文章编号:1000-582X(2011)12-001-08

# 直廓金刚石滚轮修整蜗杆砂轮的截形误差精确计算

刘丰林<sup>1</sup>,陈 就<sup>1</sup>,徐晓刚<sup>2</sup>,何 冰<sup>1</sup>

(1. 重庆大学 机械传动国家重点实验室,重庆 400044;2. 重庆通信学院 电力工程系,重庆 400035)

摘 要:用直廓截形代替金刚石滚轮理论截形的偏差影响精密蜗杆砂轮截形修整精度。分析 了金刚石滚轮修整蜗杆砂轮的方法,建立了蜗杆砂轮修整数学模型,依据空间啮合理论和蜗杆砂轮 螺旋面方程,计算金刚石滚轮理论截形。对该理论截形进行直线拟合,计算了拟合直线与理论截形 之间的拟合误差及拟合误差对蜗杆砂轮法截面廓形的影响。对一种单头蜗杆砂轮的精密修整进行 截形和误差计算,分析了蜗杆砂轮直径与金刚石滚轮直径大小对蜗杆砂轮法截面修整误差的影响。 结果表明:修整误差值随着蜗杆砂轮直径、金刚石滚轮直径的减小而增大,金刚石滚轮直径对修整 误差影响较小。验证了直廓金刚石滚轮修整蜗杆砂轮的可行性,可用于指导确定蜗杆砂轮修整 工艺。

关键词:蜗杆砂轮;金刚石滚轮;精密修整;误差分析 中图分类号:TG702 
文献标志码:A

# Error analysis of worm grinding wheel precise dressing by diamond roller with straight profile

LIU Feng-lin<sup>1</sup>, CHEN Jiu<sup>1</sup>, XU Xiao-gang<sup>2</sup>, HE Bing<sup>1</sup>
(1. State Key Laboratory of Mechanical Transmission, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China;
2. Department of Electrical Engineering, Chongqing Communication Institute, Chongqing 400035, P. R. China)

Abstract: In worm grinding wheel dressing with diamond roller, using straight line instead of theoretical curve of roller will result in dressing error. Method of the precise dressing is studied, while the mathematical model is presented. Theoretical curve of diamond roller is calculated based on the space meshing theory and helicoid equation of worm grinding wheel. The fitting error between the theoretical curve and approximate straight line which is obtained by the theoretical curve is calculated. The dressing error on normal section of worm grinding wheel is analyzed. The case study of a kind of worm grinding wheel with single head shows that the dressing error increases with diameter decreasing of worm grinding wheel and diamond roller, while the variation of diamond roller's diameter makes little contribution. The validity of worm grinding wheel dressing using straight line diamond roller is proved, and the algorithm can be used as guidance in practice.

Key words: worm grinding wheel; diamond roller; precision processing; error analysis

收稿日期:2011-07-13

**基金项目**:机械传动国家重点实验室 2011 年度开放基金资助项目(SKLMT-KFKT-201103);国家"十一五"科技支撑计 划资助项目(2006BAF01B07201)

作者简介:刘丰林(1969-),男,重庆大学博士,副研究员,主要研究方向为机械电子技术、工业 CT 技术与系统, (E-mail)ict\_lfl@yahoo.com.cn。

2

常用的硬齿面磨削方法有锥形砂轮磨齿、碟形 砂轮磨齿、大平面砂轮磨齿、蜗杆砂轮磨齿和成形砂 轮磨齿等<sup>[1]</sup>。其中蜗杆砂轮磨采用展成法包络齿轮 渐开线,是渐开线外齿轮磨削中效率和精度均较高 的磨削方式。蜗杆砂轮的螺旋面由金刚石滚轮修整 得到,而金刚石滚轮的理论截形是一条近似于直线 的无规则曲线。在实际蜗杆砂轮修整中,金刚石滚 轮截形用一条直线替代,实际截形与理论截形存在 着很小的偏差。但在精密齿轮加工应用中,有必要 分析计算蜗杆砂轮修整截形偏差的大小和相关影响 因素。

蜗杆砂轮从几何模型上讲是一种大直径蜗杆, 建立蜗杆砂轮螺旋面数学模型、精确计算蜗杆截形 及相关误差分析等理论和研究较完善。Chang S-L<sup>[2]</sup>、KLOCKE Fritz<sup>[3]</sup>、刘丰林<sup>[4-5]</sup>、张焕<sup>[6]</sup>等利用 螺旋线、螺旋面理论建立蜗杆的曲面数学模型,对蜗 杆截形的精确计算和误差分析提供了数学依据。文 献[7-9]则分别对 TI、ZK、ZC1 3 种不同类型的蜗杆 的磨削进行了理论研究与成形修整计算。为提高蜗 杆砂轮的磨削精度和使用寿命,Lin Shen-Wang<sup>[10]</sup> 利用反向包络法建立齿轮成型刀具的数学模型, Huang Chin-Lung<sup>[11]</sup>采用三阶齿廓修整锥齿轮的方 法,提高砂轮的磨削精度。Abdullah Rasheed A<sup>[12]</sup>、 Abu Shreehah<sup>[13]</sup>通过计算轴平面上的曲率使砂轮 与工件有最大线接触,且啮合线的每个点有最小集 中应力,延长了砂轮的使用寿命。Reichstein M<sup>[14]</sup> 则采用 CBN 材料制造蜗杆砂轮,提高了砂轮的耐磨 性,但精度有待提高。对于这一问题,文献[15]研究 了 CBN 成形蜗杆砂轮的修整技术,不仅提高了蜗杆 砂轮的磨削性能,而且保证磨削后齿轮齿形误差控 制在误差允许范围内,文献「16 ] 对高精度成形磨削 砂轮的修整作了相关研究。上述研究主要针对蜗杆 砂轮螺旋面的建立、提高蜗杆砂轮的磨削精度和使 用寿命方面进行分析,然而对于金刚石滚轮精密修 整蜗杆砂轮用直廓截形代替理论曲线偏差问题的研 究较少。

文中以单头端面渐开线型蜗杆砂轮为研究对象,依据空间啮合原理,利用 Matlab 来求解金刚石滚轮的截形偏差及蜗杆砂轮的法截面误差,可用于指导蜗杆砂轮精密修整工艺。

# 1 蜗杆砂轮轴向截形

蜗杆砂轮磨削齿轮时,待加工齿轮的齿面与蜗 杆砂轮的齿面相互啮合。因此,由待加工齿轮的参 数可求得蜗杆砂轮的螺旋面方程。蜗杆砂轮螺旋面 可以看成以端面渐开线为母线绕其旋转轴作螺旋运 动而得到的曲面,要求其螺旋面方程先求端面渐开 线方程。

#### 1.1 蜗杆砂轮端面渐开线

根据相错轴渐开线螺旋齿齿轮的啮合特点,渐 开线型蜗杆砂轮与渐开线型齿轮正确啮合时,两齿 面共轭,啮合为点接触,且瞬时接触点处的公法线通 过两齿轮工作节圆的节点。此外,在其法平面上满 足法向径节相等<sup>[17]</sup>。

单头渐开线型蜗杆砂轮端面为渐开线,螺旋升 角非常小。蜗杆砂轮与待加工齿轮相互啮合时,在 法平向上两者满足法向齿距 *p*<sub>n</sub>相等。设待加工齿 轮的法向模数为 *m*<sub>n</sub>,分度圆处压力角为 *α*<sub>n</sub>,齿高系 数为 *h*<sup>\*</sup>,顶隙系数为 *c*<sup>\*</sup>,蜗杆砂轮外圆直径为 *d*<sub>a</sub>, 螺旋升角为 γ。

可得蜗杆砂轮法向齿距: $p_n = \pi \cdot m_n$ , 螺旋升角: $\gamma = \arcsin\left(\frac{p_n}{\pi \cdot (d_a - 2m_n h^*)}\right)$ , 分度圆直径: $d_f = m_t = \frac{m_n}{\sin\gamma}$ , 端面压力角: $\alpha_t = \arctan\left(\frac{\tan\alpha_n}{\sin\gamma}\right)$ , 基圆直径: $d_b = \frac{d_f}{\cos\alpha_t}$ , 根圆直径: $d_g = d_f - 2m_n h^* - 2c^*$ , 根圆压力角: $\alpha_g = \arccos\left(\frac{d_b}{d_g}\right)$ , 顶圆压力角: $\alpha_a = \arccos\left(\frac{d_b}{d_a}\right)$ 。 得到渐开线上任意点 M径矢:  $r_{sm} = r_b \cdot [\cos t + t \cdot \sin t, \sin t - t \cdot \cos t, 0]$ , (1)

式中 t 为展开角, $t = tan\alpha$ , ( $\alpha \in [\alpha_g, \alpha_a]$ )。

#### **1.2** 蜗杆螺旋面上啮合点的相对运动速度 v

金刚石滚轮修整成形蜗杆砂轮示意图如图 1 示,坐标系见图 2,金刚石滚轮轴线与蜗杆砂轮轴线





图 2 蜗杆砂轮修整坐标系

之间成  $\gamma$  角安装。运动开始时,砂轮坐标系  $\sigma_s(O_s - X_sY_sZ_s)$ 与固定坐标系  $\sigma(O - XYZ)$ 重合,A 为金刚 石滚轮坐标系  $\sigma_d(O_d - X_dY_dZ_d)$ 与  $\sigma_s$  之间的距离。

蜗杆螺旋面的形成由以下 2 个运动构成:蜗杆 砂轮沿自身轴线的转动,令其转动角速度为  $\boldsymbol{\omega} = [0, 0, 1];沿自身轴线的移动,为了形成正确的螺旋面,$  $则沿轴向运动速度为 <math>\frac{p}{2\pi}k$ ,(k = [0, 0, 1]为方向向 量)。金刚石滚轮只绕自身轴线做回转运动,与成形 运动无关,令其自转速度设为 0,则蜗杆砂轮与金刚 石滚轮之间的相对运动速度为

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_{\rm sm} + \frac{p}{2\pi} \mathbf{k}_{\circ}$$
 (2)

#### 1.3 蜗杆端面渐开线上任意点 M 的螺旋面法矢 n

由于蜗杆砂轮的端面渐开线由金刚石滚轮包络 而成,则端面渐开线上点 *M* 也在蜗杆砂轮螺旋面 上,因此点 *M* 在螺旋面上的法向既垂直于端面渐开 线 *M* 点处切矢,也垂直于螺旋面上点 *M* 处的相对 运动速度。

蜗杆砂轮端面渐开线切矢由点 M 处的径矢 r<sub>sm</sub> 对展开角 t 求导:

$$\boldsymbol{\tau} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = r_{\mathrm{b}} [t \cos t, t \sin t, 0], \qquad (3)$$

则砂轮螺旋面法向为

$$\boldsymbol{n} = \boldsymbol{\tau} \times \boldsymbol{v}_{\circ} \tag{4}$$

#### 1.4 蜗杆砂轮轴向截形

由于蜗杆砂轮的螺旋升角小,利用金刚石滚轮 修整时,它与金刚石滚轮的啮合点处于轴平面  $X_sO_sZ_s$ 附近,为方便 Matlab 对方程的迭代求解,将 渐开线上的 M 点沿螺旋面转动 $\theta$  角转到  $X_sO_sZ_s$  平 面,得到 M'点径矢:

$$\boldsymbol{r}_{\rm s} = \boldsymbol{M}_{\boldsymbol{z}_{\rm s}}^{\boldsymbol{\theta}} \cdot \boldsymbol{r}_{\rm sm} + \frac{p\theta}{2\pi} \boldsymbol{k}, \qquad (5)$$

其中 
$$\mathbf{M}_{z_s}^{\theta} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0\\ \sin\theta & \cos\theta & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
。

M'点在轴平面  $X_sO_sZ_s$  上,  $r_s$  的  $Y_s$  向坐标  $y_s$ 满足条件:

$$y_{\rm s} = 0_{\rm o} \tag{6}$$

由式(6)可求出每一个展开角对应的转角 $\theta$ ,将 其代入(5)式,得到 $X_sO_sZ_s$ 平面的上截形径矢及相 应的法矢向量:

$$\boldsymbol{r}_{\mathrm{s}} = \boldsymbol{r}_{\mathrm{s}}(\theta) \,, \tag{7}$$

$$\boldsymbol{n}_{\mathrm{s}} = M^{\theta}_{z_{\mathrm{s}}} \cdot \boldsymbol{n}_{\mathrm{o}} \tag{8}$$

# 2 金刚石滚轮截形

以上得到位于σ。坐标系的蜗杆砂轮轴向截 形,令σ。坐标系绕 Z 轴线作螺旋运动便可得到位 于σ坐标系的蜗杆砂轮螺旋面方程。对于蜗杆砂 轮的成形修整,砂轮螺旋面是金刚石滚轮回转面的 包络,与金刚石滚轮之间任一瞬时为空间线接触, 接触线上的点既在砂轮螺旋面上也在金刚石滚轮 回转面上,因此求出满足空间啮合条件的接触线, 就可以求出金刚石滚轮回转面上的点,将得到的回 转面上的点转至金刚石滚轮轴平面即可得到金刚 石滚轮截形。

#### 2.1 蜗杆砂轮螺旋面方程

由蜗杆砂轮的轴向截形,令砂轮坐标系绕 Z 轴转动  $\varphi$  角,则沿 Z 向移动量为 $\frac{p}{2\pi}\varphi$ ,轴向截形将在  $\sigma$  坐标系中形成蜗杆砂轮的螺旋面,则对轴向截形曲 线上任意一点 M'的径矢方程

$$\boldsymbol{r}_{\rm f} = \boldsymbol{M}_z^{\varphi} \cdot \boldsymbol{r}_{\rm s} + \frac{p}{2\pi} \varphi \boldsymbol{k}_{\circ} \qquad (8)$$

#### 2.2 空间啮合曲线

蜗杆砂轮与金刚石滚轮在空间啮合, M'点是啮 合点,则该点也在金刚石滚轮回转曲面上,因此它在 σ<sub>d</sub>坐标系中的径矢和法矢分别为

$$_{\rm d} = \boldsymbol{M}_x^{\gamma} \boldsymbol{\cdot} \boldsymbol{r}_{\rm f} \boldsymbol{\cdot} \boldsymbol{A} \boldsymbol{\cdot} \boldsymbol{i},$$
 (9)

$$\boldsymbol{n}_{\mathrm{d}} = \boldsymbol{M}_{x}^{\gamma} \boldsymbol{\cdot} M_{z}^{\varphi} \boldsymbol{\cdot} \boldsymbol{n}_{\mathrm{s}}, \qquad (10)$$

其中 
$$\mathbf{M}_{z}^{\varphi} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
,  
 $\mathbf{M}_{x}^{\gamma} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & \sin \gamma \\ 0 & -\sin \gamma & \cos \gamma \end{bmatrix}$ .

单位向量 *i*=[1,0,0]。同时在该点处满足空间 啮合条件,由于金刚石滚轮是回转体,因此满足:

第12期

4

$$(n_{\rm d}, r_{\rm d}, k) = 0_{\circ} \tag{11}$$

由式(11)求出曲线上每点对应的转角  $\varphi$ ,将  $\varphi$ 代入式(9)即可得到空间啮合曲线。

#### 2.3 金刚石滚轮截形

啮合曲线上的任一点 M'均在金刚石滚轮的回转曲面上,为了求得金刚石滚轮的轴向截形,令M'点绕回转轴线 $Z_d$ 旋转角度 $\psi$ 转到 $X_dO_dZ_d$ 平面,则M'点对应的 $X_dO_dZ_d$ 截面径矢

由式(12)、(13)可求得 M'点绕回转轴线  $Z_{d}$  旋 转角度  $\phi$ ,将  $\phi$  代入式(12),得到  $X_{s}O_{s}Z_{s}$  平面的上 截形径矢:

$$\boldsymbol{r}_{\rm dj} = \boldsymbol{r}_{\rm dj}(\boldsymbol{\psi})_{\,\rm o} \tag{14}$$

# 3 金刚石滚轮截形直线拟合及误差计算

#### 3.1 金刚石滚轮截形直线拟合

金刚石滚轮理论截形曲线应为  $X_dO_dZ_d$  平面上 一系列啮合点 M'的集合,由空间啮合理论求得。将  $X_dO_dZ_d$  平面的点坐标记为 $(x_i, z_i)$  (i=1, 2, 3..., N, N) 为计算取点的个数)。

针对锥形金刚石滚轮修整蜗杆砂轮的实际加工 中,金刚石滚轮的锥角为 180°-2α<sub>n</sub>(α<sub>n</sub> 为待磨削齿 轮法向压力角),不考虑蜗杆砂轮直径的减小对金刚 石滚轮锥角变化产生的影响,即对同一个蜗杆砂轮 不同阶段的修整时,金刚石滚轮锥角将保持不变。 由式(14)可得金刚石滚轮截形拟合直线方程为

$$z = ax + b, \qquad (15)$$

$$\ddagger \psi \ a = \tan \alpha_{n}, b = \overline{z} - a\overline{x},$$

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_{i}}{N}, \overline{z} = \frac{\sum_{i=1}^{N} z_{i}}{N}.$$

#### 3.2 金刚石滚轮截形拟合误差

拟合误差为离散点到拟合直线的距离,由 式(14)、(15),根据点到直线的距离公式,第*i*点对 应的拟合误差值

$$\sigma_i = \frac{ax_i - z_i + b_0}{\sqrt{a^2 + 1}} \,. \tag{16}$$

# 4 蜗杆砂轮法向截形误差计算

金刚石滚轮直线截形由理论截形拟合而成,存

在着拟合误差。因此用直廓金刚石滚轮修整蜗杆砂 轮时,会导致蜗杆砂轮的实际法向截形偏离理论截 形,影响齿轮工件的磨削精度。为分析蜗杆砂轮的 法向截形偏离误差大小,将由金刚石滚轮直线截形 根据啮合原理反求蜗杆砂轮实际修整法向截形,并 计算修整误差大小。

#### 4.1 实际空间啮合点

记金刚石滚轮实际直线截形任一点 N 径矢为  $r_N = (x, 0, z)$ ,对应的截形法矢为  $n_N = [\sin\alpha_n, 0, \cos\alpha_n]$ 。设金刚石滚轮沿轴  $Z_d$ 转 $\theta'$ 角,N 点进入啮 合,成为啮合点 N',则 N'点在金刚石滚轮坐标系中 的径矢

$$\boldsymbol{r}_{N'} = \boldsymbol{M}_{Z_{A}}^{\boldsymbol{\theta}} \boldsymbol{r}_{N}, \qquad (17)$$

在固定坐标系中其径矢为

$$\mathbf{r}'_{\mathrm{f}} = \mathbf{M}_{\mathrm{X}}^{\gamma} \mathbf{r}_{\mathrm{N}'} + A\mathbf{i}, \qquad (18)$$

$$\ddagger \mathbf{P} : \mathbf{M}^{\theta'}{}_{Z_{\mathrm{d}}} = \begin{bmatrix} \cos\theta' & -\sin\theta' & 0\\ \sin\theta' & \cos\theta' & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \qquad \mathbf{M}_{\mathrm{X}}^{-\gamma} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0\\ 0 & \cos\gamma & -\sin\gamma\\ 0 & \sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix}.$$

由于 N<sup>'</sup>点为啮合点,也是蜗杆砂轮上一点。则 在固定坐标系中,该点处相对速度

$$v'_{\rm sd} = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}'_{\rm f} + \frac{p}{2\pi}k, \qquad (19)$$

对应法矢

$$\boldsymbol{n'}_{f} = \boldsymbol{M}_{X}^{\gamma} \cdot (\boldsymbol{M}^{g'}_{z_{d}} \cdot \boldsymbol{n}_{N}),$$
 (20)  
根据啮合原理,啮合方程式为

$$v'_{\rm sd} \cdot \boldsymbol{n}'_{\rm f} = 0_{\circ}$$
 (21)

联合式(17)、(18)、(19)、(20)、(21),求出 N 点进入 啮合时金刚石滚轮转过的角度 $\theta'$ ,代式(18)得到实 际空间啮合点 N'点的坐标

$$\boldsymbol{r}'_{\rm f} = \boldsymbol{r}'_{\rm f}(\theta')_{\rm o} \tag{22}$$

#### 4.2 蜗杆砂轮轴向实际截形

空间啮合点 N'同时又由蜗杆砂轮轴截面上一 点 N''沿 Z 轴作螺旋运动得到,由式(22)得到 N'点 的径矢  $\mathbf{r'}_{\pm}$ ,设砂轮坐标系相对固定坐标系旋转  $\varphi'$ 角 后点 N''进入啮合,即与 N'重合,由几何关系,相应的转角

$$\varphi' = \arctan \frac{y'_{\rm f}}{x'_{\rm f}},\tag{23}$$

其中  $x'_{f}$ 、 $y'_{f}$ 分别为径矢  $r'_{f}$ 沿 X、Y 向的分量。

设点 N''在砂轮坐标系中的径矢为  $r'_s$ ,分析蜗 杆砂轮的螺旋运动可得

$$\boldsymbol{r}'_{s} = \boldsymbol{M}_{z}^{-\varphi'}\boldsymbol{r}'_{f} - p \, \frac{\varphi'}{2\pi} k, \qquad (24)$$

第12期

联合式(23)、(24)可求得蜗杆砂轮  $X_sO_sZ_s$  轴截 面实际截形上任一点 N''在自身坐标系中的径矢

$$\boldsymbol{r}'_{s} = \boldsymbol{r}'_{s}(\boldsymbol{\varphi}')_{s} \tag{25}$$

#### 4.3 蜗杆砂轮法截面理论与实际截形

由式(7)、(25)分别得到蜗杆砂轮轴理论截形径 矢 $r_s$ 和实际截形径矢 $r'_s$ ,设P为蜗杆砂轮螺旋面 在 $X_sO_sZ_s$ 轴截面上的任一点,转 $\xi$ 角到法平面上 P'点,则其在法平面坐标系中的径矢为

$$\boldsymbol{r}_{p'} = \boldsymbol{M}_{X}^{\gamma} \left( \boldsymbol{M}_{Z_{s}}^{-\xi} \boldsymbol{r}_{p} + p \, \frac{\boldsymbol{\xi}}{2\pi} k \right), \qquad (26)$$

其中:
$$M_X^r = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma \\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix};$$
  
 $M_{Z_s}^{-\xi} = \begin{bmatrix} \cos\xi & \sin\xi & 0 \\ -\sin\xi & \cos\xi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \mathbf{r}_{P'} = \mathbf{r}_s, \mathbf{r'}_s, 计算蜗$ 

杆砂轮法截面理论截形时  $r_P = r_s$ ,计算蜗杆砂轮法 截面实际截形时  $r_P = r'_s$ 。

点 P'在法截面上,则

$$y_{p'} = 0.(y_{p'} 为 r_{P'} 的 Y 向分量). (27)由式(7)、(25)、(26)、(27)可分别得蜗杆砂轮法截面理论截形上任一卢径矢$$

$$\boldsymbol{r}_1 = \boldsymbol{r}_{P'}(\boldsymbol{r}_{s}), \qquad (28)$$

$$\boldsymbol{r}_2 = \boldsymbol{r}_{P'}(\boldsymbol{r'}_s)_{\circ} \qquad (29)$$

## 4.4 蜗杆砂轮法向修整误差

蜗杆砂轮法向修整误差为法截面上理论截形和 实际修整截形之间的距离,由式(28)、(29),将 r<sub>1</sub>、r<sub>2</sub> 代入距离公式

$$\mu = \| \boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2 \|, \qquad (30)$$

其中μ即为蜗杆砂轮法向截形误差。

## 5 实例计算

及实际

#### 5.1 实例

对一种单头渐开线型蜗杆砂轮进行计算。磨削 齿轮模数  $m_n=3 \text{ mm}$ ,分度圆处压力角  $\alpha_n=20^\circ$ ,齿顶 高数  $h^*=1$ ,顶隙系数  $c^*=0.2$ 。

为分析蜗杆砂轮外径对其法向截形误差的影响,令金刚石滚轮底径  $d_{df} = 100 \text{ mm}$ ,蜗杆砂轮外径  $d_a$ 分别取 50、100、200、300 mm。计算结果如图 3~ 8 所示, $Z_{sn}$ 表示蜗杆砂轮法截面轴向, $X_{sn}$ 表示蜗杆 砂轮法截面径向, $Z_d$ 表示金刚石滚轮轴向, $X_d$ 表示 金刚石滚轮径向,σ表示金刚石滚轮截形拟合误差, μ表示蜗杆砂轮法截面修整误差。图 3 为不同蜗杆 砂轮外径对应的金刚石滚轮理论截形,图 4 为不同 蜗杆砂轮外径对应的金刚石滚轮拟合直线截形,图 5 为不同蜗杆砂轮外径对应的金刚石滚轮拟合误差 值,图 6 为不同蜗杆砂轮外径对应的蜗杆砂轮法截 面理论截形,图 7 为不同蜗杆砂轮外径对应的法截 面实际截形,图 8 为不同蜗杆砂轮外径对应的法截 面截形误差,计算结果如图 9~14 所示。



图 3 d<sub>df</sub>=100 mm 金刚石滚轮理论截形



图 4 d<sub>df</sub>=100 mm 金刚石滚轮拟合直线截形



图 5 d<sub>df</sub>=100 mm 金刚石滚轮截形拟合误差

6



图 6 d<sub>df</sub>=100 mm 蜗杆砂轮法截面理论截形



图 7 d<sub>df</sub>=100 mm 蜗杆砂轮法截面修整截形



图 8 d<sub>df</sub>=100 mm 蜗杆砂轮法截面修整误差





对应每一个蜗杆砂轮外径大小的拟合直线方程 及最大拟合误差、蜗杆砂轮法截面最大修整误差见 表1。σ<sub>max</sub>表示金刚石轮轴截形最大拟合误差,μ<sub>max</sub> 表示蜗杆砂轮法截面最大修整误差。



图 10 d<sub>a</sub>=300 mm 金刚石滚轮拟合直线截形



图 11 d<sub>a</sub>=300 mm 金刚石滚轮截形拟合误差



图 12 d<sub>a</sub>=300 mm 蜗杆砂轮法截面理论截形



图 13 d<sub>a</sub>=300 mm 蜗杆砂轮法截面修整截形
 表 1 不同蜗杆砂轮外径的金刚石滚轮轴截形

拟合直线、 $\sigma_{max}$ 及 $\mu_{max}$ 

$d_{\rm a}$	金刚石滚轮轴截形	$\sigma_{ m max}$	$\mu$ max
/mm	拟合直线方程	$/\mu m$	$/\mu m$
50	z=0.363 970x-20.507 341	0.820	2.420
100	z=0.363 970x-20.034 916	0.119	0.348
200	z=0.363 970x-19.316 319	0.018	0.052
300	z=0.363 970x-18.643 619	0.007	0.020

第12期



图 14 d<sub>a</sub>=300 mm 蜗杆砂轮法截面修整误差

为分析金刚石滚轮外径对蜗杆砂轮法向截形误 差的影响,令蜗杆砂轮外径 d<sub>a</sub>=300 mm;金刚石滚 轮底径 d<sub>df</sub>分别取 80、120、160、200 mm。计算结果 如图 9~14 所示,图 9 为不同蜗杆砂轮外径对应的 金刚石滚轮理论截形,图 10 为不同金刚石滚轮底径 对应的金刚石滚轮拟合直线截形,图 11 为不同金刚 石滚轮底径对应的金刚石滚轮拟合误差值,图 12 为 不同金刚石滚轮底径对应的蜗杆砂轮法截面理论截 形,图 13 为不同金刚石滚轮底径对应的法截面实际 截形,图 14 为不同金刚石滚轮底径对应的法截面截 形误差。

对应每一个金刚石滚轮底径大小的拟合直线方 程及最大拟合误差、蜗杆砂轮法截面最大修整误差 见表 2。

表 2	不同金刚石滚轮底径的金刚石滚轮截形
	拟合直线 yomax 及 µmax

$d_{a}$ /mm	金刚石滚轮轴截形 拟合直线方程	$\sigma_{ m max}$	$\mu_{ m max}$
80	z=0.363970x-15.003917	0.007	0.021
120	z=0.363970x-22.283321	0.007	0.019
160	z=0.363 970x-29.562 726	0.006	0.018
200	z=0.363970x-36.842130	0.006	0.016

#### 5.2 计算结果分析

1)由图 3、图 9 可以看出,由于蜗杆砂轮的螺旋 角很小,不论改变蜗杆砂轮直径还是金刚石滚轮直 径,得到的金刚石滚轮理论截形都是一条非常接近 于直线的曲线,与其轴线夹角约为 70°。对该理论曲 线进行直线拟合,直线斜率取 tan(20°),得到的拟合 直线方程见表 1、表 2,拟合直线分别如图 4、图 10 所 示。由图可以看出,当蜗杆砂轮直径变化时,不需要 改变金刚石滚轮的锥角大小,只需要改变金刚石滚 轮轴向安装位置,就可以得到相应的直线截形,这是 因为蜗杆砂轮直径改变,导程随之变化的原因;同 样,当金刚石滚轮直径变化时,改变其径向安装位置 即可得到相应的直线截形,这是因为金刚石滚轮直 径变化,中心距随之变化的原因。

2)由图 5、图 8 可知,金刚石滚轮截形拟合最大 误差值及蜗杆法截面截形修整最大误差值随着蜗杆 砂轮直径的减小而增大,最大拟合误差见表 1,当蜗 杆砂轮直径为 300 时,拟合误差仅有 0.007 μm,修 整误差为 0.02 μm;当蜗杆砂轮直径为 50 mm 时, 拟合误差为 0.82 μm,修整误差达到 2.42 μm,这是 因为蜗杆砂轮直径减小时,螺旋角变大,导致法截形 曲率变小,直线拟合后误差增大。

3)由图 11、图 14 可知,金刚石滚轮直径的变化对 其直线拟合误差及蜗杆砂轮修整误差的影响较小,最 大误差值见表 2,当金刚石滚轮直径为 200 mm 时,拟 合误差为 0.006  $\mu$ m,修整误差为 0.016  $\mu$ m,当金刚石 滚轮 直 径 为 80 mm 时,最大 拟 合 误 差 值 只 有 0.007  $\mu$ m,最大修整误差值为 0.021  $\mu$ m。因此金刚 石滚轮直径改变时,蜗杆砂轮法截面理论截形和实际 修整截形基本重合,如图 12、图 13 所示。从总体上 看,误差值的大小随着金刚石滚轮直径的减小而 增大。

# 6 结 论

1)蜗杆砂轮螺旋面由锥形金刚石滚轮精密修整 得到,金刚石滚轮理论截形是一条近似于直线的曲 线,为简化修整工艺,用直廓金刚石滚轮修整。在蜗 杆砂轮超精密修整中,存在的修整误差将直接影响 待加工齿轮的磨削精度。

2) 对一种法向压力角为 20°, 法向模数为 3 mm 的单头蜗杆砂轮的精密修整进行计算和分析。结果 表明, 当金刚石滚轮底径为 100 mm, 其它条件不变, 蜗杆砂轮直径大于 100 mm 时, 蜗杆砂轮法截面最 大修整误差小于 0.348 μm, 而在蜗杆砂轮直径小于 50 mm 时, 其修整误差值将大于 2.42 μm; 而金刚石 滚轮直径的变化对修整误差影响较小。同样当蜗杆 砂轮外径为 300 mm, 其它条件不变, 金刚石滚轮直 径大于 80 mm 时, 最大修整误差小于 0.021 μm。

3)对同一蜗杆砂轮,可以用同一金刚石滚轮进 行修整,当其直径改变,而最大修整误差值在允许的 范围内,只需沿金刚石滚轮调整金刚石滚轮安装位 置,从而简化修整工艺。

4)影响蜗杆砂轮修整误差除砂轮直径外,还包括蜗杆砂轮的头数、法向模数、法向压力角等,将在 后续研究中继续讨论。

#### 参考文献:

8

[1] 王立鼎,凌四营,马勇,等. 精密、超精密圆柱渐开线齿轮的加工方法[J]. 光学精密工程,2009,17(2): 321-326.

WANG LI-DING, LING SI-YING, MA YONG, et al. Processing methods of precision and ultra-precision cylindrical involute gear [J]. Optics and Precision Engineering, 2009, 17(2): 321-326.

- [2] CHANG S L, TSENG H C. Design of a novel cutter for manufacturing helical cutting tools [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2005, 219 (4): 395-408.
- [3] KLOCKE F. Mechanisms in the generation of grinding wheel topography by dressing[J]. Production Engineering, 2008,2(2):157-163.
- [4] 刘丰林,秦大同,邓兴奕.基于坐标检测的蜗杆齿形精 密测量分析[J].重庆大学学报:自然科学版,2007, 30(11):9-11.

LIU FENG-LIN, QIN DA-TONG, DENG XING-YI. Precise inspection of worm tooth profile based on coordinate measurements [J]. Journal of Chongqing University: Natural Science Edition,2007,30(11):9-11.

- [5]刘丰林,秦大同,徐晓刚,等. 滚刀径向整体铲磨砂轮精确 计算[J]. 重庆大学学报,2009,32(12):1374-1380.
  LIU FENG-LIN, QIN DA-TONG, XU XIAO-GANG, et al. Accurate mathematical models for relief grinding of gear hob cutters [J]. Journal of Chongqing University, 2009,32(12):1374-1380.
- [6] 张焕,王爱珍. 直廓环面蜗杆齿面直线性磨削方法的研 究[J]. 金刚石与磨料磨具工程,2007,158(2):58-62. ZHANG HUAN, WANG AI-ZHEN. Study on a grinding method of straight outline hourglass worm[J]. Diamond &. Abrasives Engineering,2007,158(2):58-62.
- [7] 孙月海,卢华武,王树人. 磨削 TI 蜗杆的砂轮廓形[J]. 机 械工程学报,2008,44(2):170-174. SUN YUE-HAI, LU HUA-WU, WANG SHU-REN. Profile of grinding wheel for grinding TI worm[J]. Journal of Mechanical Engineering,2008,44(2):170-174.
- [8]韩云鹏,孟剑锋.ZK 蜗杆磨削中砂轮廓形的智能化修整

[J]. 机械工程学报,2004,40(5):178-183.

HAN YUN-PENG, MENG JIAN-FENG. Intellectualized dressing of the grinding wheel in the process of grinding ZK worm[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2004, 40(5):178-183.

- [9]魏静,张兆辉.ZC1 蜗杆齿形磨削误差及其控制方法[J]. 南京航空航天大学学报,2008,40(2):239-244.
   WEI JING,ZHANG ZHAO-HUI. Tooth profile error and control method in process of grinding ZC1 worm [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics &. Astronautics,2008,40(2): 239-244.
- [10] LIN S W, HAN C S, TAN J B, et al. Mathematical models for manufacturing a novel gear shaper cutter[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2010, 24 (1): 383-390.
- [11] HUANG C L, FONG Z H, CHEN S D, et al. Novel thirdorder correction for a helical gear shaping cutter made by a lengthwise-reciprocating grinding process [J]. Journal of Mechanical Design, 2009, 131(5): 81-88.
- [12] ABDULLAH R A, SHREEHAH T A A. Finishing the concave shape of the worm thread[J]. Machining Science and Technology, 2005,9 (4):589-599.
- [13] SHREEHAH T A A, ABDULLAH R A. Modification of geometry and technology of cylindrical worms [J]. Machining Science and Technology, 2006, 10(4): 539-547.
- [14] REICHSTEIN M. Grinding of gears with vitreous bonded CBN-worms[J]. CIRP Annals- Manufacturing Technology, 2006,55(1): 355-358.
- [15] YOU H Y, YE P Q, WANG J S, et al. Design and application of CBN shape grinding wheel for gears [J]. International Journal of Machine Tools & Manufacturer, 2003,43(12): 1269-1277.
- [16] BZYMEK Z M, DUZY G M, MINDEK J, et al. Virtual truing and dressing of grinding wheel[J]. Key Engineering Materials, 2009, 389-390: 362-367.
- [17] 李特文 F L. 齿轮几何学与应用理论[M]. 国楷,译. 上海: 上海科学技术出版社,2008:441-463.

(编辑 陈移峰)