

文章编号:1000-582X(2012)02-035-06

## 三维编队飞行模型建立及自适应鲁棒控制

李 斌,王 强,柴 毅,冯云昊,杜 柳

(重庆大学 自动化学院,重庆 400044)

**摘 要:**以张量分析为工具建立无人机编队飞行相对运动模型,用飞行中外界干扰的估计值构造系统能量函数,根据 Lyapunov 稳定判据,提出一种无人机编队飞行队形保持的自适应鲁棒控制律。研究表明:无人机编队飞行张量模型具有广泛的适用性;为无人机编队飞行深层问题研究、克服标架奇点引起的计算障碍等提供了新途径;提出的控制律简单,有效。

**关键词:**编队飞行;误差模型;李亚普诺夫函数;自适应鲁棒控制

**中图分类号:**TP13

**文献标志码:**A

### Construction of 3-dimensional formation flight model and adaptive robust control

LI Bin, WANG Qiang, CHAI Yi, FENG Yun-hao, DU liu

(Automation Institute of Chongqing University, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China)

**Abstract:** The relative motion model of UAVs formation flight is constructed with tensor analysis, and the system energy function is constructed with the estimations of the external disturbances during flight. According to Lyapunov stability criterion, an adaptive robust control law is presented to keep the UAVs formation flight. The research results show that the proposed UAVs formation flight tensor model has broad applicability, and provides new ways to the further research of the UAVs formation flight as well as new ways to overcome the computing problem resulting from the singular point of the body frame, while the proposed control law is simple and effective.

**Key words:** formation flight; error model; Lyapunov function; adaptive robust control

无人机由于具有重量轻、尺寸小、机动性高、隐蔽性好、适应性强等特点,在军事和民事领域受到广泛关注。近年来,为提高无人机工作效率、增强飞行安全性,人们提出模仿生物某些能力的无人机编队飞行的概念。编队飞行无人机在执行侦察、监视、设置假目标、骚扰与诱惑和电子干扰等任务中显示出重要的作用和巨大的应用潜力。

无人机编队飞行控制研究主要集中在无人机之间相对位置和运动的描述和寻找良好控制策略 2 个方面。前者是研究无人机编队飞行控制的基础;后

者是实现队形稳定、减小气流影响的关键。在飞行描述方面, Jovan D. Boskovic 等提出基于球形参考坐标系的三维编队模型<sup>[1]</sup>; Li Bin 等提出基于柱面参考系的三维编队模型<sup>[2]</sup>; 王正等提出基于旋转参考系的三维编队模型<sup>[3]</sup>; 也有大量的文献提出二维编队飞行模型<sup>[4-7]</sup>。在飞行控制方面, Fabrizio Giulietti 提出使用内外环控制的思想<sup>[5-6]</sup>; Sai-Ming Li 使用全局稳定性的非线性自适应设计思想<sup>[7]</sup>; Bin Zuo 以及王正使用常规的 PID 设计方法进行设计<sup>[3,8]</sup>; Elham Semsar 采用反馈线性化的设计思想

收稿日期:2011-08-20

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60974090)

作者简介:李斌(1958-),男,重庆大学副教授,硕士生导师,主要从事导航控制与控制理论方向的研究,

(Tel)15123361020;(E-mail)ddnznl@163.com。

设计控制器<sup>[9]</sup>。除了传统的 PID 控制以及经典控制,先进控制如模糊控制<sup>[10]</sup>,自适应控制<sup>[11]</sup>,最优控制<sup>[12]</sup>,神经网络控制<sup>[13]</sup>等也有大量应用。随着控制算法的发展以及无人机编队飞行任务要求的提高,一些新的控制算法,如退火递归神经网络控制<sup>[14]</sup>,粒子群算法<sup>[15]</sup>等也获得了应用研究,并取得一定成果。

目前无人机编队飞行控制研究都基于单一型标架(如柱面坐标模型或球面坐标)建立编队飞行模型,所得到的结果适应性受到限制,不便于更多理论和工具的引入。同时标架奇点处飞行状态量计算困难。此外,在实际的飞行中,系统存在着模型、参数的不确定性,环境中的紊流等扰动都会对编队队形的控制和保持产生影响,因此对控制器设计提出了更高的要求。

综合以上因素,以张量分析为工具,建立统一结构形式的无人机编队飞行的张量模型,以扩大模型的适用范围,为无人机编队飞行深层问题研究、克服标架奇点处的计算障碍提供新途径。同时,考虑编队飞行中受到的未知、有界、时变的紊流等扰动,模型、参数不确定性的影响,构建系统能量函数,根据 Lyapunov 稳定判据,提出一种无人机编队飞行队形保持的自适应鲁棒控制律。仿真结果表明,无人机编队飞行张量模型具有普遍的适用性,控制律简捷,有效。

## 1 建立本体坐标系的方法

在编队飞行控制设计中,选取本体标架是第一步。因为描述的是运动的物体,因此选择转动参考坐标系。基于张量的知识,本部分提出一种建立本体标架的方法。

定义一套正交系统  $\sigma[\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3]$  作为地心坐标系,则空间中飞行器的位置则可以描述如下

$$r_l = r_l(\eta_l^i); r_w = r_w(\eta_w^i), \quad (1)$$

当然,它们也可以用式(2)来表示。

$$\begin{aligned} r_l &= \sigma r_l(\eta_l^i); \\ r_w &= \sigma r_w(\eta_w^i). \end{aligned} \quad (2)$$

其中: $l, w$  各自表示长机和僚机; $\eta_l^i, \eta_w^i$  表示位置的参数; $i, \rho \in l(1, 2, 3)$ 。如果下列雅克比不等式成立

$$\begin{aligned} \frac{\partial r_l(\eta_l^1 \ \eta_l^2 \ \eta_l^3)}{\partial(\eta_l^1 \ \eta_l^2 \ \eta_l^3)} &\neq 0; \\ \frac{\partial r_w(\eta_w^1 \ \eta_w^2 \ \eta_w^3)}{\partial(\eta_w^1 \ \eta_w^2 \ \eta_w^3)} &\neq 0. \end{aligned}$$

则上述 2 组参数称为 2 架飞行器各自的广义坐标<sup>[16]</sup>。并且可以得到 2 组线性无关向量

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{X}_l^i &= \frac{\partial r_l}{\partial \eta_l^i}; \\ \mathbf{X}_w^i &= \frac{\partial r_w}{\partial \eta_w^i}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

利用这 2 组线性无关的向量,就可以构造出 2 个转动参考坐标系,称为飞行体的斜对称标架。

利用 Schimidt 单位正交化方法,将可以得到 2 套单位正交坐标系。其中一组是固定在长机本体上的坐标系  $e^l[e_1^l \ e_2^l \ e_3^l]$ ,另一组是固定在僚机上坐标系  $e^w[e_1^w \ e_2^w \ e_3^w]$ 。其中  $e^w, e^l$  和地心标架  $\sigma$  3 套坐标系之间存在着以下的转换关系

$$\left. \begin{aligned} \sigma_i &= e_j^w b_j^i; \\ e_\chi^l &= \sigma_i a_\chi^i; \\ e_\chi^l &= e_j^w b_j^i a_\chi^i. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$\mathbf{A} = \{a_\chi^i\}, \mathbf{B} = \{b_j^i\}$  分别是  $\sigma$  到  $e^l, e^w$  到  $\sigma$  的变换矩阵,其中  $\mathbf{A}, \mathbf{B}$  必是 2 个正交矩阵,并且它们的特征值都等于 1。

## 2 编队飞行模型

编队飞行的空间几何分布是由长机和僚机之间的相对位置来决定的。编队飞行控制的目的就是能够保持僚机在横轴、纵轴以及高度上,始终与长机保持期望的距离。在恰当的选取本体坐标系与惯性坐标系后,僚机的动力学性能可描述为

$$\left. \begin{aligned} \dot{v}_w &= g_v u_v + \Delta f_v(\cdot); \\ \ddot{h}_w &= g_h u_h + \Delta f_h(\cdot); \\ \ddot{h}_w &= g_h u_h + \Delta f_h(\cdot). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

或用矩阵形式描述

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_w \\ \ddot{h}_w \\ \ddot{h}_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_v & 0 & 0 \\ 0 & g_\varphi & 0 \\ 0 & 0 & g_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_v \\ u_\varphi \\ u_h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta f_v \\ \Delta f_\varphi \\ \Delta f_h \end{bmatrix},$$

其中: $v_w, \varphi_w$  和  $h_w$  分别表征僚机的飞行速度,方位角和高度; $g_v, g_h, g_\varphi$  是控制系数; $u_v, u_\varphi, u_h$  是控制输入;而紊流的作用和外部的干扰,则用  $\Delta f_v, \Delta f_\varphi, \Delta f_h$  来表征。

为了获得更广泛的应用,将上述表达式写成下列通用表达式

$$\begin{aligned} \ddot{\boldsymbol{\eta}} &= \mathbf{G}u + \Delta f, \\ \boldsymbol{\eta}_w &= (\eta_w^1 \ \eta_w^2 \ \eta_w^3)^T, \mathbf{G} = \text{diag}(g_1, g_2, g_3). \end{aligned} \quad (6)$$

$g_i > 0, i = 1, 2, 3$ 。僚机跟长机之间的相对误差可以表征为

$$E = r_l - r_w - r_d, \quad (7)$$

其中  $r_d$  表示的是期望的僚机与长机之间的距离。如果空间中的一个向量可以这样表示

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= r^\lambda \mathbf{e}_\lambda; \\ \mathbf{e}_\lambda &= e_\lambda(\eta^1, \eta^2, \eta^3); \\ r^\lambda &= r^\lambda(\eta^1, \eta^2, \eta^3). \end{aligned}$$

则有

$$\dot{\mathbf{r}} = (\partial_\rho r^\lambda + \Gamma_{\rho h}^\lambda r^h) \dot{\eta}^\rho. \quad (8)$$

因为

$$\begin{aligned} e_h e_\lambda &= \delta_h^\lambda; \\ \Gamma_{\rho h}^\lambda &= (\partial_\rho e_h) e_\lambda = -(\partial_\rho e_\lambda) e_h. \end{aligned} \quad (9)$$

被称为 Christoffel 3 参数符号表达式的第二种形式。将上式写为矩阵的形式

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{r}} &= \mathbf{e}(\partial \mathbf{r} + \mathbf{\Gamma} \mathbf{r}) \dot{\boldsymbol{\eta}}; \\ \partial \mathbf{r} &= (\partial_1 \mathbf{r} \quad \partial_2 \mathbf{r} \quad \partial_3 \mathbf{r}); \\ \mathbf{\Gamma} \mathbf{r} &= \{\Gamma_{\rho h}^\lambda r^h\} = (\Gamma_1 \mathbf{r} \quad \Gamma_2 \mathbf{r} \quad \Gamma_3 \mathbf{r}) \\ \mathbf{\Gamma} &= (\Gamma_1 \quad \Gamma_2 \quad \Gamma_3) = \\ & \begin{pmatrix} \Gamma_{11}^1 & \Gamma_{11}^2 & \Gamma_{11}^3 & \Gamma_{12}^1 & \Gamma_{12}^2 & \Gamma_{12}^3 & \Gamma_{13}^1 & \Gamma_{13}^2 & \Gamma_{13}^3 \\ \Gamma_{12}^1 & \Gamma_{12}^2 & \Gamma_{12}^3 & \Gamma_{21}^1 & \Gamma_{21}^2 & \Gamma_{21}^3 & \Gamma_{22}^1 & \Gamma_{22}^2 & \Gamma_{22}^3 \\ \Gamma_{13}^1 & \Gamma_{13}^2 & \Gamma_{13}^3 & \Gamma_{23}^1 & \Gamma_{23}^2 & \Gamma_{23}^3 & \Gamma_{31}^1 & \Gamma_{31}^2 & \Gamma_{31}^3 \\ \Gamma_{21}^1 & \Gamma_{21}^2 & \Gamma_{21}^3 & \Gamma_{22}^1 & \Gamma_{22}^2 & \Gamma_{22}^3 & \Gamma_{23}^1 & \Gamma_{23}^2 & \Gamma_{23}^3 \\ \Gamma_{31}^1 & \Gamma_{31}^2 & \Gamma_{31}^3 & \Gamma_{32}^1 & \Gamma_{32}^2 & \Gamma_{32}^3 & \Gamma_{33}^1 & \Gamma_{33}^2 & \Gamma_{33}^3 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (10)$$

对于每个处于标架内的每个观察者来讲,移动物体的速度是唯一的,因此矩阵  $(\partial \mathbf{r} + \mathbf{\Gamma} \mathbf{r})$  除了在它的奇异点处外,都是可逆的。将  $\mathbf{r}$  进行二次微分,可以得到加速度的矩阵形式表达式

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{r}} &= \mathbf{e}\{C \ddot{\boldsymbol{\eta}} + (D_r + D_t + D_c + D_w) \otimes N\} = \\ & \mathbf{e}\{C \ddot{\boldsymbol{\eta}} + D \otimes N\}. \end{aligned} \quad (11)$$

其中

$$\begin{aligned} N &= \{\dot{\eta}^\rho \dot{\eta}^\sigma\}; C = \partial \mathbf{r} + \mathbf{\Gamma} \mathbf{r}; \\ D_r &= \{\partial_\mu \partial_\rho \mathbf{r}\}; D_t = \{\partial_\mu \Gamma_\rho \mathbf{r}\}; \\ D_c &= 2\{\Gamma_\rho \partial_\mu \mathbf{r}\}; D_w = \{\Gamma_\mu \Gamma_\rho \mathbf{r}\}. \end{aligned}$$

通过式(6),(10),(11),可以得到

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{E}} &= \mathbf{e}^w \{BAC_l \dot{\boldsymbol{\eta}}_l - C_w \dot{\boldsymbol{\eta}}_w\}, \\ \ddot{\mathbf{E}} &= \mathbf{e}^w \{BA\{C_l \ddot{\boldsymbol{\eta}} + D_l \otimes N_l\} - \\ & \mathbf{e}^w \{C_w \ddot{\boldsymbol{\eta}}_w + D_w \otimes N_w\} = \\ & \mathbf{e}^w \{H - C_w \ddot{\boldsymbol{\eta}}_w\}. \end{aligned} \quad (12)$$

$$H = BA\{C_l \ddot{\boldsymbol{\eta}}_l + D_l \otimes N_l\} - D_w \otimes N_w.$$

其中  $r_w$  代表  $r_w + r_d$  之和。

公式(7)-(12)就是得到的一组通用表达式。应用该组通用表达式,存在着大量的好处。

1)表达式中出现的所有项都有明确的物理意义和几何意义。对于任何一组参数来讲,它们都是不变的,因此它们是一组可以用来描述空间物体运动

的通用的表达式。

2)如果需要考虑运动物体的质量的话,空间运动物体的更多的动态特性亦可以用它来描述。当然,这个运动可以被看成是刚体运动或是混合体运动。

3)因为选取了单位正交坐标系,这样就可以避免或减少奇点出现的可能。如果在  $C_w$  的转置过程中出现奇点,则可以通过式(12)来选取其他标架以避免它的产生。

结合柱面坐标系模型为例,具体阐述公式(12)的应用。

## 2.1 柱面坐标系

在柱面坐标系下,长机和僚机的位置可分别用下列表达式描述

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_l &= \sigma_l, \mathbf{r}_w = \sigma_w. \\ \mathbf{r}_l &= (\eta_l^1 \cos \eta_l^2 \quad \eta_l^1 \sin \eta_l^2 \quad \eta_l^3); \\ \mathbf{r}_w &= (\eta_w^1 \cos \eta_w^2 \quad \eta_w^1 \sin \eta_w^2 \quad \eta_w^3). \end{aligned}$$

在基坐标  $\mathbf{e}^l, \mathbf{e}^w$  下,误差描述如下

$$\mathbf{E} = \mathbf{e}^l r_l - \mathbf{e}^w r_w$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_l &= (\eta_l^1 \quad 0 \quad \eta_l^3)^\top \\ \mathbf{r}_w &= (\eta_w^1 + r_d^1 \quad r_d^2 \quad \eta_w^3 + r_d^3)^\top \\ \mathbf{\Gamma} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

因此

$$C_w = \begin{pmatrix} 1 & -r_d^2 & 0 \\ 0 & \eta_w^1 + r_d^1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

因为  $\eta_w^1 \geq 0$ , 因此只要  $r_d^1 > 0$ , 上述矩阵则为非奇异的。利用前面描述的方法,同样可以得到以下式子

$$D_w = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -(\eta_w^1 + r_d^1) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -r_d^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$D_l = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -\eta_l^1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$C_l = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \eta_l^1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$BA = \begin{pmatrix} \cos(\eta_l^2 - \eta_w^2) & -\sin(\eta_l^2 - \eta_w^2) & 0 \\ \sin(\eta_l^2 - \eta_w^2) & \cos(\eta_l^2 - \eta_w^2) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

和

$$\ddot{\mathbf{E}} = e^{w\tau} \{H - C_w [G\mathbf{u} + \Delta f]\} = e^{w\tau} \ddot{\mathbf{E}}.$$

其中  $\ddot{\mathbf{E}} = H - C_w [G\mathbf{u} + \Delta f]$ 。

球面坐标系建立模型的方法跟柱面坐标模型类似。

### 3 控制问题和自适应鲁棒控制算法

在这一部分中,对基于上述几节描述的一种自适应鲁棒控制算法进行阐述。由式子(12),使

$$x_1 = E, \quad \dot{x}_1 = \dot{E} = x_2, \quad \dot{x}_2 = \ddot{E},$$

$$\mathbf{x} = [x_1 \quad x_2]^T, \quad \mathbf{I} = \mathbf{I}_{3 \times 3}.$$

定义

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -C_w \mathbf{G} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{H}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ H \end{bmatrix}; \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 \\ -C_w \Delta f \end{bmatrix}.$$

于是系统的状态空间描述可以写为

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{H}_1 + \mathbf{F}, \quad (13)$$

通过对式(13)的分析,系统是完全能控的,因为能控判定阵

$$\mathbf{M}_c = [\mathbf{B} \quad \mathbf{A}\mathbf{B} \quad \cdots \quad \mathbf{A}^4 \mathbf{B} \quad \mathbf{A}^5 \mathbf{B}]$$

在只需矩阵  $C_w \mathbf{G}$  非奇异的情况下是行满秩的。这一点在  $C_w$  的表达和  $\mathbf{G}$  的物理意义中已经得到保证,因此系统是能控的。

引入下述描述形式的控制律,其中  $\mathbf{u}_r$  表征自适应鲁棒控制输入信号向量。

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & (C_w \mathbf{G})^{-1} \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ \alpha \beta \mathbf{I} & (\alpha + \beta) \mathbf{I} \end{bmatrix} \mathbf{x} - \mathbf{H}_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ C_w \mathbf{u}_r \end{bmatrix} \right\},$$

其中  $\alpha, \beta$  表示期望的闭环极点。将上式代入到式(13)中,得到

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ -\alpha \beta \mathbf{I} & -(\alpha + \beta) \mathbf{I} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ -C_w \mathbf{u}_r \end{bmatrix} + \mathbf{F}. \quad (14)$$

定义

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ -\alpha \beta \mathbf{I} & -(\alpha + \beta) \mathbf{I} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 0 \\ -C_w \mathbf{u}_r \end{bmatrix} + \mathbf{F}.$$

公式(14)可以简写成

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_1 \mathbf{x} + \mathbf{L}. \quad (15)$$

在系统的线性部分稳定的情况下,根据线性时不变系统的李亚普诺夫稳定性判据,可以得到一个正定的对称矩阵  $\mathbf{P}$ 。定义  $\alpha, \beta \in \mathbf{R}^+$ , 得到这样一个矩阵  $\mathbf{P}$ 。运算的过程及结果是

$$\mathbf{A}_1^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_1 = -\mathbf{I}_{6 \times 6},$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} [(\alpha + \beta)^2 + \alpha \beta (1 + \alpha \beta)] \mathbf{I}_{3 \times 3} & [\alpha + \beta] \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ [\alpha + \beta] \mathbf{I}_{3 \times 3} & (1 + \alpha \beta) \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix}.$$

于是线性状态反馈增益矩阵可以完全确定了。

为确定自适应鲁棒控制律  $\mathbf{u}_r$ , 首先介绍一种基于上述描述情况的法则。

**法则** 如果式(13)中干扰  $\Delta f$  ( $\|\Delta f\| \leq k < \infty$ ) 是一个未知的、有界的、时变的向量,  $k$  是一个未知的标量, 则利用该法则提出的自适应鲁棒控制律可以使得系统渐进稳定

$$\mathbf{u}_r(t) = \theta_s \hat{\mathbf{k}}(t), \quad (16)$$

$\hat{\mathbf{k}}(t) = 2C_w^T(t) \{(\alpha + \beta)x_1(t) + (1 + \alpha\beta)x_2(t)\}$ , 其中  $\theta = -1$ , 称为控制信号方向系数。  $s \in [1, \infty)$  是一个正的实标量, 成为控制强度系数。并且  $\hat{\mathbf{k}}$  称为控制信号强度向量。

法则的证明如下

令  $\mathbf{l} = [1 \quad 1 \quad 1]^T$  并选取下述表达式作为李亚普诺夫函数

$$\mathbf{V} = \mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{x} + \frac{1}{2} s (\hat{\mathbf{k}} - k\mathbf{l})^T (\hat{\mathbf{k}} - k\mathbf{l}) > 0. \quad (17)$$

令  $\boldsymbol{\gamma} = 2C_w^T p_1 \mathbf{x}$ , 利用表达式(9), 得到

$$\dot{\mathbf{V}} = -2\alpha\beta(\alpha + \beta) \mathbf{x}^T \mathbf{x} + (\theta_s \hat{\mathbf{k}} + \Delta F)^T \boldsymbol{\gamma} + s(\hat{\mathbf{k}} - k\mathbf{l})^T \dot{\hat{\mathbf{k}}}(t). \quad (18)$$

令  $\dot{\hat{\mathbf{k}}}_i(t) = |\gamma_i|$ ,  $\mathbf{R} = (\theta_s \hat{\mathbf{k}} + \Delta F)^T \boldsymbol{\gamma} + s(\hat{\mathbf{k}} - k\mathbf{l})^T \dot{\hat{\mathbf{k}}}(t)$ , 其中  $\dot{\hat{\mathbf{k}}}_i$  是  $\dot{\hat{\mathbf{k}}}$  的第  $i$  个参数;  $\gamma_i$  是  $\boldsymbol{\gamma}$  的第  $i$  个参数,  $i = 1, 2, 3$ 。

于是

$$\mathbf{R} = \sum_i \{(\theta_i + \text{sgn}(\gamma_i)) s \dot{\hat{\mathbf{k}}}_i(t) + \text{sgn}(\gamma_i) \Delta F_i - s \dot{\hat{\mathbf{k}}}_i(t)\}$$

其中  $\theta_i = \text{sgn}(\gamma_i)$ ,  $i = 1, 2, 3$ ,  $s \geq 1$ 。可以判定  $\mathbf{R} < 0$ 。

这样可以得到  $\dot{\mathbf{V}} \leq 0$  并且稳定性得到证明。

### 4 仿真结果

为了验证改进的坐标标架和控制算法的有效性,对三架 F-16 战斗机的编队飞行进行了计算机仿真。通过空气动力学的推算,确定僚机与长机之间的最佳间距为  $\frac{\pi l}{4}$ ,其中  $l$  是僚机的翼展。涡流的作用

用利用一些有界的、时变的函数来描述。例如

$$\Delta f = \begin{bmatrix} 1\ 000 + 100\sin 100t \\ 1\ 000 + 500e^{-0.8t} \\ 1\ 000 + 300e^{-0.02t}\sin 2t \end{bmatrix}$$

长机、僚机 A 和僚机 B 的条件、参数以及仿真的控制要求如表 1-表 3 所述。

表 1 编队飞行的初始状态(柱面坐标系)

模型	径长 $r$ /(ft · s <sup>-1</sup> )	方位角 $\theta$ /rad	高度 $z$ /ft	径向速度 /(ft · s <sup>-1</sup> )	角速度 /rad	垂直速度 /(ft · s <sup>-1</sup> )	径向加速度 /(ft · s <sup>-1</sup> )	角加速度 /(rad · s <sup>-1</sup> )	垂直加速度 /(ft · s <sup>-1</sup> )
长机	574.01	$\pi/4$	30 000	825	0.04	0.005	0	0	0
僚机 A	470.86	$39\pi/180$	25 000	750	0	0	0	0	0
僚机 B	475.72	$51\pi/180$	29 000	750	0	0	0	0	0

\* 长机在飞行过程中将保持它的初始速度和加速度

表 2 期望的间隔距离和控制参数

期望的间隔距离			控制参数		
$rd1=60$ $(60)(ft)$	$rd2=30\pi 4$ $(-30\pi/4)(ft)$	$rd3=0$ $(0)(ft)$	$s=1$	$a=3$	$b=6$

表 3 两套坐标系的基向量

柱面坐标系			球面坐标系		
$e_1$	$e_2$	$e_3$	$e_1$	$e_2$	$e_3$
$\cos\theta$	$\sin\theta$	0	$\cos\varphi\cos\theta$	$-\sin\varphi\cos\theta$	$-\sin\theta$
$-\sin\theta$	$\cos\theta$	0	$\cos\varphi\sin\theta$	$-\sin\varphi\sin\theta$	$\cos\theta$
0	0	1	$\sin\varphi$	$\cos\varphi$	0

仿真结果如图 1 到图 3 所示。其中图 2 展示的分别是三架飞机横向的( $x$ 轴)、纵向的( $y$ 轴)和垂直方向的分隔间距轨迹跟踪曲线。飞行速度、方位

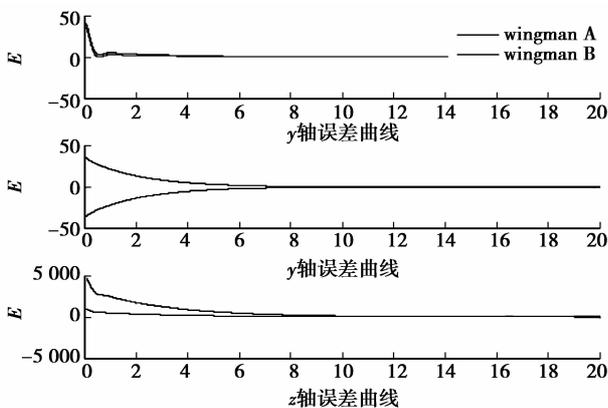


图 1 柱面坐标系下各轴间隔误差跟踪曲线

角和高度跟踪轨迹如图 2 所示。而飞行速度、方位角和高度的控制信号则如图 3 所示。图 4 给出了柱面坐标系下三架飞机编队飞行的三维仿真图,从图形中可以看出,僚机 A 和僚机 B 能迅速且准确的跟踪长机的飞行轨迹,从而实现完美的编队飞行。正如所看到的那样,所提出的自适应鲁棒控制方法在存在未知的、有界的、时变的干扰作用的情况下,对保持期望的编队飞行有着良好的控制效果。并且控制是有界的和平滑的。

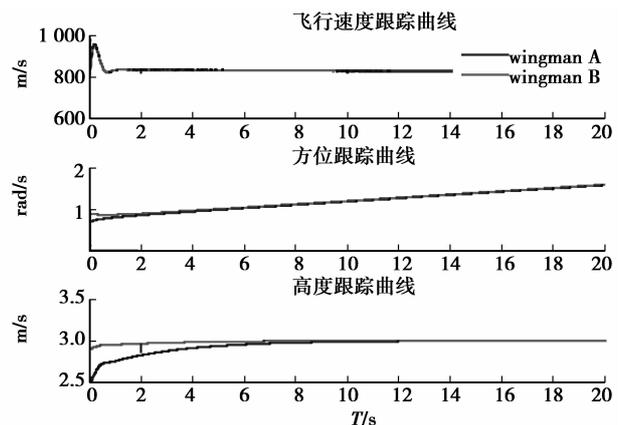


图 2 飞行速度、方位角和高度跟踪曲线

对仿真结果进行总结可以发现,自适应鲁棒控制过程是一个鲁棒控制输入信号不断向干扰最小上界逼近的过程。这一点可以从图 3 中看到。从 2 种参考坐标系中得到的误差模型都是有效的。

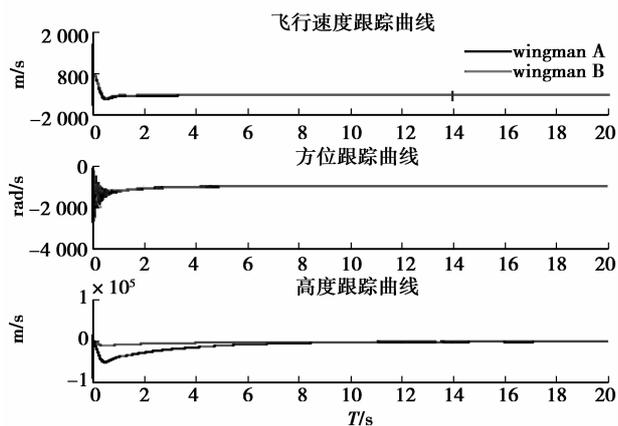


图 3 柱面坐标系下飞行速度、方位角和高度控制曲线

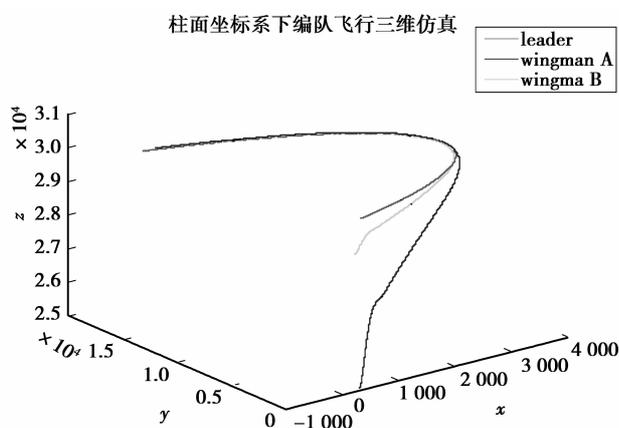


图 4 柱面坐标系下编队飞行三维仿真

## 5 结 论

提出用张量描述无人机编队飞行相对运动的方法,建立了无人机编队飞行张量模型。考虑编队飞行系统所受干扰上确界未知,提出无人机编队队形保持的自适应鲁棒控制律。用柱面标架为基础的系统进行控制仿真,验证了所提模型框架和控制律的正确性。研究表明:无人机编队飞行张量模型具有普遍的适用性,为无人机编队飞行深层问题研究、克服标架奇异点障碍等提供了新途径;控制律简捷,有效。

### 参考文献:

- [1] BOSKOVIC D, LI S M, RAMAN K, et al. Semi-globally stable formation flight control design in three dimensions [C] // Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control, December 4-7, 2001. Orlando, Florida, USA; IEEE, 2001, 2: 1059-1064.
- [2] LI B, LIAO X H, SUN Z, et al. Robust autopilot for close formation flight of multi-UAVs[C]// Proceedings of the 38th Southeastern Symposium on System Theory, March 5-7, 2006. Cookeville, TN, USA: IEEE, 2006:294-298.
- [3] 王正,朱兴动,张六韬. 无人机三维空间近距编队控制模型研究[J]. 系统仿真学报, 2008, 20(23): 6473-6476.  
WANG ZHENG, ZHU XING-DONG, ZHANG LIU-TAO. Study of UAVs close formation flight control model in three dimensions [J]. Journal of System Simulation, 2008, 20(23): 6473-6476.
- [4] 阎振鑫,章卫国,刘小雄,等. 基于多任务的无人机编队控制研究[J]. 计算机测量与控制, 2009, 17(11): 2223-2226.  
YAN ZHEN-XIN, ZHANG WEI-GUO, LIU XIAO-XIONG, et al. Study on multi-tasking for UAVs formation control [J]. Computer Measurement & Control, 2009, 17(11): 2223-2226.
- [5] FABRIZIO G, LORENZO P, MARIO I. Autonomous formation flight [J]. IEEE Control Systems Magazine, 2000, 25(12):34-45.
- [6] FABRIZIO G, MARIO I, MARCELLO N, et al. Dynamic and control issues of formation flight [J]. Aerospace Science and Technology, 2005, 36(9):65-71.
- [7] LI S M, JOVAN D B, RAMAN K M. Globally stable automatic formation flight control in two dimensions [C]// Proceedings of the AIAA Conference and Exhibit on Guidance, Navigation, and Control, August 6-9, 2001. Montreal, Canada; IEEE, 2001:176-182.
- [8] BIN Z, YUN A H. UAV tight formation flight modeling and autopilot designing [C]// Proceedings of the 5th World Congress on Intelligent Control and Automation, June 15-19, 2004, Hangzhou, China: IEEE, 2004:180-183.
- [9] ELHAM S. Adaptive formation control of UAVs in the presence of unknown vortex forces and leader commands [C]// Proceedings of the 2006 American Control Conference Minneapolis, June 14-16, 2006. Minnesota, USA; IEEE, 2006:3563-3569.
- [10] 万婧,艾剑良. 无人机编队飞行模糊控制系统设计与仿真[J]. 系统仿真学报, 2009, 21(13):4183-4186.  
WAN JING, AI JIAN-LIANG. Design and simulation of fuzzy control system of UAV formation flight [J]. Journal of System Simulation, 2009, 21(5):1420-1422.