

文章编号:1000-582X(2011)12-132-06

弯剪型模型下弹性贮液结构的自振特性分析

程选生^{1,2}, 郑颖人²

(1. 兰州理工大学 土木工程学院, 甘肃 兰州 730050; 2. 后勤工程学院 建筑工程系, 重庆 400041)

摘要: 贮液结构主要用于工业企业贮存清水、污水、石油和化学液体等。为了计算这类结构的地震响应, 首先必须知道结构的自振频率和相应的振型。因此, 针对无液贮液结构, 考虑弯曲变形和剪切变形, 推导了振型和频率方程。为方便工程应用, 利用 MATLAB 软件, 得到了前三阶振型的计算图表, 并对不同高度不同变形理论的自振特性进行了分析。通过数值算例表明了文中结论的正确性, 从而为这类结构的自振和地震响应分析奠定了基础。

关键词: 弹性; 贮液结构; 弯剪模型; 振动和频率方程; 计算图表

中图分类号: TU357

文献标志码: A

Free vibration characteristic analysis of the elastic liquid-storage tanks based on the bending shearing model

CHENG Xuan-sheng^{1,2}, ZHENG Ying-ren²

(1. School of Civil Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, Gansu, P. R. China;
2. Department of Civil Engineering, Logistical Engineering University, Chongqing 400041, P. R. China)

Abstract: Liquid-storage tanks, mostly used to reserve rinsing, sewerage, petroleum and chemistry liquid, are broadly applied in such industry corporations as water-supply and drainage industry, sewerage-disposal industry, petroleum industry, chemistry industry and so on. For the sake of computing preferably earthquake responding of these structures, the characteristics of their free vibration, like frequency of free vibration and corresponding oscillation-mode, have to be known beforehand. Therefore, for the liquid-storage tanks without liquid, the equations about oscillation-mode and frequency based on bending-shearing model are deduced, and at the same time, the calculation tables and chart of former three oscillation-modes are presented by using MATLAB program, and free vibration characteristics using different deformation theory in different heights are analyzed. The correctness of the result is proved by calculation example, and a theory base is provided for analyzing subsequent free vibration and earthquake responding of this type of structure.

Key words: elastic; liquid-storage tank; bending shearing model; vibration and frequency equation; calculation table and chart

在地震作用下, 贮液结构除了受液体静力外, 还受到结构本身的惯性力, 以及作用在壁板和底板上的液动压力。为了验算贮液结构在地震作用下的强

度和刚度, 必须寻求贮液结构在这些力作用下的动力响应, 这就要求事先知道结构的自由振动特性——自振频率及其相应的振型。魏发远等^[1]采用

收稿日期: 2011-07-23

基金项目: 甘肃省教育厅科技攻关项目(0803-10); 兰州理工大学博士基金资助项目(SB04200802); 兰州理工大学优秀青年教师培养计划项目(Q200809)

作者简介: 程选生(1972-), 男, 教授, 博士, 主要从事结构工程、液-固耦合等方向研究, (E-mail)cxs702@126.com。

悬臂弯曲梁变形理论对矩形水槽在任意地面运动激励下的响应进行了分析,翁智远等^[2-3]采用悬臂剪切梁变形理论进行了圆柱形和矩形弹性贮液容器的自振特性分析,并证明满液时与无液时的第一频率差别较大,贮存液体使结构的自振频率有较大的下降。但对第一振型而言,满液时与无液时相差很小,高阶振型满液时与无液情况也相差不大。由于工程结构中较低振动频率相应的振型对体系动力响应的贡献远大于较高自振频率相应振型的贡献,故在结构的地震反应简化计算中,可用无液时的前几阶振型近似地代替满液时的前几阶振型。同时,通过试算,双向壁板贮液结构,其振动型式既不是弯曲型的,也不是剪切型的,而是弯剪型的。例如,高度为 6 m 的单格混凝土贮液结构,壁板厚度取 250 mm(约 $\frac{1}{25}H$, H 为壁板的高度),当平面尺寸为 3 m × 3 m 时,顶点位移中弯曲变形占 70.24%;当平面尺寸为 3 m × 6 m 的贮液结构,顶点位移中弯曲变形占 33.86%;当平面尺寸为 6 m × 3 m 的贮液结构,顶点位移中弯曲变形占 41.5%;当平面尺寸为 6 m × 6 m 的贮液结构,顶点位移中弯曲变形占 37.61%。刘宗贤等^[4]对多层与高层工业及民用建筑结构的自振特性进行了分析,其结论并不适用于贮液结构,Han 等^[5-9]针对圆形贮液结构进行自由振动和耦合振动分析,张相庭等^[10]基于弯剪型模型进行了推导,并得出了结论,但经计算频率方程是不妥当的。为此,考虑弯曲和剪切变形情况来推导贮液结构的自由振动特性,并利用 MATLAB 得到前三阶振型的计算图表,并对不同高度不同变形理论的自振特性进行分析,从而为这类结构的自振分析提供理论依据,并为地震响应分析奠定基础。

1 理论推导

根据现有文献^[10-13],剪切变形影响的重要性约为转动惯量的 3 倍,为简单起见,文中不考虑转动惯量的影响。

如图 1 所示,设贮液结构发生弯曲和剪切变形后的截面转角为 α ,如果只有弯曲变形,则振动过程中横截面与弹性轴线将保持垂直,截面的转角 α 应等于弹性轴线的斜率,即 $\frac{dx}{dz}$;考虑剪切变形 β 以后,仍假设平截面假定成立,则剪切变形 β 相当于减小了弹性轴线的倾角,即剪切滞后。

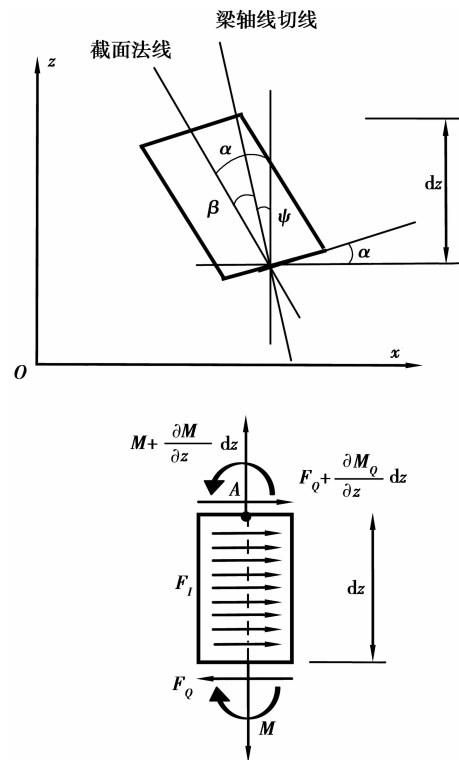


图 1 梁的弯剪变形示意图

由图 1 可知

$$\alpha = \beta + \frac{\partial x}{\partial z} \tag{1}$$

设沿贮液结构高度方向任一截面的结构截面面积为 A ,截面的惯性矩为 I ,截面的形状系数为 k ,则有

$$\frac{kF_Q}{G_c A} = \beta = - \left(\frac{\partial x}{\partial z} - \alpha \right), \tag{2}$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial z} = \frac{M}{E_c I}, \tag{3}$$

式中, G_c 为材料的剪切模量。

由 $\sum F_{xi} = 0$, 有

$$\left(F_Q + \frac{\partial F_Q}{\partial z} dz \right) + F_l dz - F_Q = 0, \tag{4}$$

因为微段 dz 上的惯性力 $F_l dz$ 为

$$F_l dz = \bar{m} dz \frac{\partial^2 x}{\partial t^2}, \tag{5}$$

式中, \bar{m} 为贮液结构单位高度上的质量。

将式(5)代入式(4),得

$$\frac{\partial F_Q}{\partial z} = - \bar{m} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2}, \tag{6}$$

将式(2)对 z 进行求导,并将式(6)代入,得

$$\frac{\partial \alpha}{\partial z} = \frac{\partial^2 x}{\partial z^2} - \frac{k}{G_c A} \bar{m} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2}. \quad (7)$$

由式(3)和式(7)得

$$M(z, t) = E_c I \left(\frac{\partial^2 x}{\partial z^2} - \frac{k}{G_c A} \bar{m} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \right), \quad (8)$$

由 $\sum M_A = 0$, 并忽略二阶微量后得

$$M + F_Q dz - \left(M + \frac{\partial M}{\partial z} dz \right) = 0,$$

即有

$$F_Q = \frac{\partial M}{\partial z}. \quad (9)$$

由式(2), 有

$$F_Q = -\frac{G_c A}{k} \left(\frac{\partial x}{\partial z} - \alpha \right), \quad (10)$$

由式(9)和式(10), 得

$$\frac{\partial M}{\partial z} = -\frac{G_c A}{k} \left(\frac{\partial x}{\partial z} - \alpha \right). \quad (11)$$

将式(3)对 z 进行求导, 得

$$\frac{\partial^2 \alpha}{\partial z^2} = \frac{1}{E_c I} \frac{\partial M}{\partial z},$$

即有

$$\frac{\partial M}{\partial z} = E_c I \frac{\partial^2 \alpha}{\partial z^2}. \quad (12)$$

由式(11)和式(12), 得

$$\alpha = \frac{k E_c I}{G_c A} \frac{\partial^2 \alpha}{\partial z^2} + \frac{\partial x}{\partial z}.$$

将式(7)对 z 求导, 并代入上式得

$$\alpha = \frac{k E_c I}{G_c A} \left(\frac{\partial^3 x}{\partial z^3} - \frac{k}{G_c A} \bar{m} \frac{\partial^3 x}{\partial t^2 \partial z} \right) + \frac{\partial x}{\partial z}, \quad (13)$$

将式(13)代入式(10)得

$$F_Q = E_c I \left(\frac{\partial^3 x}{\partial z^3} - \frac{k}{G_c A} \bar{m} \frac{\partial^3 x}{\partial t^2 \partial z} \right). \quad (14)$$

由式(11)和式(12), 得

$$E_c I \frac{\partial^2 \alpha}{\partial z^2} + \frac{G_c A}{k} \left(\frac{\partial x}{\partial z} - \alpha \right) = 0. \quad (15)$$

式(15)对 z 求导, 并将式(7) $\frac{\partial \alpha}{\partial z}$ 后代入, 得等截面结构自由振动的运动方程为

$$\frac{\partial^4 x}{\partial z^4} - \frac{k}{G_c A} \bar{m} \frac{\partial^4 x}{\partial z^2 \partial t^2} + \frac{\bar{m}}{E_c I} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = 0, \quad (16)$$

假定结构按振型 $\varphi(z)$ 作简谐振动, 则式(16)的解为

$$x(z, t) = \varphi(z) \sin \omega t, \quad (17)$$

将式(17)代入式(16), 消去 $\sin \omega t$ 后得振型方程为

$$\varphi^{(4)} + a^2 \omega^2 \varphi'' - b^2 \omega^2 \varphi = 0, \quad (18)$$

式中, $a^2 = \frac{k \bar{m}}{G_c A}$, $b^2 = \frac{\bar{m}}{E_c I}$.

式(18)的解为

$$\varphi(z) = \left. \begin{aligned} &C_1 \sin(s_1 z) + C_2 \cos(s_1 z) + \\ &C_3 \sinh(s_2 z) + C_4 \cosh(s_2 z) \end{aligned} \right\}, \quad (19)$$

$$\left. \begin{aligned} s_1 \\ s_2 \end{aligned} \right\} = \frac{a \omega}{\sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{1 + \frac{4b^2}{a^4 \omega^2}} \pm 1}$$

s_1 和 s_2 具有如下关系

$$\frac{1}{(s_2 H)^2} - \frac{1}{(s_1 H)^2} = \left(\frac{a}{b H} \right)^2. \quad (20)$$

将式(17)代入式(13), 有

$$\left\{ \begin{aligned} \varphi(0) &= 0 \\ \alpha(0) &= \varphi'''(0) + \left(\frac{b^2}{a^2} + a^2 \omega^2 \right) \varphi'(0) = 0 \end{aligned} \right. \quad (21)$$

由式(8)和式(14), 并将式(17)代入, 有

$$\left\{ \begin{aligned} M(H) &= \varphi''(H) + a^2 \omega^2 \varphi(H) = 0 \\ F_Q(H) &= \varphi'''(H) + a^2 \omega^2 \varphi'(H) = 0 \end{aligned} \right. \quad (22)$$

由式(19), 有

$$\left\{ \begin{aligned} \varphi(0) &= C_2 + C_4; \varphi'(0) = C_1 s_1 + C_3 s_2; \varphi'''(0) = -C_1 s_1^3 + C_3 s_2^3 \\ \varphi(H) &= C_1 \sin(s_1 H) + C_2 \cos(s_1 H) + C_3 \sinh(s_2 H) + C_4 \cosh(s_2 H) \\ \varphi'(H) &= C_1 s_1 \cos(s_1 H) - C_2 s_1 \sin(s_1 H) + C_3 s_2 \cosh(s_2 H) + C_4 s_2 \sinh(s_2 H) \\ \varphi''(H) &= -C_1 s_1^2 \sin(s_1 H) - C_2 s_1^2 \cos(s_1 H) + C_3 s_2^2 \sinh(s_2 H) + C_4 s_2^2 \cosh(s_2 H) \\ \varphi'''(H) &= -C_1 s_1^3 \cos(s_1 H) + C_2 s_1^3 \sin(s_1 H) + C_3 s_2^3 \cosh(s_2 H) + C_4 s_2^3 \sinh(s_2 H) \end{aligned} \right. \quad (23)$$

将式(23)代入式(21)和(22), 得

$$\left[\begin{array}{cccc} 0 & 1 & 0 & 1 \\ \left(\frac{b^2}{a^2} + a^2 \omega^2 - s_1^2 \right) s_1 & 0 & \left(\frac{b^2}{a^2} + a^2 \omega^2 + s_2^2 \right) s_2 & 0 \\ (a^2 \omega^2 - s_1^2) \sin(s_1 H) & (a^2 \omega^2 - s_1^2) \cos(s_1 H) & (a^2 \omega^2 + s_2^2) \sinh(s_2 H) & (a^2 \omega^2 + s_2^2) \cosh(s_2 H) \\ (a^2 \omega^2 - s_1^2) s_1 \cos(s_1 H) & -(a^2 \omega^2 + s_1^2) s_1 \sin(s_1 H) & (a^2 \omega^2 + s_2^2) s_2 \cosh(s_2 H) & (a^2 \omega^2 + s_2^2) s_2 \sinh(s_2 H) \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{l} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{array} \right\} = 0 \quad (24)$$

式(24)是关于系数 C_1 、 C_2 、 C_3 和 C_4 的齐次线性代数方程组。显然 $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = 0$ 是方程的

一组解, 但它表示结构未发生振动。所以, 为了使上式具有非零解, 其系数行列式必须等于零, 即有

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ \left(\frac{b^2}{a^2} + a^2\omega^2 - s_1^2\right)s_1 & 0 & \left(\frac{b^2}{a^2} + a^2\omega^2 + s_2^2\right)s_2 & 0 \\ (a^2\omega^2 - s_1^2)\sin(s_1H) & (a^2\omega^2 - s_1^2)\cos(s_1H) & (a^2\omega^2 + s_2^2)\sinh(s_2H) & (a^2\omega^2 + s_2^2)\cosh(s_2H) \\ (a^2\omega^2 - s_1^2)s_1\cos(s_1H) & -(a^2\omega^2 - s_1^2)s_1\sin(s_1H) & (a^2\omega^2 + s_2^2)s_2\cosh(s_2H) & (a^2\omega^2 + s_2^2)s_2\sinh(s_2H) \end{vmatrix} = 0 \quad (25)$$

式(25)称为结构体系的频率方程或特征方程。

展开行列式(25)后,得

$$\begin{aligned} &(a^2\omega^2 - s_1^2)(a^2\omega^2 + s_2^2)\left(\frac{2b^2}{a^2} + 2a^2\omega^2 + s_2^2 - s_1^2\right) \times \\ &\quad \cos(s_1H)\cosh(s_2H) - \\ &\quad \left(\frac{b^2}{a^2} + a^2\omega^2 + s_2^2\right)(a^2\omega^2 - s_1^2)^2\cos^2(s_1H) - \\ &\quad \left(\frac{b^2}{a^2} + a^2\omega^2 + s_1^2\right)(a^2\omega^2 + s_2^2)^2\cosh^2(s_2H) = 0, \end{aligned} \quad (26)$$

注意到由式(19),有

$$a^2\omega^2 = s_1^2 - s_2^2, \quad (27)$$

从而,有

$$\begin{cases} a^2\omega^2 - s_1^2 = -s_2^2 \\ a^2\omega^2 + s_2^2 = s_1^2 \end{cases} \quad (28)$$

由式(20),得

$$\frac{b^2}{a^2} = \frac{s_1^2 s_2^2}{s_1^2 - s_2^2}. \quad (29)$$

将式(27)、式(28)、式(29)代入式(26),得

$$\begin{aligned} &\cos^2(s_1H) + \cosh^2(s_2H) + \\ &\left[\frac{(s_1H)^2}{(s_2H)^2} + \frac{(s_2H)^2}{(s_1H)^2}\right]\cos(s_1H)\cosh(s_2H) = 0. \end{aligned} \quad (30)$$

式(25)即为同时考虑弯曲和剪切变形影响的频率方程。

现有文献[10]给出的解答为

$$\begin{aligned} &2 + \left(\frac{s_2}{s_1} - \frac{s_1}{s_2}\right)\sin(s_1H)\sinh(s_2H) + \\ &\left(\frac{s_2^2}{s_1^2} + \frac{s_1^2}{s_2^2}\right)\cos(s_1H)\cosh(s_2H) = 0. \end{aligned}$$

显然,现有文献所给出的频率方程是不妥当的。

对某一具体结构而言, $\frac{a}{bH}$ 已知,所以有

$$s_2H = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{(s_1H)^2} + \left(\frac{a}{bH}\right)^2}}, \quad (31)$$

将式(31)代入式(30),可得 s_1H 的值。再由式(19)的第 2 式,有

$$\omega = \frac{(s_1H)^2}{\sqrt{\left(\frac{bH}{a}\right)^2 + (s_1H)^2}} aH, \quad (32)$$

$$T = 2\pi \frac{\sqrt{\left(\frac{bH}{a}\right)^2 + (s_1H)^2}}{(s_1H)^2} aH. \quad (33)$$

求解式(24)的系数 C_1 、 C_2 、 C_3 和 C_4 , 并将其代入式(19)的第 1 式,得振型函数为

$$\begin{aligned} \varphi(z) = &\sin(s_1z) - \frac{s_2^3}{s_1^3}\sinh(s_2z) - \\ &\frac{\sin(s_1H) + \frac{s_2}{s_1}\sinh(s_2H)}{\cos(s_1H) + \frac{s_1^2}{s_2^2}\cosh(s_2H)} [\cos(s_1z) - \cosh(s_2z)]. \end{aligned} \quad (29)$$

为便于工程应用,利用 MATLAB 软件编制程序计算,表 1~表 3 分别给出了前 3 个振型的 s_1H 值。

另外,前 3 个振型的 s_1H 与 $\frac{a}{bH}$ 可用图 2 表示。

对于其它的 $\frac{a}{bH}$ 与 s_1H 的关系可用 MATLAB 或其它软件编制程序进行计算。

表 1 弯剪型模型的计算用表(第一振型)

a/bH	0.10	0.20	0.40	0.60	0.80	
s_1H	1.575	1.587	1.632	1.701	1.786	
a/bH	1.00	1.20	1.40	1.60	1.80	2.00
s_1H	1.887	2.001	2.132	2.484	2.471	2.722

表 2 弯剪型模型的计算用表(第二振型)

a/bH	0.10	0.20	0.40	0.60	0.80	
s_1H	4.712	4.711	4.705	4.693	4.675	
a/bH	1.00	1.20	1.40	1.60	1.80	2.00
s_1H	4.645	4.601	4.534	4.437	4.293	4.066

表 3 弯剪型模型的计算用表(第三振型)

a/bH	0.10	0.20	0.40	0.60	0.80	
s_1H	7.854	7.855	7.857	7.861	7.868	
a/bH	1.00	1.20	1.40	1.60	1.80	2.00
s_1H	7.878	7.894	7.918	7.952	7.998	8.062

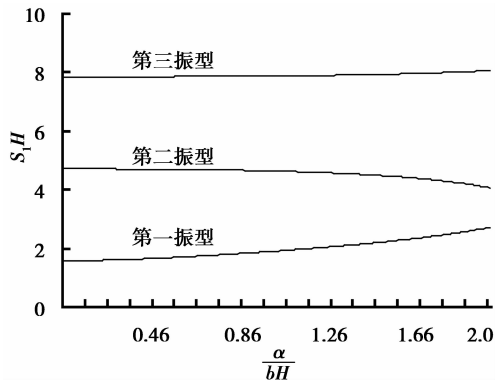


图2 弯剪型模型的计算用图

由此可见,对于任意一个双向壁板式贮液结构,可先计算出 $\frac{a}{bH}$,再由表1~表3查得相应的 s_1H ,将其代入式(32)和式(33)便可得到双向壁板式贮液结构的自振频率和自振周期。对一般工程结构而言,只需计算第一自振周期,故只由表1查得相应的 s_1H ,再由式(33)求得双向壁板式贮液结构的基本周期。

2 不同高度不同变形理论的自振特性

一般来说,进行弹性贮液结构自振特性分析所基于的理论有悬臂剪切梁变形理论、悬臂弯曲梁变形理论和悬臂弯曲剪切梁变形理论3种。对于悬臂剪切变形梁的自振频率,根据现有文献[14],有

$$\omega_j = \frac{(2j-1)\pi}{2H} \sqrt{\frac{G_c A}{mk}} \quad (j=1,2,3,\dots) \quad (35)$$

对于悬臂弯曲变形梁的自振频率,根据现有文献[14],有

$$\omega_j = \frac{(K_j H)^2}{H^2} \sqrt{\frac{EI}{m}} \quad (j=1,2,3,\dots) \quad (36)$$

式中,前3个 $K_j H$ 的值分别为1.875、4.694、7.854。

为了说明基于这3种变形理论的贮液结构自振频率计算的精确程度,文中仅针对壁板厚度为250 mm,平面外围尺寸为6 m×6 m的混凝土矩形贮液结构,根据式(27)、(30)和(31)分别对该矩形贮液结构的基本频率(工程中通常考虑的频率)进行了计算和对比,见表4。

表4 不同高度不同变形理论的自振频率对比 rad/s

H/m	剪切型	弯曲型	弯剪型
3.0	257.06	1 030.36	393.29
6.0	128.53	257.59	128.83
9.0	85.69	114.48	66.25
12.0	64.27	64.40	40.04
13.0	59.32	54.87	34.65
15.0	51.41	41.21	26.64

由表4可以看出,对于弹性矩形贮液结构而言,如假设贮液结构的高宽比为 H/l_1 (l_1 为矩形贮液结构外围的宽度),则当 $0.5 \leq H/l_1 < 1.0$ 时,利用剪切型变形理论所得的结果偏于安全;当 $H/l_1 = 1.0$ 时,利用剪切型变形理论所得的结果是精确的;当 $1.0 < H/l_1 < 2.0$ 时,剪切型和弯曲型的计算结果相比,剪切型变形理论所得的结果更接近精确解;当 $H/l_1 = 2.0$ 时,利用剪切型变形理论和弯曲型变形理论所得的结果是基本相同的,但都是近似的;当 $H/l_1 > 2.0$ 时,剪切型和弯曲型的计算结果相比,弯曲型变形理论所得的结果更接近精确解。因此,对弹性贮液结构来说,不宜采用弯曲型变形理论;考虑到利用弯剪型变形理论解决问题的难度,建议采用剪切型变形理论进行近似计算。

3 数值算例

某高度为6 m的单格混凝土贮液结构,壁板厚度取250 mm,平面外围尺寸为6 m×6 m,混凝土采用C35,试求前3个自振频率及其相应的振型。

混凝土的弹性模量 E_c 为 3.15×10^7 kN/m²,混凝土的剪切模量 G_c 为 1.26×10^7 kN/m²,混凝土的密度 ρ_c 为25 kN/m³, $\bar{m} = 143.75$ kN/m,截面面积 A 为5.75 m²,截面的惯性矩 I 为31.744 8 m⁴,截面系数 k 为2.091^[15]。

经计算, $\frac{a}{bH} = 0.877 2$,由式(25)或表1~表3可得前3个振型的 s_1H 分别为1.823 3、4.664 7、7.871 2。将 s_1H 代入式(27)可得前3个振型的自振频率 ω 分别为128.83、377.61、649.16 rad/s;将 s_1H 代入式(33)可得前3个振型的自振频率 T 分别为0.049、0.017、0.01 s;将 s_1H 代入式(34)可得前3个振型分别如图3所示。

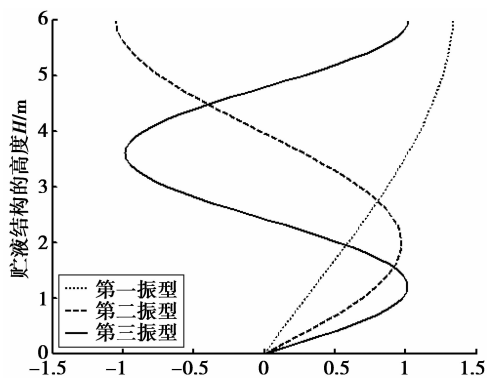


图 3 前三阶振型示意图

4 结 论

首先推导了基于弯剪型变形理论的贮液结构自振频率、周期和振型的计算公式,为便于工程应用,利用 MATLAB 软件编制程序计算,分别给出了前 3 个振型的计算图表,并对不同高度不同变形理论的自振频率进行了对比,从而为工程结构的动力计算提供了理论依据。

1) 分析结果不仅适用于弹性贮液结构,而且适用于剪力墙等竖向分布比较均匀的弹性结构。

2) 分析结果不仅适用于矩形贮液结构,而且适用于圆形等其它形状的贮液结构。

3) 为了简化计算,当矩形贮液结构的高宽比在 $0.5 < H/l_1 < 2.0$ 范围时,可采用剪切型变形理论进行近似计算;当矩形贮液结构的高宽比 H/l_1 大于 2.0 时,可采用弯曲型变形理论进行近似计算。

参考文献:

- [1] 魏发远,黄玉盈,金涛. 矩形水槽在任意地面运动激励下的响应[J]. 华中理工大学报,1997,25(6):70-79.
WEI FA-YUAN, HUANG YU-YING, JIN TAO. The response of a rectangular sink to random excitation due to ground movement [J]. Journal of Huazhong University Science & Technology, 1997, 25(6):70-79.
- [2] 翁智远,徐礼存. 圆柱形弹性贮液容器的自振特性分析[J]. 力学季刊,2000,21(1):110-117.
WENG ZHI-YUAN, XU LI-CUN. Free vibrational characteristic analysis for an elastic cylindrical liquid storage tank[J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 2000, 21(1):110-117.
- [3] 杜永峰,史晓宇,程选生. 钢筋混凝土矩形贮液结构的液固耦合振动[J]. 甘肃科学学报,2008,20(2):45-49.
DU YONG-FENG, SHI XIAO-YU, CHENG XUAN-SHENG. Vibration of reinforced concrete rectangular liquid-storage structures with liquid-structure interaction[J]. Journal of Gansu Sciences, 2008, 20(2):45-49.
- [4] 刘宗贤,曹志远. 多层与高层工业及民用建筑结构自振特性分析[J]. 建筑结构学报,1994,15(4):62-76.
LIU ZHONG-XIAN, CAO ZHI-YUAN. Analysis of natural vibration of multistory and highrise industrial and civil building structures [J]. Journal of Building Structures, 1994, 15(4): 62-76.
- [5] HAN R. P S, LIU J D. Free vibration analysis of a fluid-loaded variable thickness cylindrical tanks [J]. Journal of Sound and Vibration, 1994, 176, (2): 235-253.
- [6] ZHOU DING. Free bending vibration of cylindrical tank partially filled with liquid and submerged in water [J]. Applied Mathematics and Mechanics: English Edition, 1990, 11(5): 469-477.
- [7] MAEKAWA A, SHIMIZUY, SUZUKI M, et al. Study of correlation between beam vibration and oval vibration on cylindrical water storage tank [C]// Proceedings of American Society of Mechanical Engineers 2005 Pressure Vessels and Piping Conference (PVP2005), July 17-21, 2005, Denver, Colorado, USA. [S. l.]: IEEE Press, 2005, 4:121-129.
- [8] MAEKAWA A, FUJITA K. Coupling between beam-type vibration and oval-type vibration of a cylindrical water storage tank[J]. WIT Transactions on the Built Environment, 2007, 92:121-130.
- [9] MAEKAWA A, FUJITA K, SUZUKI M. Seismic response reduction caused by coupling between beam-type and oval-type vibrations of a cylindrical water storage tank under large excitation[C]//Proceedings of American Society of Mechanical Engineers 2007 Pressure Vessels and Piping Conference (PVP2007), July 22-26, 2007, San Antonio, Texas, USA. [S. l.]: IEEE Press, 2007, 8: 303-310.
- [10] 张相庭. 高层建筑抗风抗震设计计算[M]. 上海:同济大学出版社,1997:134-138.
- [11] 克拉夫 R W, 彭津 J. 结构动力学[M]. 王光远,译. 北京:科学出版社,1981:195-215.
- [12] 唐友刚. 高等结构动力学[M]. 天津:天津大学出版社,2002:52-76.
- [13] 张相庭,王志培,黄本才,等. 结构振动力学[M]. 上海:同济大学出版社,2005:93-118.
- [14] 居荣初,曾心传. 弹性结构与液体的耦联振动理论[M]. 北京:地震出版社,1983:40-92.
- [15] GB 50010—2002,混凝土结构设计规范[S]. 北京:中国建筑工业出版社,2002.