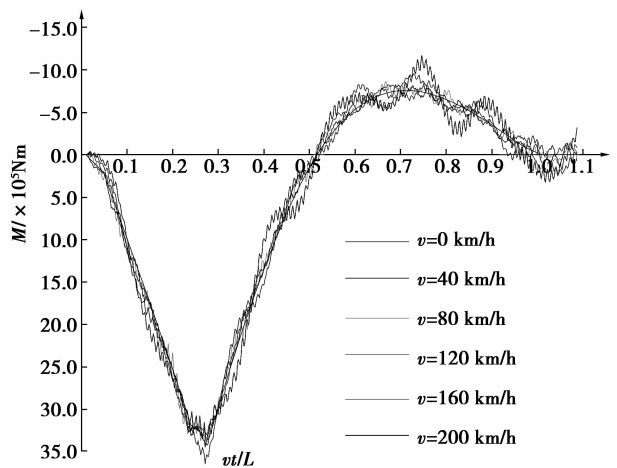


图 16 不同车速时第一跨跨中弯矩的时程曲线

从图 15、16 可以看出,无论车速多大,跨中截面的挠度、弯矩基本上是绕其静载挠度、弯矩上下动态变化,并有一定的增大现象,但增大幅度随速度变化没有单调增大或减少这样的规律。根据本算例的结果,认为张庆关于车-桥振动的结论^[14](车速增大,桥梁振幅并不一定增大,也并不一定减小,而是存在至少一个由车速控制的共振车速点)在斜桥中是成立的。显然本算例中车速 $v=160$ km/h 时挠度增幅最大、车速 $v=80$ km/h 时挠度增幅最小;车速 $v=160$ km/h 时弯矩增幅最大、车速 $v=120$ km/h 时弯矩增幅最小,此结论也可由后面图 19 看出。在此算例的研究范围内,160 km/h 可以近似看成是共振车速,其影响最大。

文中还对此算例进行了斜度的影响分析,固定车速 $v=120$ km/h 不变,改变斜度 ($\Phi=10^\circ、20^\circ、30^\circ、40^\circ、50^\circ、60^\circ$),第一跨跨中截面的挠度、弯矩随车辆位置的变化如图 17、18 所示。

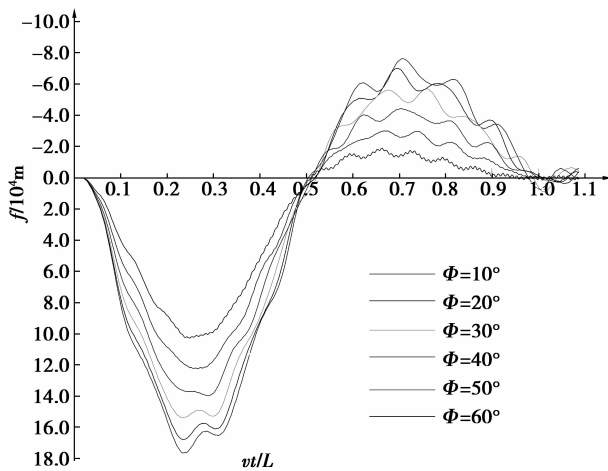


图 17 不同斜度 Φ 时第一跨跨中截面挠度随车辆位置变化

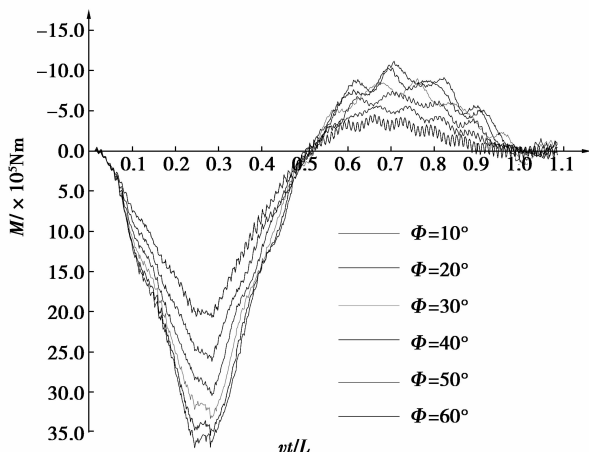


图 18 不同斜度 Φ 时第一跨跨中截面弯矩随车辆位置变化

从图 17、18 中可以看出,虽然不同斜度对结构的约束程度不同,表现出结构变形、弯矩不同,但是对结构的振动形态等没有实质的影响。

5 斜桥冲击系数的估算

曾庆元院士^[15]研究指出结构振动时动变形、动内力相比静位移、静内力来说增大现象并不相同,统一用 1 个冲击系数来描述效应增大现象不合适,也没有理论基础。由于变形、内力增大现象不同步,以跨中截面动、静最大挠度和弯矩之比分别定义挠度、弯矩的冲击系数,对前面算例的冲击系数进行分析,不同车速和斜度条件下挠度、弯矩冲击系数如图 19、20 所示。

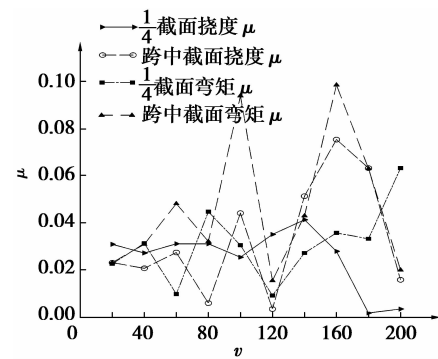


图 19 不同车速的挠度、弯矩冲击系数

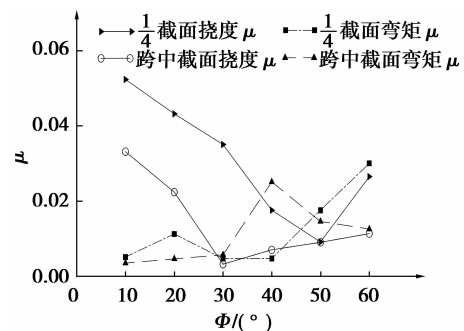


图 20 不同斜度的挠度、弯矩冲击系数

从图 19、20 中可以看出,挠度冲击系数、弯矩冲击系数并不相同,其与车速也没有简单的单调递增或递减规律可循,也不存在挠度冲击系数大或者弯矩冲击系数大这样简单的结论,而是在某些车速条件下,挠度冲击系数比弯矩冲击系数大,某些车速条件下,弯矩冲击系数比挠度冲击系数大。冲击系数与斜度也没有单调递增或递减规律。由车-桥系统计算的冲击系数与“公路桥规”方法计算的结果间有较大差距。

6 结 论

1)文中单跨斜桥动态弯矩-转角公式(1)是建立多跨斜桥自振频率计算的三弯矩方程法、递推算法、单跨斜桥振动频率超越方程的基础,并可以此公式发展其他算法,如传递矩阵法等。

2)单跨斜桥的第一阶频率与振型与单跨跨径相同的多跨连续斜桥一致,单跨斜桥的高阶振动频率和振型分布在多跨斜桥的高阶振动频率和振型中,不过这些振型中夹杂有其他振型,随着跨数的增加,其夹杂振型的顺序和数目也相应增加。

3)多跨连续斜桥中,改变边跨跨径(减小跨径)对第一阶频率没有影响,其基频由中跨的振动决定;边跨跨径加大,其第二阶频率降低。

4)斜桥的基频随斜度 Φ 的增大而增大,但第 2 阶频率随斜度的增大反而减小。

5)斜桥的挠度冲击系数、弯矩冲击系数并不相同,其与车速、斜度也没有简单的单调递增或递减规律。

参考文献:

- [1] 何旭辉,盛兴旺,陈政清. 高速铁路 PC 斜交箱梁桥振动特性模型试验[J]. 铁道学报,2002,24(5): 89-92.
HE XU-HUI, SHENG XING-WANG, CHEN ZHENG-QING. Model test study of vibration characteristics on PC skew box girder bridge of civil high speed railway[J]. Journal of the China Railway Society,2002,24(5):89-92.
- [2] MALEKI S. Free vibration of skewed bridges [J]. Journal of Vibrating Control,2001,8(8):935- 952.
- [3] MENG J Y, LUI E M. Refined stick model for dynamic analysis of skew highway bridges[J]. Journal of Bridge Engineering,2002,7(3):184-194.
- [4] 夏樟华,宗周红. 三跨斜交 T 梁动力特性分析[J]. 振动与冲击,2007,26(4):147-150.
XIA ZHANG-HUA, ZONG ZHOU-HONG. Dynamic analysis of a skewed T-girder bridge with three spans[J]. Journal of Vibration and Shock, 2007,26(4):147-150.
- [5] 陶舍辉. 多梁式连续斜交箱梁桥的静动力特性分析及试验研究[D]. 杭州:浙江大学,2005.
- [6] 夏桂云,俞茂宏,李传习. 斜桥动力特性[J]. 交通运输工程学报,2009,9(4):15-21.
XIA GUI-YUN, YU MAO-HONG, LI CHUAN-XI. Vibrating characteristics of skew bridge[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering,2009, 9(4):15-21.
- [7] 夏桂云,俞茂宏,李传习. 考虑剪切变形影响的斜桥振动频率与车-桥振动分析[J]. 工程力学,2010,27(3): 30-37.
XIA GUI-YUN, YU MAO-HONG, LI CHUAN-XI. Frequency and vehicle-bridge vibrating analysis of skewed bridges considering shear deformation effect[J]. Engineering Mechanics,2010,27(3):30-37.
- [8] 王光远. 建筑结构的振动[M]. 北京:科学出版社,1978.
- [9] 夏桂云,李传习. 考虑剪切变形影响的杆系结构理论与应用[M]. 北京:人民交通出版社,2008.
- [10] 李军强,刘宏昭,何钦象. 车-桥系统耦合振动响应的简便计算[J]. 应用力学学报,2004,21(2):66-69.
LI JUN-QIANG, LIU HONG-ZHAO, HE QIN-XIANG. A simple numerical calculation for coupled vibration responses of a vehicle-bridge system [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2004,21(2):66-69.
- [11] 沈火明,肖新标. 插值振型函数法求解移动荷载作用下等截面连续梁的动态响应[J]. 振动与冲击,2005,24(2):27-30.
SHEN HUO-MING, XIAO XIN-BIAO. Vibration response of multi-span uniform beam under moving loads by using fitting beam mode function[J]. Journal of Vibration and Shock,2005, 24(2):27-30.
- [12] 卜建清,娄国充,罗韶湘. 汽车对桥梁冲击作用分析[J]. 振动与冲击,2007,26(1):52-55.
BU JIAN-QING, LOU GUO-CHONG, LUO SHAO-XIANG. Analysis of impact effects of moving vehicles on a continuous bridge [J]. Journal of Vibration and Shock,2007,26(1):52-55.
- [13] 盛国刚,赵冰. 多个移动质量-弹簧-阻尼系统作用下梁的动力特性分析[J]. 振动与冲击,2003,22(1):43-46.
SHENG GUO-GANG, ZHAO BIN. Dynamic characteristics of elastic beam under a series of moving oscillating loads [J]. Journal of vibration and shock, 2003,22(1):43-46.
- [14] 张庆,史家钧,胡振东. 车辆-桥梁耦合作用分析[J]. 力学季刊,2003,24(4):577-584.
ZHANG QING, SHI JIA-JUN, HU ZHEN-DONG. Coupled interaction analysis on vehicle-bridge system[J]. Chinese Quarterly of Mechanics,2003,24(4):577-584.
- [15] 曾庆元,郭向荣. 列车桥梁时变系统振动分析理论与应用[M]. 北京:中国铁道出版社,1999:5-38.

(编辑 陈移峰)