文章编号:1000-582X(2011)10-001-07

开放式电阻抗成像中变差正则化重构算法

黄 嵩,何 为,罗辞勇

(重庆大学 a. 电气工程学院; b. 输配电装备及系统安全与新技术国家重点实验室,重庆 400044)

摘 要:采用单排固定电极模式的开放式电阻抗成像(open electrical impedance tomography, OEIT)克服封闭式电阻抗成像在临床运用中重构模型适应性差、电极定位误差大以及操作简便性 差等弊病。针对 OEIT 逆问题求解中更加严重的病态性问题,提出以变差函数作为罚函数项的变 差正则化算法获得适定的重构解。仿真实验和水槽实验表明:变差正则化算法可有效求解 OEIT 重构的逆问题,重构图像能够正确反映位于电极下浅表层区域的目标位置、大小,并在一定程度上 反映电导率的相对值。OEIT 以其简便快速而更具潜在的临床实用价值。

关键词:电阻抗成像;开放式电阻抗成像;逆问题;变差函数;正则化 中图分类号:TM152 **文献标志码**:A

Open-electrical impedance tomography with variation regularization algorithm

HUANG Song, HE Wei, LUO Ci-yong

(a. College of Electrical Engineering; b. State Key Laboratory of Power Transmission Equipment & System Security and New Technology, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China)

Abstract: Open electrical impedance tomography (OEIT) with fixed electrode row is proposed to overcome the clinical application problems in closed electrical impedance tomography such as poor model adaptability, electrode position error, and inflexibility. Variation regularization algorithm (VRA) using variations function as regularization penalty term is proposed to save the more serious ill-posed inverse problem of OEIT. Simulation and experiment results show that the inverse problem of OEIT can be efficiently solved by VRA. The position, size and the relative value of conductivity of target at shallower position below electrodes can be clearly reflected by the restored image. OEIT is more potentially practical and effective in clinical applications.

Key words: electrical impedance tomography; OEIT; inverse problems; variation function; regularization

电阻抗成像(electrical impedance tomography EIT)作为一种针对生物体内部电特性进行计算成 像的技术,相对于 CT、MRI、超声波等传统成像技术 具有设备简单、非侵入性、可连续监测、操作简便、费 用低廉、属功能性成像等优点^[1-2]。经过近 30 年的 发展,EIT 技术在理论研究方面取得了一定的成 果^[3-4],但在临床实用化过程中却遇到巨大的困难和 挑战^[5-7],基本上该技术目前仍处于实验研究阶段, 仅在乳腺肿瘤检测和肺功能监护方面有初步的研究 性临床测试报道,如:以色列的 TS2000 系统^[8],第

收稿日期:2011-04-15

基金项目:国家高技术发展(863 计划)资助项目(2006AA02Z4B7)

作者简介:黄嵩(1972-),男,重庆大学博士,主要从事电磁场及其逆问题计算成像等方向研究,(E-mail)s. huang@cqu. edu. cn。

2

四军医大学的 Angelplan2-EIS1000^[9], 俄罗斯的 32D EIT-MEIK 系统^[10]等。

当前各类 EIT 研究中,电极通常均匀分布于被 测对象周围,以电极包围区域为成像场域,这种传统 成像方式称为封闭式电阻抗成像(closed electrical impedance tomography, CEIT)。CEIT 成像模型通 常设定为接近生物体截面的规则几何形状,如圆形 或椭圆形。然而在临床中,生物个体差异较大,如仍 用规则几何重构模型则误差较大,如针对每个病例 现场重建模型,会大大增大 EIT 实施的难度,丧失 简便性,不便于临床推广。另一方面,CEIT 电极数 目较多,临床应用中,由于生物体表面凹凸不平,电 极要准确定位、可靠贴放非常困难,由此引起的电极 定位误差对成像效果影响很大。此外,CEIT 电极 分布较广、连线较长,容易引起测量信号的衰减、耦 合电磁干扰、增大测量误差,影响成像质量。

正是由于 CEIT 在临床应用中存在的上述问题,在相当程度上阻碍了其实用化进程,所以有必要探索新的成像方式来克服这些障碍。具体而言,弱化 EIT 技术对实际模型的依赖性,增强临床适应性是其实用化的一个重要研究方向。为此,本课题组在传统 CEIT 技术的基础上,提出了开放式电阻抗成像(OEIT)思想,与 Mueller,Kao 等^[11-12]采用局部三维矩形电极阵列,将成像目标从整个被测场域转变为浅表区域的方法不同,我们采用更具临床适应性的单排电极,利用类似超声成像的扫描工作机制,通过电极排的移动来扫描被测体,单次成像目标仅是电极排下的二维浅层区域,通过电极排的往复移动,获得整个被测体浅层区域的三维图像,如此可大大减小单幅图像的计算量和重构时间。

然而,采用单排电极 OEIT 技术也带来一些新的困难:虚拟边界的引入,较少的电极数,导致其逆问题 重构的不适定性和病态性更加严重^[13-16]。 Barber 曾指出,EIT 逆问题中 Jacobi 矩阵的条件数 大于 10⁵ 时,重构图像可信度就比较低^[4],而 OEIT 逆问题 Jacobi 矩阵条件数达到 10⁷ 数量级^[14],因此 传统的正则化算法(如 Tikhonov 正则化算法)已不 能很好地适用于 OEIT 逆问题的重构。

针对此问题,笔者对 OEIT 逆问题重构中的 正则化算法进行研究,提出用重构模型的有限元 拓扑结构来描述各单元电导率间差值,形成变差 泛函数,并以此作为正则化算法的罚函数项,构 建了一种新的适合 OEIT 逆问题求解的正则化重 构算法,文中称为变差正则化算法,并通过设定 的仿真重构算例和初步的水槽实验来验证所提 算法的有效性。

1 OEIT 重构场域模型

图 1(a)为 OEIT 场域模型,图 1(b)为 CEIT 场 域模型,与 CEIT 模型不同,OEIT 的电极不包围被 测对象截面的整个边界,只在关注区域表面安放一 定数量的电极,非关注区域不安放电极。这样 OEIT 重构场域在非电极区域不必再与被测对象截 面几何形状完全一致,而可以相对自由地选取一条 合理的虚拟边界^[15-16]与电极所在的边界一起构成 OEIT 的成像场域。



如此,OEIT 可以弱化重构模型对被测对象截 面形状的依赖,更进一步,由于生物体表面通常具有 一定的可塑性,临床中 OEIT 甚至可以采用图 2 所 示的电极呈水平排列的重构模型,从而使得不同病 例共用同一模型成为可能。更强的模型通用性和适 应性,有助于提高 OEIT 临床运用中的成像速度和 操作的简便性。



图 2 OEIT 场域模型

图 3 是适用于 OEIT 的电极排原型照片。该电极排长 10 cm、宽 2.5 cm,其上等间距分布 8 个复合电极,临床运用时可将该电极板压在生物体表面,可有效避免 CEIT 在临床应用中电极定位不准引起的

第10期

误差。同时由于 OEIT 电极数目较少、分布相对集中,与测量电路的连线较短,对减小电磁干扰亦 有利。



图 3 OEIT 电极排原型

图 2 所示的 OEIT 模型的场域 Ω 由真实的不完 备边界∂Ω₁和引入的虚拟边界∂Ω₂构成,并将开放 型的电磁场边值问题转化为近似的封闭型电磁场边 值问题,其数学模型可用 Laplace 方程描述

$$\nabla \cdot \sigma \nabla \varphi = 0, \in \Omega;$$

$$\varphi = v, \in \partial \Omega_{1};$$

$$\sigma(\partial \varphi/\partial n) = j, \in \partial \Omega_{1};$$

$$\sigma(\partial \varphi/\partial n) = 0, \in \partial \Omega_{2}.$$
(1)

其中: ∇ 为 Laplace 算子; σ 为 Ω 内电导率分布; φ 为 电位分布;v为边界处测量电位;j为激励电流密度。

上述近似处理中,边界∂Ω₁ 和∂Ω₂ 的引入会带 来模型误差,边界取得越大,误差越小,但计算量也 相应增加,而缩小∂Ω₁ 和∂Ω₂,则引入的模型误差增 大。因此 OEIT 建模时应合理的选取虚拟边界,以 平衡计算量和模型误差^[14]。

2 变差正则化重构算法

OEIT 通过引入虚拟边界,将开放场域转化为与 CEIT 类似的封闭场域,因此理论上讲,CEIT 的 正则化重构算法仍可用于 OEIT 逆问题的求解。如 采用传统的 Tikhonov 正则化算法描述 OEIT 逆问 题的数学模型为

$$\sigma = \min\left\{\frac{1}{2}h(\sigma) - d^2 + \alpha \mathbf{L}(\sigma - \sigma_0)^2\right\}.$$
 (2)

h为正向映射, $h(\sigma)$ 为计算电极电位,d为测量 电极电位, α 为正则化因子,L为正则化矩阵。

然而,由于虚拟边界引起的模型误差以及其上 电位不再可测,导致 OEIT 重构问题病态程度大大 增加,传统的 Tikhonov 正则化算法本质上相当于二 阶连续的低通滤波器,是以高阶信息的损失为代价 来获得适定的重构解,因此在实际重构时,Tikhonov 正则化算法往往难以获得稳定、有效的 OEIT 重构 图像。 为此对传统 Tikhonov 的正则化罚函数进行改造,提出适合 OEIT 逆问题的变差正则化算法。

2.1 变差函数及其推广形式

变差函数是关于变差的函数,数学中变差是在 有界变差函数(圃变函数)的基础上提出来的,其数 学定义为:

设 f(x)为[a,b]上的有界函数,如果对于[a,b]的 所有分割方式 T,使得 $\left\{\sum_{i=1}^{n} |f(x_i) - f(x_{i-1})|\right\}$ 成一 有界数集,则称 f(x)为[a,b]上的有界变差函数,并 称其上确界为 f(x)在[a,b]上的全变差,记为 $\bigvee_{a}^{b}(f)$, 将某种分割方式下的和数 $\left\{\sum_{i=1}^{n} |f(x_i) - f(x_{i-1})|\right\}$ 称 为 f(x)在此分割方式下对应的变差,记为 $v_T(f)$ 。

由上述定义可知,全变差是各种分割方式下变差的极值。所有分割方式下对应的变差 $v_T(f)$ 构成区间 [a,b]上关于有界函数 f(x)的一种泛函数,称为变差 (泛)函数 $V_T(f)$ 。

上述关于变差函数的数学定义是一维的,但可 将其推广运用到二维甚至三维 OEIT 中。下面仅以 二维 OEIT 逆问题中的变差函数为例加以说明。

二维 OEIT 问题场域由有限个剖分单元构成, 剖分的拓扑结构就构成了对求解区域的某种分割方 式。在 OEIT 的有限元计算中每个单元上电导率被 视为均匀,可用离散到各单元的电导率分布函数 $\sigma(e)来近似整个求解场域内电导率分布,显然函数$ $<math>\sigma(e)$ 有界,满足变差函数的定义,存在相应的变差函 数 $V_{T}(\sigma)$ 。据此,OEIT 中某种剖分形式下的变差函 数可表述为:所有相邻单元间电导率差的绝对值之 和,其数学表达形式为

$$V_{T}(\sigma) = \begin{cases} \sum_{i,j=1}^{N} |\sigma(e_{i}) - \sigma(e_{j})|, & e_{i} \leq e_{j} \notin \mathfrak{A} \mathfrak{R}; \\ 0, & e_{i} \leq e_{j} \times \mathfrak{A} \mathfrak{R} \mathfrak{R}. \end{cases}$$

$$(3)$$

实际运用中,可借助有限元剖分的拓扑结构,用 相邻单元的单元边相关矩阵 L 来表达变差函数

$$V_T(\sigma) = \sum_{i=1}^{N_{\text{edge}}} \mid L_i \sigma \mid_{\circ}$$
(4)

其中: L 为 $N_{edge} \times N_{element}$ 的单元边关系矩阵, N_{edge} 为 单元边数, $N_{element}$ 为单元数, L 矩阵中每行代表一个 单元边, 其上列元素取值为: 与该单元边相关的两个 相邻单元号对应的列元素分别为1和-1, 其它列元 素为 0; $\sigma = [\sigma_1, \sigma_2, \cdots, \sigma_i, \cdots]^T$ 为单元电导率列矩阵。 这样, 对于求解区域 Ω 上不同的电导率分布 σ , 可以 4

计算出对应的变差函数值。

2.2 OEIT 逆问题的变差正则化描述

用变差函数取代式(2)的 Tikhonov 罚函数项, 得到变差正则化算法描述的 OEIT 逆问题模型

$$\sigma_{nc} = \min\{\psi(\sigma)\},$$

$$\psi(\sigma) = \frac{1}{2} \|h(\sigma) - d\|^{2} + aV_{\beta}(\sigma) = \psi_{1}(\sigma) + \psi_{2}(\sigma),$$
(5)

 $V_{\beta}(\sigma)$ 为变差函数,与 Tikhonov 罚函数不同,它 是离散到各单元的电导率分布函数的泛函,其正则 化处罚过程亦呈离散性质,因而适用于病态性更严 重的 OEIT 该问题的重构。

2.3 迭代算法

式(5) 描述的 OEIT 逆问题可归结为最小二乘 问题,本文利用修正的 Newton-Raphson 算法对其 迭代求解,迭代形式为

$$\sigma_{k+1} = \sigma_k + \delta \sigma_k,$$

$$\delta \sigma_k = -\frac{\psi'(\sigma_k)}{\psi''(\sigma_k)},$$
(6)

代入变差函数 $V_{T}(\sigma)$ 表达式后,可推导泛函 $\phi(\sigma)$ 的一阶导数和二阶导数为

$$\psi'(\sigma) = \mathbf{J}^{\mathrm{T}}(h(\sigma) - d) + \alpha \mathbf{L}^{\mathrm{T}} \mathbf{P}^{-1} \mathbf{L} \cdot \sigma, \psi''(\sigma) = \mathbf{J}^{\mathrm{T}} \mathbf{J} + \alpha \cdot \mathbf{L}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{P}^{-1} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{L}_{\circ}$$
 (7)

其中: J为 Jacobi 矩阵; P、Q均为矩阵是对角线 矩阵,其对角线上的元素值分别为

$$P_{i} = \sqrt{(L_{i}\sigma)^{2} + \beta}, \qquad (8)$$

$$Q_i = 1 - \frac{(L_i \sigma)^2}{(L_i \sigma)^2 + \beta} = 1 - \frac{(L_i \sigma)^2}{p_i^2}$$
, (9)

β为变差系数,在迭代中为趋于0的正小数。

3 重构实验

为验证所提变差正则化算法对 OEIT 逆问题重 构成像的可行性和有效性,进行如下验证性的仿真 实验和水槽实验。

3.1 仿真实验

所建 OEIT 模型由 814 个节点,1 509 个三角形 单元构成,模型下边界均匀分布 8 个电极,其它边界 为虚拟边界,这里取为矩形边界。图 4(a)、图 5(a)、 图 6(a)分别设定成像目标在场域内不同位置的三 个算例,其中背景区域相对电阻率设为 400,成像目 标相对电阻率设为 300。

用变差正则化算法对设定算例进行重构计算, 经 12 步迭代(迭代过程耗时约 30 s)计算后所得重 构结果用像素图和地形图表现如图 4-6。



15

10

-5

-15

-5

0

l/cm

(a)模型及设定

5

第10期







3.2 水槽验证实验

搭建图 7(a) 所示的 OEIT 水槽实验系统, 图 7(b)是水槽局部放大照片,水槽内可成像区域绘 有单位长度为1 cm 的坐标刻度,8 个水平电极两两 间距 2 cm,分布在图示坐标的(-8,8)范围内。



图 7 OEIT 实验装置

实验中,将一直径2 cm 电导率为1 S/m 的琼脂 圆块置于水槽靠近电极区域的不同位置,以模拟变 差正则化重构算法对生物体浅层异物的重构成像。 水槽中盐水电导率为2 s/m。

当琼脂块分别处于水槽内坐标刻度为(-2,2)、 (2,2)、(6,3)、(9,3)不同位置时,经3步迭代(耗时 约7s,以后的迭代效果不再明显)后的重构结果如 图8所示,图示中左图为地形图,右图为像素图。 6



图 8 水槽实验重构图像

3.3 分析讨论

仿真实验中,从3个算例重构的地形图上得出 目标区域重构的电阻率相对值分别为:312、345、 375,与设定值近似,结合其它重构图像发现:成像目 标距电极表面越近,目标图像越集中,重构的电阻率 分布越接近设定值,反之,目标图像有扩散趋势,误 差亦增大。这是因为 EIT 本质是通过电流线将生 物体内部电特性带出,目标越深,电流线越稀疏,带 出的信息量越少,从而造成重构图像误差放大。可 以预见:当成像目标深到一定程度时,将不能重构出 目标物体的图像,这说明 OEIT 更适合检测生物体 内较浅层的异物。

仿真重构实验表明,正则化重构算法能够对设 定算例实现重构成像,能较准确地反映设定目标的 位置、大小,并能在一定程度上反映目标电导率的性质,算法收敛程度较高,目标区域和背景区域反差明显。

水槽验证实验中,重构图像均能较好地反映琼 脂块的有无,但琼脂块位于可成像区域的不同位置 时,重构效果不尽相同:当异物处于电极中心区域时 (图 8(a)、(b)),重构图像对琼脂块的位置、大小表 现较好;当琼脂块处于靠近电极边沿区域时(图 8 (c)),重构目标大小、位置与实际琼脂块有所差异; 当琼脂块位于电极区域之外时(图 8(d)),重构图像 不能正确反映实际琼脂块的大小、位置。这一特点 表明 OEIT 与 CEIT 不同,OEIT 存在一个位于电极 区域附近的可成像区域,只有当异物位于该区域内 时,成像效果才较好。但这并非 OEIT 的缺点,因为 临床操作中,可以相对灵活地移动电极板,对生物体 表面实现类似于超声的扫描成像,当然在实时性方 面还有待进一步提高。

与仿真实验不同,水槽实验所得重构图像只能 定性反映盐水和琼脂块电导率的相对大小,而绝对 值与实际值相比存在较大误差,同时重构图像整体 效果也差于仿真实验,这是由于水槽实验中引入的 虚拟边界导致重构模型与实际水槽模型之间存在误 差,另外实际测量的误差及干扰也是重要原因。

总体而言,无论是仿真实验还是水槽实验均从 原理上验证了 OEIT 技术可行性和变差正则化重构 算法有效性。

4 结 论

针对 OEIT 技术电极数少、信息量少以及虚拟 边界引入导致逆问题重构病态性更趋严重的问题, 提出了变差正则化重构算法,经仿真实验和原理性 水槽实验验证表明该算法适合于 OEIT 技术,能够 对生物体浅表区域正确成像。

基于该算法的 OEIT 技术可以在一定程度上弱 化重构模型对实际模型的依赖程度、减小电极定位 误差、增加操作的简便性,是一种值得进一步深入研 究的新型 EIT 技术。

参考文献:

- [1] BARBER D C, BROWN B H, FRESSTION I L. Imaging spatial distributions of resistivity using applied potential tomography [J]. Electronic Letter, 1983, 19(22):933-935.
- [2] 任超世,王妍,邓娟.电阻抗断层成像应用技术研究[J]. 中国医疗器械杂志,2007,31,(4):235-238.

第10期

REN CHAO-SHI, WANG YAN, DENG JUAN. The application technique of electrical impedance tomography [J]. Chinese Journal of Medical Instrumentation, 2007, 31, (4):235-238.

- [3] BAYFORD R H. Bioimpedance tomography (electrical impedance tomography) [J]. Annul Rev Biomed Eng. 2006, 8(1):63-91.
- [4] HOLDER D S. Electrical impedance tomography methods, history and applications [M]. Bristol, UK: Inst Phys Pub, 2005.
- [5] JI Z Y, DONG X Z, FU F, et al. Study of influencing factors on electrical impedance scanning imaging A[C] // Proceedings of the 27th Annual Conference, EMBS. Shanghai: IEEE-EMBS, 2005: 2910-2913.
- [6] 董秀珍. 生物电阻抗成像研究的现状与挑战 [J]. 中国 生物医学工程学报,2008,27(5):641-643,649.
 DONG XIU-ZHEN. Recent progress and challenges in the study of bioimpedance imaging [J]. Chinese Journal of Biomedical Engineering, 2008, 27(5):641-643,649.
- [7] 宫伟彦,任超世.电阻抗成像临床应用研究[J].中国医 疗设备,2008,23,(11):48-51,45. GONG WEI-YAN, REN CHAO-SHI Research on the clinical application of electrical impedance tomography [J]. China Medical Devices, 2008, 23,(11): 48-51,45.
- [8] MICHEL A, ORAH LM, DOV M, et al. The T-SCANTM technology: electrical impedance as a diagnostic tool for breast cancer detection [J]. Physiol Meas, 2001, 22(1):1-8.
- [9] 岳 冀,周晓东,付 峰,等.电阻抗扫描成像和高频超声 诊断小乳腺癌的对照研究 [J]. 第四军医大学学报, 2005,26 (14):1333-1334.

YUE JI, ZHOU XIAO-DONG, FU FENG, et al. Electrical impedance scanning and high frequency ultrasonography for diagnosis of small breast cancers [J]. Journal of The Fourth Military Medical University, 2005, 26(14): 1333-1334.

[10] JAN C, NICOLA D. 3D EIT-MEIK in clinical application: observations and preliminary results [C]// Proceedings of World Congress on Medical Physics and Biomedical Engineering 2006, Berlin, Germany. IFMBE Proceedings, 2007, 14(27):3906-3910.

- [11] MUELL J, ISAACSON D, NEWELL J. A reconstruction algorithm for electrical impedance tomography data collected on rectangular electrode arrays [J]. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, 1999, 46 (11):1379-1386.
- [12] KAO T J. A 3-D reconstruction algorithm for electrical impedance tomography using planar electrode arrays [D]. Troy NY, USA: The Rensselaer Polytechnic Institute, 2005.
- [13] 何传红,何为,黄嵩,等.开放式电阻抗成像基本原理和 仿真实验研究[J].中国生物医学工程学报,2008,27, (5):669-674,678.

HE CHUAN-HONG, HE WEI, HUANG SONG, et al. Study on open electrical impedance tomography: Basic theory, simulation and experiment [J]. Chinese Journal of Biomedical Engineering, 2008, 27, (5): 669-674, 678.

- [14] 罗辞勇,何传红,何为.开放式电阻抗成像的灵敏度和 病态性问题[J].中国生物医学工程学报,2009,28(4): 544-548,566.
 LUO CI-YONG, HE CHUAN-HONG, HE WEI. Sensitivity and ill-posed problem of open EIT [J]. Chinese Journal of Biomedical Engineering, 2009, 28(4): 544-548, 566.
- [15] 陈民铀,张晓菊,罗辞勇,等.开放式电阻抗成像建模及 其仿真[J].重庆大学学报,2009,32,(7):731-735.
 CHEN MIN-YOU, ZHANG XIAO-JU, LUO CI-YONG, et al. Modeling and simulation based on open electrical impedance tomography [J]. Journal of Chongqing University, 2009, 32,(7):731-735.
- [16] 刘斌,何为,张晓菊,等.开放式电阻抗断层成像测量系 统设计与成像试验研究[J]. 医疗卫生装备,2009, 30(4):1-3,7.

LIU BIN, HE WEI, ZHANG XIAO-JU, et al. Study on opening electrical impedance tomography principles and imaging experiment [J]. Chinese Medical Equipment Journal, 2009, 30(4):1-3,7.

(编辑 张小强)