

文章编号: 1000-582X(2012)01-034-05

简单膨胀腔消声器声学特性的内部结构拓扑优化

刘嘉敏, 黄虹溥, 孙小园

(重庆大学 光电技术及系统教育部重点实验室, 重庆 400044)

摘要:以二维有限元并结合一种基于梯度的优化算法——移动渐近线法来对简单膨胀腔消声器内部结构进行拓扑优化。在拓扑优化的基础上进一步研究了尺寸优化的方法。膨胀腔内部结构的变化会引起其传递损失的变化。联合 COMSOL 与 MATLAB 编程, 数值计算结果表明在目标波数下优化后的消声器声学特性远优于简单膨胀腔消声器。

关键词:消声器; 拓扑; 优化; 声学特性

中图分类号: TK421

文献标志码: A

Topology optimization of simple expansion chamber muffler internal configuration for acoustical performance

LIU Jia-min, HUANG Hong-pu, SUN Xiao-yuan

(Key Lab of Optoelectronic Technology & Systems, Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China)

Abstract: The topology optimization of the internal structure of a simple expansion chamber muffler is realized by using two-dimensional finite element and combined with a gradient-based optimization algorithm, the method of moving asymptotes. Then, on the basis of topology optimization, the size optimization is further studied. The change of the expansion chamber's internal structure causes the change of transmission loss. United COMSOL with MATLAB programming, numerical results show that on the target wave number, the acoustical performance of the optimized muffler is much better than that of a simple expansion chamber muffler.

Key words: mufflers; topology; optimization; acoustical performance

噪声不仅对人心理、也对生理产生巨大的伤害, 因此降低产品的噪音变得至关重要, 同时也使产品更有竞争力。在降低来自车辆发动机、压气机及其他机械设备排气系统工业噪声的时候, 常常会使用到消声器系统, 于是优化消声器结构以提高消声量就变得尤为重要。

国外学者 Selamet 等^[1-2]研究了膨胀腔的长度对于消声器声学特性的影响及长度与直径之比对于

简单膨胀腔消声器的影响。Panigrahi 等^[3]提出了一种基于消声器系统几何信息的体积合成算法来研究复杂的、多级联的消声器, 文献[4-5]在此基础上改进原有算法并提出了可适用于计算任意复杂的消声器传递损失的算法。近来 Lee 等^[6]提出了以一种基于梯度的优化算法——移动渐近线法^[7]并联合有限元来对消声器内部结构进行拓扑优化。国内学者多以传递矩阵法与其他优化算法结合对消声器进行优化^[8-10], 或者以单独的传递矩阵法和单独的有限

收稿日期: 2011-08-05

基金项目: 重庆市自然科学基金资助项目(CSTC, 2008BB0035)

作者简介: 刘嘉敏(1973-), 男, 重庆大学副教授, 博士, 主要从事计算机仿真技术、信息获取与处理等研究,
(E-mail)liujm@cqu.edu.cn。

元进行分析^[11-15]。但这些研究只能对有限的消声器结构方案进行分析,从而得出其声学特性以评判优劣,这些方案可能不包含或者很难获得最优结构,所以这些研究都不是系统的优化算法。

笔者利用已有的基于移动渐近线法的拓扑优化法,进行更进一步的优化方案——尺寸优化。通过对消声器内部管的长度等尺寸进行更精细的优化设计,使其消声性能进一步提升。

1 简单膨胀腔消声器

图 1 中的简单膨胀腔适用于 Helmholtz 公式

$$\nabla \cdot (\nabla p) + k^2 \cdot p = 0, \quad (1)$$

式中: k 表示波数; p 表示声压。

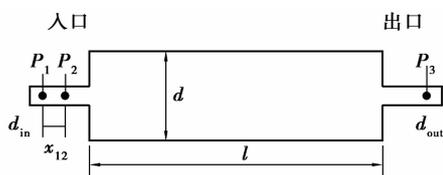


图 1 简单膨胀腔

图 1 中 d_{in} 表示入口直径,其值为 0.03 m, d_{out} 表示出口直径,其值为 0.03 m, d 、 l 分别表示膨胀腔的直径,其值为 0.15、0.50 m, p_1 、 p_2 、 p_3 分别表示所在处的声压, x_{12} 表示 p_1 与 p_2 所在处的横向距离。

当已知 p_1 、 p_2 、 p_3 所在处的声压后,可利用式(2)计算消声器的传递损失^[16]

$$T_L = 20 \cdot \log_{10} \left| \frac{1}{p_3} \frac{p_1 - p_2 \cdot e^{-j \cdot k \cdot x_{12}}}{1 - e^{-j \cdot 2k \cdot x_{12}}} \right|, j = \sqrt{-1}. \quad (2)$$

因为拓扑优化需要对膨胀腔进行声学特性分析,所以将使用商业软件 COMSOL^[17] 进行有限元分析。

式(1)的有限元逼近为

$$[\mathbf{K} - k^2 \mathbf{M}] \mathbf{P} = \mathbf{F}, \quad (3a)$$

$$\mathbf{K} = \sum_{n=1}^N \mathbf{A} \mathbf{k}_n, \quad (3b)$$

$$\mathbf{M} = \sum_{n=1}^N \mathbf{A} \mathbf{m}_n, \quad (3c)$$

式中: \mathbf{P} 表示由各节点声压所组成的列向量; \mathbf{F} 分别表示由各节点源项所组成的列向量;刚度矩阵 \mathbf{K} 与质量矩阵 \mathbf{M} 分别由单元刚度矩阵 \mathbf{k}_n 、单元质量矩阵 \mathbf{m}_n 装配而成; \mathbf{A} 表示装配算子, N 表示有限元单元的个数。

为了能进行有限元数值分析,边界条件必须设

定正确。除了入口与出口,其他壁面均设定为刚性壁面,

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -jk\rho c\bar{v}, \text{入口}; \quad (4a)$$

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -jk\rho cBp, \text{出口}; \quad (4b)$$

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0, \text{刚性壁面}. \quad (4c)$$

式中:入口的振动速度 $\bar{v} = 1$, 出口为吸声末端的导纳; B 为特性阻抗的倒数; ρ 表示介质的密度; c 表示声速。

Helmholtz 公式是典型的偏微分方程,后面的数值计算均采用 COMSOL 的 PDE 模式下的古典偏微分方程模块。为了促进数值分析与优化并实现算法,故采用二维有限元法,此节使用自由网格。图 2 为膨胀腔在不同波数下 COMSOL 计算的传递损失曲线。

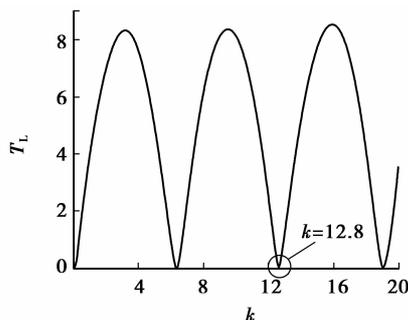


图 2 简单膨胀腔的传递损失曲线

2 拓扑优化及结果

在进行拓扑优化之前需要确定哪些部分为设计域,哪些部分为非设计域。图 3 中入口与出口连线方向并与入口等直径的部分设定为非设计域,这样的安排可以使得发动机产生的废气有效地通过消声器。



图 3 设计域与非设计域

为了使得拓扑优化变得更容易进行,网格部分不能像第 1 节使用自由网格单元,而是采用映射网格。为了保证数值计算的精度,单元的边长采用等边长 0.01 m,满足单波长内至少有 6 个单元的原则。有限元网格模型如图 4 所示,设计域单元个数

N_1 为 600。

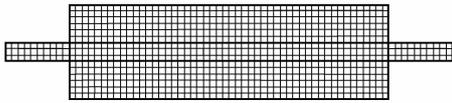


图 4 有限元网格

式(5)为拓扑优化的公式,

$$\begin{aligned} \min \quad & -T_L(k_t), \\ \text{s. t.} \quad & \sum x_n \leq R, \\ & 0 \leq x_n \leq 1, n = 1, 2, \dots, N_1. \end{aligned} \quad (5)$$

式中: $T_L(k_t)$ 表示在目标波数 k_t 下的传递损失; R 表示被去掉单元的最大个数; x_n 表示设计域中某一单元的设计变量。

当设计变量为 0 时,单元的密度等同于空气的密度,也就意味着声波能够从单元的一面传播到另一面;相反地当设计变量为 1 时,单元为刚体,声波被完全反射回来。假设设计域中某单元的密度为 ρ_n ,由于设计域内边界条件为刚性壁面,对于式(3a)-(3c),显然

$$\left[\mathbf{A} \left(\frac{1}{\rho_n} k_n \right) - k^2 \mathbf{A} \left(\frac{1}{\rho_n} m_n \right) \right] \mathbf{P} = 0. \quad (6)$$

令

$$\mathbf{K}_{N_1} = \mathbf{A} \left(\frac{1}{\rho_n} k_n \right), \quad (7a)$$

$$\mathbf{M}_{N_1} = \mathbf{A} \left(\frac{1}{\rho_n} m_n \right), \quad (7b)$$

故式(6)改为

$$[\mathbf{K}_{N_1} - k^2 \mathbf{M}_{N_1}] \mathbf{P} = 0. \quad (8)$$

对于式(8),若 ρ_n 等于空气密度 ρ_{air} ,则单元保持其性质不变;若 ρ_n 等于 $+\infty$,则单元矩阵内元素均为 0,但通常取 $\rho_n = \rho_{\text{rigid}}$ (如 10^7 kg/m^3),这样既可以保证单元贡献足够小,又可以避免总矩阵奇异。

式(9)中若 $x_n = 0$,则 $\rho_n = \rho_{\text{air}}$;若 $x_n = 1$,则 $\rho_n = \rho_{\text{rigid}}$;若 $0 < x_n < 1$,则 $\rho_{\text{air}} < \rho_n < \rho_{\text{rigid}}$,

$$\frac{1}{\rho_n} = 1/\rho_{\text{air}} + x_n(1/\rho_{\text{rigid}} - 1/\rho_{\text{air}}). \quad (9)$$

为了求解式(5)与式(9),采用基于梯度的优化算法——移动渐近线法^[7]来进行拓扑优化。移动渐近线法属于凸规划方法,对复杂的拓扑优化问题,凸规划方法具有更好的适应性。它通过引入移动渐近线,将隐式的优化问题转化成一系列显式的可分离的更为简单的严格凸的近似子优化问题。每一步迭代中,用梯度类算法求解凸近似的子优化问题来获得新的设计变量。对于优化算法需要的灵敏度

$\frac{\partial T_L(k_t)}{\partial x_n}$ 可通过下列分析计算。

由式(3a)可知

$$\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial x_n} = -[\mathbf{K} - k^2 \mathbf{M}]^{-1} \left[\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial x_n} - k^2 \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_n} \right] \mathbf{P}, \quad (10)$$

将式(10)写成全微分形式

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{P} &= \sum_n \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial x_n} \Delta x_n = \\ &= - \sum_n [\mathbf{K} - k^2 \mathbf{M}]^{-1} \left[\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial x_n} - k^2 \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_n} \right] \mathbf{P} \Delta x_n = \\ &= - [\mathbf{K} - k^2 \mathbf{M}]^{-1} [\Delta \mathbf{K} - k^2 \Delta \mathbf{M}] \mathbf{P}. \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_L(k_t)}{\partial x_n} &\approx \frac{\Delta T_L(k_t, \mathbf{P})}{\Delta x_n} = \\ &= \frac{T_L(k_t, \mathbf{P} + \Delta \mathbf{P}) - T_L(k_t, \mathbf{P})}{\Delta x_n}. \end{aligned} \quad (12)$$

结合流程图(图 5 所示)并联合 COMSOL 与 MATLAB^[18]编程。 k_t 与 R 的取值可酌情选取,特别注意的是 R 的取值不宜过大。这是因为消声器不仅具有消声作用,还兼有排气功能, R 取得过大可能引起废气排放不顺从而降低发动机效率。本文 k_t 取图 2 中虚线圆所在位置波谷值对应的波数 12.8, R 为 40。计算机配置 CPU 为 AMD 5400+, 2 G 内存。计算结果如图 6 所示,图 6 反映了在迭代过程中消声器传递损失 T_L 的变化进程。

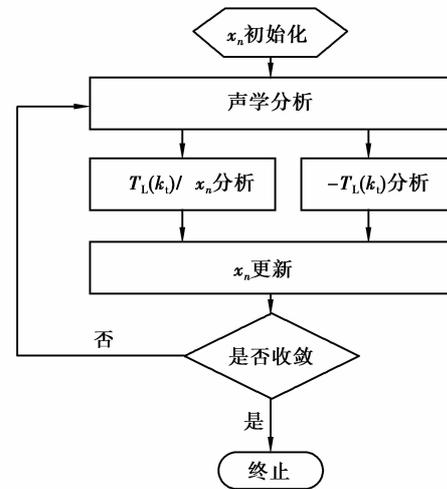


图 5 拓扑优化流程图

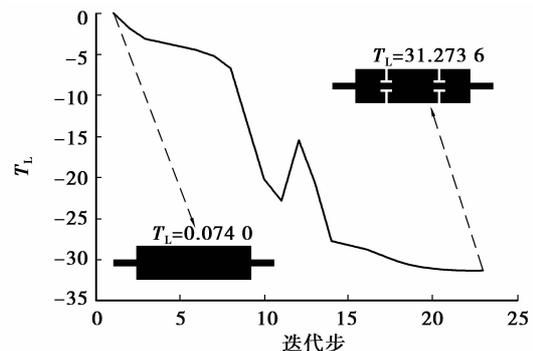


图 6 迭代与拓扑优化后的结构

图 7 为拓扑优化后消声器的传递损失曲线。比较图 2 与图 7 并由图 6 可知在波数为 12.8 处传递损失量提高了近 31 dB,可见拓扑优化后消声器的消声性能有了显著提升。使用 MATLAB 编写的程序用时 166.1 s,可见算法效率也高。

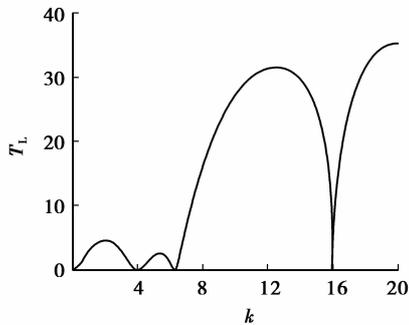


图 7 拓扑优化后的消声器传递损失曲线

3 尺寸优化及结果

图 8 为经拓扑优化后消声器的结构图,图中 $l_1 = 0.13 \text{ m}$, $l_2 = 0.22 \text{ m}$, $l_3 = 0.13 \text{ m}$ 。在拓扑优化的结果或者是已有的消声器结构的基础上,可以对其进行尺寸优化,例如对于图 8 中内部管的长度 $l_1 * x_1$ 、 $l_2 * x_2$ 、 $l_2 * x_3$ 以及 $l_3 * x_4$ 的设计变量进行优化。

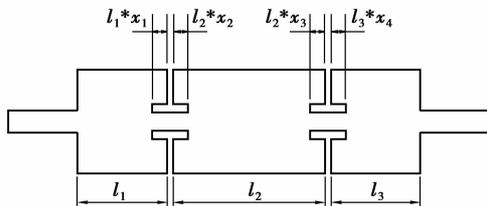


图 8 拓扑优化后的结构图

式(13)为尺寸优化的公式,

$$\left. \begin{aligned} \min \quad & -T_L(k_t), \\ \text{s. t.} \quad & x_2 + x_3 \leq 0.5, \\ & 0 \leq x_1 \leq \frac{0.07}{l_1}, \\ & 0 \leq x_2 \leq \frac{0.11}{l_2}, \\ & 0 \leq x_3 \leq \frac{0.11}{l_2}, \\ & 0 \leq x_4 \leq \frac{0.07}{l_3}. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

尺寸优化的灵敏度计算以及流程图可参照拓扑优化,计算结果如图 9 所示,图 10 反映了尺寸优化完成后,新的消声器结构的传递损失曲线。

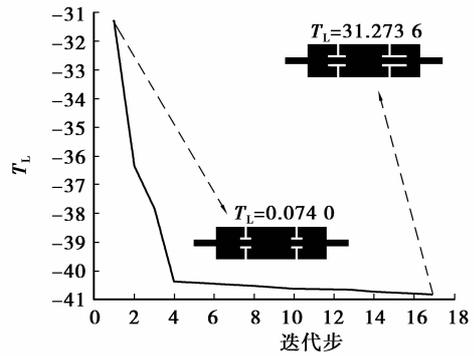


图 9 迭代与尺寸优化后的结构

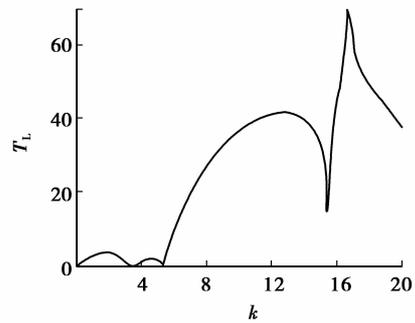


图 10 尺寸优化后的消声器传递损失曲线

比较图 7 与图 10 可知,在波数为 12.8 处传递损失量提高了近 9 dB,可见尺寸优化后消声器的消声性能也明显提升了,程序用时 75.1 s。

图 11 为尺寸优化后的最终结构图,图中 $x_1 = 0.269$, $x_2 = 0.138$, $x_3 = 0.138$, $x_4 = 0.538$ 。消声器从最开始的简单膨胀腔优化成图 11 所示的结构,传递损失提高了近 40 dB。

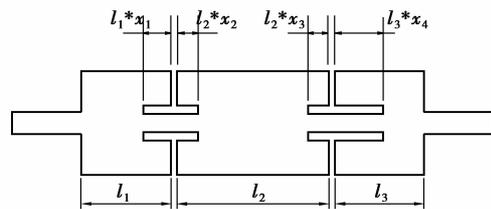


图 11 尺寸优化后的结构图

4 结 论

拓扑优化主要牺牲了其他波数下的传递损失来提高目标波数下的传递损失,但可以看到,对于膨胀腔的 8 dB 的传递损失,优化后波数 0~6 范围内的传递损失下降不大。笔者主要讨论了单一目标波数下的拓扑优化,并未讨论多目标的优化。另外,对于复杂的消声器二维有限元将不再适用,今后可将此方法应用到三维维度上的拓扑优化。

参考文献:

- [1] SELAMET A, RADAVIDICH P M. The effect of length on the acoustic attenuation performance of concentric expansion chambers: an analytical, computational and experimental investigation [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1995, 97(5): 3375-3375.
- [2] SELAMET A, JI Z L. Acoustic attenuation performance of circular flow-reversing chambers [J]. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1998, 104(5): 2867-2877.
- [3] PANIGRAHI S N, MUNJAL M L. Plane wave propagation in generalized multiply connected acoustic filters [J]. *Journal of the Acoustical Society of America*, 2005, 118(5): 2860-2868.
- [4] PANIGRAHI S N, MUNJAL M L. A generalized scheme for analysis of multifarious commercially used mufflers [J]. *Applied Acoustics*, 2007, 68(6): 660-681.
- [5] WANG C N, WU C H, WU Z D. A network approach for analysis of silencers with/without absorbent material [J]. *Applied Acoustics*, 2009, 70(1): 208-214.
- [6] LEE J W, KIM Y Y. Topology optimization of muffler internal partitions for improving acoustical attenuation performance [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2009, 80(4): 455-477.
- [7] SVANBERG K. The method of moving asymptotes: a new model for structural optimization [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1987, 24(2): 359-373.
- [8] 张国胜. 基于遗传算法的汽车排气消声器优化设计研究及其软件开发[D]. 重庆: 重庆大学, 2005.
- [9] 朱秀娥. 遗传算法与神经网络协同优化在排气消声器的应用[D]. 福州: 福建农林大学, 2005.
- [10] 张翠翠, 吴伟蔚, 陈浩. 基于多目标遗传算法的消声器优化设计 [J]. *噪声与振动控制*, 2010, 38(3): 141-143. ZHANG CUI-CUI, WU WEI-WEI, CHEN HAO. Optimal design of mufflers based on multi-objective genetic algorithm [J]. *Noise and Vibration Control*, 2010, 38(3): 141-143.
- [11] 冯莉黎, 翁建生. 排气消声器的声学特性研究及其优化设计 [J]. *噪声与振动控制*, 2009, 36(4): 123-127. FENG LI-LI, WENG JIAN-SHENG. Analysis of acoustic characteristics of exhaust muffler and its optimum design [J]. *Noise and Vibration Control*, 2009, 36(4): 123-127.
- [12] 孟晓宏, 金涛. 复杂结构消声器消声特性的数值分析及结构优化 [J]. *振动工程学报*, 2007, 20(1): 97-100. MENG XIAO-HONG, JIN TAO. Numerical analysis of acoustic characteristic of muffler with complicated structure and structural optimization [J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2007, 20(1): 97-100.
- [13] 钟绍华, 金国栋, 张选国, 等. 消声器优化设计及其性能分析方法的研究 [J]. *内燃机工程*, 2005, 26(1): 55-58. ZHONG SHAO-HUA, JIN GUO-DONG, ZHANG XUAN-GUO, et al. Research on optimization design of muffler and its performance simulation method [J]. *Chinese Internal Combustion Engine Engineering*, 2005, 26(1): 55-58.
- [14] 李以农, 李平, 李超, 等. 摩托车排气消声器声学性能仿真及结构改进 [J]. *重庆大学学报*, 2010, 33(7): 7-11. LI YI-NONG, LI PING, LI CHAO, et al. Acoustics simulation and structure optimization of a motorcar exhaust muffler [J]. *Journal of Chongqing University*, 2010, 33(7): 7-11.
- [15] 罗虹, 王伟戈, 邓兆祥, 等. 汽车排气消声器内部流场和声场数值分析 [J]. *重庆大学学报: 自然版*, 2006, 29(8): 66-69. LUO HONG, WANG WEI-GE, DENG ZHAO-XIANG, et al. Numerical analysis of flow and acoustic field inside the automobile exhaust muffler [J]. *Journal of Chongqing University: Natural Science Edition*, 2006, 29(8): 66-69.
- [16] WU T W, WAN G C. Muffler performance studies using a direct mixed-body boundary element method and a three-point method for evaluating transmission loss [J]. *ASME Journal of Vibration and Acoustics*, 1996, 118(3): 479-484.
- [17] COMSOL Corporation. COMSOL Multiphysics Reference Guide for COMSOL 3. 5a [EB/OL]. (2011-02-14). <http://www.comsol.se>.
- [18] 刘慧颖. MATLAB R2006a 基础教程 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2007.

(编辑 张 苹)