

文章编号:1000-582X(2012)01-029-05

# 齿轮故障的最优 Gabor 窗谱检测法

柏 林, 彭春阳, 杨冠琼

(重庆大学 机械传动国家重点实验室, 重庆 400044)

**摘 要:** 齿轮振动信号中存在大量非平稳信号, 在用 Gabor 谱来进行齿轮振动信号时频分析的基础上, 针对 Gabor 变换中窗函数选择的问题, 采用熵度量法来选择最优的 Gabor 窗函数宽度, 提高了 Gabor 变换的时频聚集性; 利用谱图的具有特殊的交叉项机理, 在自项支撑区域内做出信号的 Gabor 谱图, 有效去除了分量间的交叉项, 并在 Gabor 谱图上来分析齿轮振动信号的时频分布, 且与传统的分析方法作了比较。实验结果表明, 在优化的 Gabor 谱图上能很直观地反应存在异常的齿轮及能量随时间的变化, 能较易地诊断出齿轮故障。

**关键词:** Gabor 变换; 熵度量; 窗函数宽度; 齿轮故障诊断

**中图分类号:** TH115; TH165

**文献标志码:** A

## The optimized Gabor window spectrum of gear fault diagnosis detection

BO Lin, PENG Chun-yang, YANG Guan-qiong

(The State Key Laboratory of Mechanical Transmission, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China)

**Abstract:** There is a lot of non-stationary signals in gear vibration signals, which is analyzed by using Gabor spectrum. To resolve the problem of the choice of window, a method based on entropy is proposed to select the optimal Gabor window width, and the time-frequency resolution of Gabor transform is improved. Since the spectrum has its specific mechanism of crossing-item, the Gabor spectrum is calculated in the region of the key support area and the crossing-item is effectively removed, then the Gabor spectrum is used to analysis the time-frequency distribution of vibration signals of gear, and this method is compared with traditional analysis methods. The result shows that the Gabor spectrum can intuitively react abnormal gear and energy changes with time, and easily diagnose the gear fault.

**Key words:** Gabor transform; entropy measure; window width; gear fault diagnosis

齿轮传动是机械设备中最常用的传动方式之一, 其经常工作在高速、高负荷、高冲击的环境下, 容易发生疲劳、裂纹和断齿等多种故障, 并进一步诱发其他机械故障, 从而导致巨大损失。齿轮振动信号中存在大量的非平稳信号, 用传统的频谱分析方法进行诊断时往往不能取得很好的效果。

时频分析能反映频率随时间的变化规律, 是分析非稳态信号的有力手段, 国内外研究者在这方面

做了大量的研究, 常用的时频分析技术有短时傅里叶变换、Gabor 变换、Wigner-Ville 分布(WVD)和小波变换等<sup>[1]</sup>。但这些方法都有局限性, 如文献[2]中短时傅里叶变换窗函数必须是窄窗, 其不能兼顾频率与时间分辨率的需求, 适用范围小; 文献[3]中 Wigner-Ville 分布易受到交叉项的干扰, 产生频率混叠, 从而引起误诊断; 文献[4]中表明小波变换中最优小波基的选择是个难点, 且在小波变换中, 小波

**收稿日期:** 2011-08-15

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(51005261); 重庆市科委自然科学基金计划资助项目(CSTS, 2009BB3194); 重庆大学 211 工程(S-09106)

**作者简介:** 柏林(1972-), 男, 重庆大学副教授, 博士, 研究方向为虚拟仪器及信号处理, (E-mail) bolin0001@yahoo.com.cn。

基一经选择,在整个分解和重构过程中都无法更改,因此有可能小波基在全局是最佳的,但是对某个局部来说可能是最差的<sup>[1]</sup>;文献[5]中提出 Gabor 谱图方法是不同于其他联合时频分析的一种方法,它首先将信号分解为 Gabor 原子,然后计算原子间的 WVD,最后达到时频表示的目的。而在计算 Gabor 谱图的过程中,信号分解为 Gabor 原子时,会遇到窗函数及窗函数宽度的选择问题,不同的窗函数及窗宽产生的 Gabor 时频表示的性能也不同;在计算原子间 WVD 时,存在大量交叉项干扰。针对以上问题,笔者根据熵度量来实现最优 Gabor 窗函数宽度的选择,利用谱图具有的特殊的交叉项机理,估算出谱图的自项支撑区域,在此基础上做出齿轮振动信号的 Gabor 谱图,用来分析齿轮的故障,并与传统的方法进行了比较。

## 1 Gabor 谱理论及谱图修正

对于离散信号  $x(k)$ ,其 Gabor 展开形式<sup>[6]</sup>可表示为

$$x(k) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{mn} g_{mn}(k), \quad (1)$$

式中:  $k=0, 1, 2, \dots$ ; 系数  $c_{mn}$  称为 Gabor 展开系数,  $g_{mn}(k)$  为 Gabor 窗函数,  $m, n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ 。Gabor 变换的意义就在于可构造出相对时间和频率都容易定位且高度聚集的 Gabor 基。因此,任何能量有限的信号,都可利用 Gabor 基的线性组合来表示<sup>[7-8]</sup>。对式(1)两端作 Wigner 变换<sup>[9-11]</sup>,设定曼哈顿距离  $D=(|m-m'|+|n-n'|)$ ,得到 Gabor 谱图(GS)<sup>[12-14]</sup>

$$GS_x(k, \omega) = \sum_{|m-m'|+|n-n'| \leq D} c_{mn} c_{m'n'}^* WVD_{gg'}(k, \omega), \quad (2)$$

联合时频分辨率与 Gabor 谱图的交叉项随阶次的增加而增大,当  $D=0$  时, Gabor 谱图类似 STFT 谱图,当  $D$  趋于无穷时, Gabor 谱图接近于 WVD。

为了保证使式(2)中时频谱的交叉项最小且具有满意时频分辨率,就必须对式(2)中的时频谱进行修正优化。文献[15]表明通过限制 Gabor 谱图的支撑区域在 Gabor 系数所估计的支撑区域,可获得只包含自项的支撑区域的 Gabor 谱图,在自项支撑区域  $A$  内计算 Gabor 谱图,可以大大去除分量间的交叉项,达到很好的时频分布结果。设 Gabor 谱的支撑区域  $A$ ,则有修正的 Gabor 谱

$$GS_x(k, \omega) = \sum_A c_{mn} c_{m'n'}^* WVD_{gg'}(k, \omega), \quad (3)$$

式中  $A=\alpha * Z$ ,  $Z$  为 Gabor 系数所估计的支撑区域,  $\alpha$  为估计阈值。使  $g_{mn}(k)$  与  $g_{m'n'}(k)$  限制在自项支

撑区域  $A$  内就可得到  $GS(k, \omega)$  在最小交叉项干扰的情况下保证满意的时频分辨率。

## 2 基于熵的 Gabor 窗函数宽度的选择

齿轮振动信号中存在大量非平稳信号,在用 Gabor 谱图来进行齿轮的故障诊断时,为了突出非稳态信号分量,其中窗函数及其宽度的选择非常关键。如果窗函数宽度与信号的非平稳程度相当,则得到的时频表示性能也较好<sup>[16]</sup>。

香农熵可以用来评价信号的时频聚集性和信号的复杂度<sup>[17]</sup>。根据香农熵可以选择能使齿轮信号的 Gabor 时频聚集性最好的窗宽。

定义信号的 Gabor 表示为

$$P_s = |c_{mn}|^2, \quad (4)$$

其中  $c_{mn}$  为 Gabor 展开系数。

用于时频分布聚集性度量的香农熵可表示为

$$H = 1 + \sum_m \sum_n P_s(m, n) \log_{MN}(P_s(m, n)), \quad (5)$$

其中  $N$  和  $M$  分别表示时频分布的时间和频率点数。当信号时频分布的能量在时频平面内均匀分布时,即  $P_s(m, n) = 1/MN$ ,  $H$  取得最小值 0; 当时频分布的能量聚集到一点时,  $P_s(m, n) = \delta(m - m_0, n - n_0)$ ,  $H$  取得最大值 1<sup>[18]</sup>。当  $H$  值最大时,此时的窗宽就为最优宽。

## 3 故障诊断系统实现

诊断过程首先利用传感器对设备的实际状态进行在线监测,采集齿轮在各个状态下的数据(信号);经信号预处理后再进行 Gabor 变换,此时要进行最优窗宽的计算选择;然后计算 Gabor 谱,对于计算出的谱图作出修正,做出 Gabor 谱图,再进行齿轮故障诊断分析。

在本文中,对于 Gabor 时频变换的窗函数,仍然采用时频分析中广泛采用的高斯函数,离散高斯函数可定义为  $g(k) = e^{(-\pi(k/K_0)^2)}$ , 其中  $K_0$  为半窗,  $k = -K_0, \dots, -1, 0, 1, \dots, K_0$ , 最优窗宽根据熵的最优窗宽算法求出,对谱图的修正采用在自项支撑区域  $A$  内计算 Gabor 谱图来实现。具体步骤如下:

- 1) 选择初始窗宽  $K_0$ , 计算信号的 Gabor 展开系数  $c_{mn}$ ;
- 2) 由式(4)计算信号的 Gabor 表示值  $P_s$ ;
- 3) 由式(5)计算信号的香农熵  $H$  值, 如果  $H=1$ , 转步骤 6;
- 4) 否则就取窗宽  $K_n = K_{n-1} + \Delta K$ ,  $\Delta K$  为步长,  $n=1, 2, 3, \dots$ ;
- 5) 重新计算  $c_{mn}$ ,  $P_s$  值, 再由式(5)计算  $H$  值, 直

到  $H$  值达到最大;

6) 此时 Gabor 展开系数  $c_{mm}$  所用的窗宽为最优窗宽;

7) 计算最优窗宽下的 Gabor 展开系数  $|c_{mm}|^2$ , 通过阈值的方法估计自项支撑区域  $A$ ;

8) 在自项的支撑区域  $A$  内, 计算 Gabor 谱  $GS(k, \omega)$ , 做出 Gabor 谱图;

9) 根据 Gabor 谱图来进行齿轮故障诊断分析。

## 4 实验分析

在某齿轮故障实验台上, 扭矩为  $40 \text{ N} \cdot \text{m}$  的环境下模拟了齿轮磨损故障, 从标记的参考点处, 大齿轮在 25、26 齿出现磨损, 小齿轮各齿均有磨损, 如图 1、2 所示。

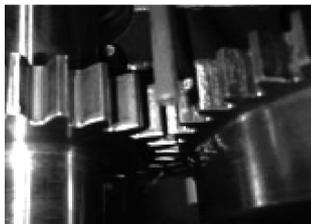


图 1 齿轮啮合实体图

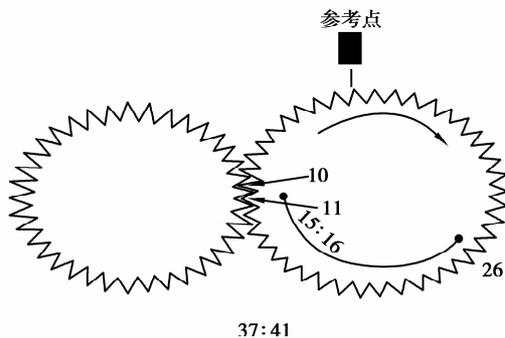


图 2 齿轮啮合简图

实验所选取的啮合齿轮的齿数分别为 41 和 37, 大齿轮所在轴的转速为  $600 \text{ r/min}$ , 齿轮每转采样点数为 1 024。计算出齿轮的啮合频率为  $410 \text{ Hz}$ , 大齿轮所在轴的转频为  $10.0 \text{ Hz}$ , 小齿轮所在轴的转频为  $11.081 \text{ Hz}$ 。图 3 为齿轮连续工作  $10 \text{ h}$  后的振动信号的时域波形图, 图 4 为其 FFT 频谱图。

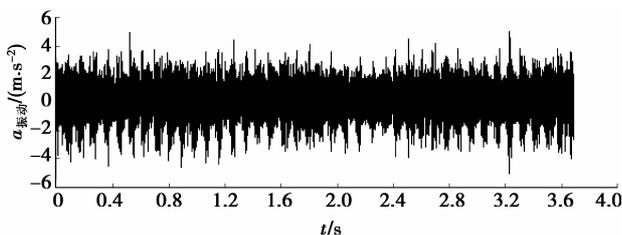


图 3 齿轮振动信号的时域波形图

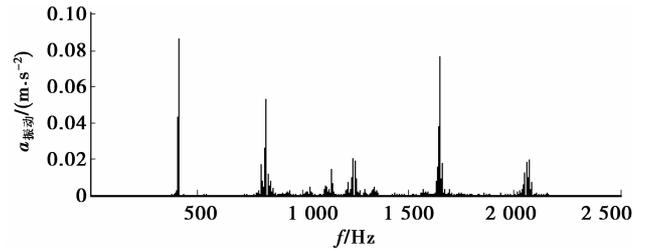


图 4 齿轮振动信号的频谱图

从时域图上可以看出, 信号呈现不规则震荡, 有冲击产生, 信号幅值明显偏大, 在功率谱上, 在啮合频率  $410 \text{ Hz}$  处第一次出现峰值, 啮合频率的高倍频也在频谱上出现, 且伴随着边频带的产生, 成分复杂。

从时域频域上很难获取进一步的信息, 根据公式(1)、(2)、(3), 对信号进行 Gabor 联合时频分析, 实验取 Gabor 窗为高斯窗, 根据第 2 节中介绍的熵度量方法, 求得最优窗宽度为 128, 阈值范围取 25%, 时间步长取 1。为了便于比较, 笔者首先做出了在未磨损状态下的 Gabor 谱图, 如图 5 所示, 图 6、7、8 为振动信号不同窗宽度下的 Gabor 谱图。

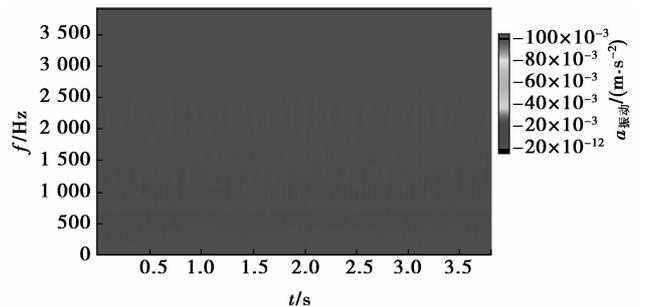


图 5 未磨损时的 Gabor 谱图

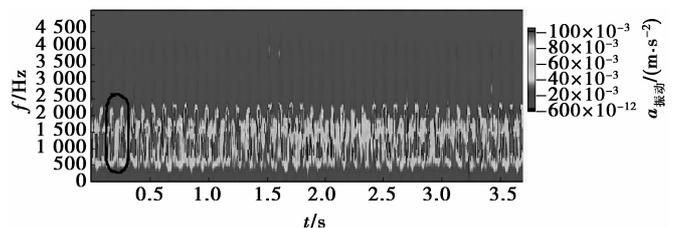


图 6 窗宽过窄时的 Gabor 谱图

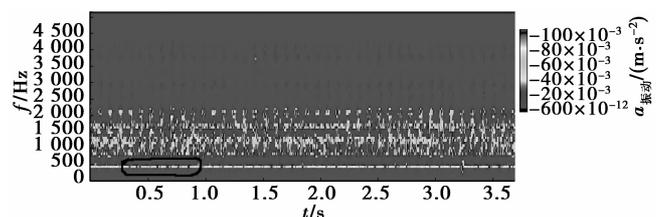


图 7 窗宽过宽时的 Gabor 谱图

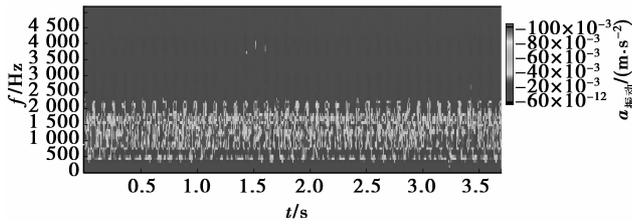


图 8 窗宽优化后的 Gabor 谱图

从图 5 中可以看出,未磨损时由于齿轮啮合频率及其倍频成分幅值低(最大约  $30 \times 10^{-3}$ ),振动能量小,在谱图中表现不出明显的特征变化。

从图 6 中可以看出,齿轮发生磨损后,其啮合频率及其谐波的幅值显著增大,振动能量也大幅度的增加。在此窗宽下的谱图,齿轮啮合频率及其倍频成分模糊,在图上分辨不出。当窗宽宽度过大时,得到谱图如图 7。

从图 7 中可以看出,窗宽过大时,虽然齿轮啮合频率及其倍频成分能够分辨出来,但是齿轮间的啮合周期却变得很模糊,分辨不出来。采用第 2 节中介绍的熵度量方法求得最优窗宽谱图如图 8。

可以看出,根据最优的窗宽做出来的谱图,齿轮啮合频率及其倍频成分、齿轮间的啮合周期均可以在谱图上很好地表现出来。从图 6、7、8 中可以看出,与基于最优窗宽的 Gabor 谱图相比,图 6、7 中聚集性和时频分辨率都比图 8 中的要差。故采用熵度量能够提高时频的聚集性,增加时频分析的可读性和准确性。

从图 8 Gabor 谱图中可以看出,在啮合频率的 2 倍频及 3 倍频处,较大冲击出现 41 次,大齿轮 37 转谱图上出现了 41 次调制,这说明小齿轮存在异常。用传统的包络解调来分析 2 倍频处的调制情况,中心频率取 820 Hz,带宽依据 Gabor 谱图上的宽度,取 300,低通滤波后得到的解调谱如图 9。

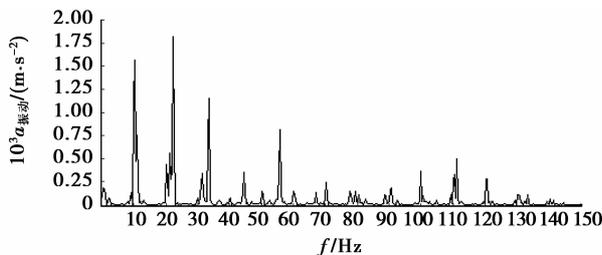


图 9 齿轮振动信号的解调谱

从图中可以看出,小齿轮所在轴的转频 11.081 Hz 及其倍频出现在解调谱上,说明小齿轮存在异常,与在 Gabor 谱图上预测的一样。

继续回到 Gabor 谱图上,在 5 倍频啮合频率处,较大的冲击 4 次一组间隔出现,这是由于大小齿轮都存在异常产生调制的结果。在啮合频率,第 32 转处出现大冲击,初步判断这是由于啮合频率处大小齿轮啮合面均存在磨损的结果,因为如果仅有一个齿面出现异常,就不会激起啮合频率处的大冲击。

下面重点来研究啮合频率处的谱图,从标定的参考点处分析,这时大齿轮的 11 与 12 齿刚好进入啮合状态,距离实验模拟的存在磨损的大齿轮 25、26 齿处还有 15-16 齿的时间,因此可以预测大约在大齿轮第 32 转时的 15.5/37 处必然会有一次较大的冲击出现,实验采样为 1 024,则在采样点的  $(15.5/37) \times 1\,024 \approx 429$  点处会出现大的冲击。下面单独分析大齿轮第 32 转时的振动情况,齿轮每转采样 1 024,到第 32 转时,采样点数共为 32 768 点,故从 32 768 点处开始截取波形,截取长度为 1 024,图 10 为时域波形,图 11 为细化 Gabor 谱图。

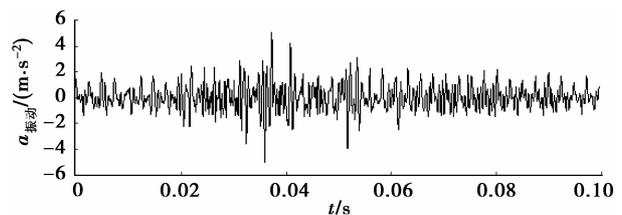


图 10 大齿轮第 32 转时时域波形

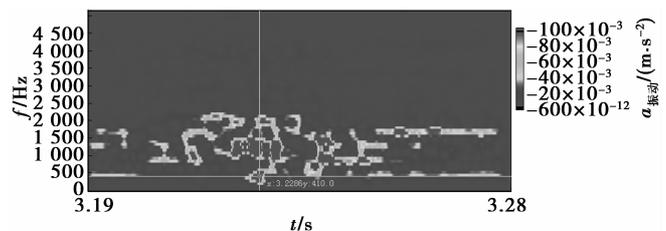


图 11 大齿轮第 32 转时 Gabor 谱图

从图中可以看出,在啮合频率处,从分析时间开始到出现大的冲击时间间隔约为 0.04 s,计算得出此时采样点大致在  $(0.04/0.1) \times 1\,024 \approx 410$  点处,这与估计的 429 点相差不大,出现偏差主要是由于外部如测量精度、计算误差及齿轮本身的一些原因造成的,故判断大齿轮的第 25 及 26 齿出现异常,因此验证了上文的推测。

## 5 结 论

齿轮发生磨损时,主要表现为振动能量的变化,用传统的诊断方法在这类诊断中效果不是很好。通

过分析,可以看出利用 Gabor 谱图可以很好地表现出齿轮振动信号的能量分布。通过 Gabor 谱图,可以得到信号随时间的能量变化情况,齿轮存在异常时的调制情况,特别是啮合齿轮同时调制时的情况,为存在复杂磨损故障的齿轮振动信号进行故障诊断提供了依据。Gabor 谱图还可以作为齿轮故障的监控,并且具有明显的优越性。齿轮故障信号复杂,应进一步发展或结合其他故障诊断方法,进行更为精确的诊断。

#### 参考文献:

- [1] 朱冰莲,吕佶. 时频表达在心音研究中的应用[J]. 重庆大学学报:自然科学版,2006,29(5):116-119.  
ZHU BING-LIAN, LU JI. Application of time-frequency representations in study on heart sound[J]. Journal of Chongqing University: Natural Science Edition,2006,29(5):116-119.
- [2] DU Y Y, WANG X. Research on fault detection of high voltage inverter based on STFT [J]. Control and Decision Conference,2010(10): 2229-2233.
- [3] 向玲,唐贵基,胡爱军. 旋转机械非平稳振动信号的时频分析比较[J]. 振动与冲击,2010,29(2):42-45.  
XIANG LING, TANG GUI-JI, HU AI-JUN. Vibration signal s time-frequency analysis and comparison for a rotating machinery[J]. Journal of Vibration and Shock, 2010,29 (2):42-45.
- [4] YU D J, REN W X. EMD-based stochastic subspace identification of structures from operational vibration measurements [J]. Engineering Structures, 2005, 27(12): 1741-1751.
- [5] QIAN S, RAO Y, CHEN D P. A fast gabor spectrogram[C]// Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, June 5-9, 2000, Istanbul, Turkey. [S.l.]: IEEE Press,2000,2:653-656.
- [6] ZHOU J, TAO L. Speech enhancement in joint time-frequency domain based on real-valued discrete gabor transform[J]. Computer Science and Education,2010, 5: 1028-1031.
- [7] SZMAJDA M, GORECKI K, MROCZKA J. Gabor transform, gabor-wigner transform and SPWVD as a time-frequency analysis of power quality[J]. Harmonics and Quality of Power,2010,14:1-8.
- [8] 印勇,李荣岗,王建东,等. 人脸表情识别的 Gabor 变换最优通道模糊融合方法[J]. 重庆大学学报,2010, 33(7):97-101.
- YIN YONG, LI RONG-GANG, WANG JIAN-DONG, et al. A fuzzy fusion approach to gabor transform optimal channels for facial expression recognition[J]. Journal of Chongqing University,2010,33(7):97-101.
- [9] SHUI P L, SHANG H Y, ZHAO Y B. Instantaneous frequency estimation based on directionally smoothed pseudo-Wigner-Ville distribution bank[J]. IET Radar, Sonar and Navigation,2007,1(4):317-325.
- [10] 刘文彬,郭瑜,李之雄. 基于 Gabor 展开的 Wigner-Ville 分布的交叉项消除[J]. 振动与冲击,2008,27(10): 121-123.  
LIU WEN-BIN, GUO YU, LI ZHI-XIONG. Removal of crossing-items of WVD based on gabor expansion[J]. Journal of Vibration and Shock,2008,27(10):121-123.
- [11] PACHOR R B, SIRCAR I P. A new technique to reduce cross terms in the Wigner distribution [J]. Digital Signal Processing,2007,17(2): 466-474.
- [12] GU J J, TAO L. DCT-based real-valued discrete gabor transform and its fast algorithms [J]. Computing, Communication, Control and Management,2008,2(14): 99 -103.
- [13] LI Y Q, SHUI P L, LIN Y. New method to suppress cross-terms of WVD via thresholding superimposition of multiple spectrograms[J]. Journal of Electronics & Information Technology,2006,28(8):1435-1438.
- [14] QIAN S. Introduction to time-frequency and wavelet transforms[M]. New Jersey: Prentice Hall,2005.
- [15] PEI S C, WANG P W. Energy concentration enhancement using window width optimization in S transform[C]//Proceedings of 2010 IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing, March 14-19, 2010, Dallas, TX, USA. [S. l.]: IEEE Press,2010: 4106-4109.
- [16] MALARVILI M B, SUCIC V, MESBAH M, et al. Renyi entropy of quadratic time-frequency distributions: effects of signal's parameters[J]. Signal Processing and Its Applications,2007,10: 1-4.
- [17] 杜秀丽,沈毅,王艳. 基于熵的 Gabor 变换窗函数宽度自适应选择算法[J]. 电子与信息学报,2008,30(10): 2291-2294.  
DU XIU-LI, SHEN YI, WANG YAN. Adaptive window width selection algorithm for gabor transform based on entropy [J]. Journal of Electronics & Information Technology,2008,30(10):2291-2294.