

文章编号: 1000-582X(2012)02-135-08

地震中结构碰撞的接触单元模型的改进算法

刘 鹏^{1,2}, 郑凯锋¹, 何 伟², 刘 会²

(1. 西南交通大学 土木工程学院, 四川 成都 610031; 2. 四川建筑职业技术学院, 四川 德阳 618000)

摘 要: 针对用于地震碰撞分析的接触单元模型提出了一种改进求解方法。该方法把碰撞问题等效为一个弹簧—振子模型, 由振子、弹簧和阻尼器构成。振子的运动过程代表碰撞的压缩和恢复过程。可以通过对运动方程的求解, 得到相对压入量、相对压入速度、碰撞力、碰撞持续时间及其相互关系。该求解方法没有像常用求解方法假设压缩过程和恢复过程中耗散能量相等或者相对压入速度绝对值相等, 所以可以得到精确解或者无限接近精确解的近似解。在碰撞中能量耗散较小的情况下, Hertz damp 模型常用求解方法得到的结果接近精确解; 而当能量耗散较大时, 与精确解的差别就比较大。改进算法不论碰撞中能量耗散大或者小, 都可以得到无限接近精确解的结果。因此, 改进算法比常用算法更具优越性, 尤其是对于存在大量能量耗散的地震碰撞问题。

关键词: 地震; Hertz 模型; Hertz damp 模型; 改进算法; 碰撞

中图分类号: U442.55, O343.3

文献标志码: A

Improved algorithm of contact element model for earthquake-induced pounding between structures

LIU Peng^{1,2}, ZHENG Kai-feng¹, HE Wei², LIU Hui²

(1. School of Civil Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, Sichuan, P. R. China;

2. Sichuan College of Architecture Technology, Deyang 618000, Sichuan, P. R. China)

Abstract: To better study the issue, we presented an improved algorithm. In this algorithm, the impact issue is equivalent to a spring – oscillator model which contains an oscillator, a spring and a damper. The oscillator movement represents the compression phase and restitution phase of impact. By solving the motion equation, we got the penetration displacement, penetration velocity, impact force, impact time and their mutual relationship. The solution process did not carry out the hypothesis that the energy dissipation or absolute speed during the restitution phase is the same as that during the compression phase, which was adopted by common solution methods. Therefore we can get the exact results or approximate results that are infinitely close to the exact results. In the case of small energy dissipation during the collision, Hertz damp model results obtained by common solution methods are close to the exact results. When the energy dissipation during the collision is large, the difference between them becomes obvious. Regardless of small or large energy dissipation during the collision, the improved algorithm can obtain the results which are infinitely close to the exact results.

Key words: seismic; Hertz model; Hertz damp model; improved algorithm; pounding

收稿日期: 2011-08-05

基金项目: 铁道部科技研究开发项目(安工指合(2006)03号); 重庆市自然科学基金资助项目(CSTC, 2007BB6132)

作者简介: 刘鹏(1982-), 男, 博士, 主要从事桥梁抗震方向研究, (E-mail)liupeng168@gmail.com。

地震中,相邻的结构,如桥梁的联跨或邻联、梁体和挡块,以及相邻建筑物之间都容易发生碰撞,致使结构产生很大的破坏。要对其进行研究,首先要建立合理的分析模型并准确求解。目前碰撞问题分析模型主要包括 2 种:离散接触动力模型和连续接触动力模型。离散接触动力模型的求解主要依靠经典力学方法^[1],也被称为恢复系数法。利用恢复系数法可以较准确地了解碰撞特征并计算碰撞中的能量耗散,但是很多时候需要知道碰撞力和动态过程,为此许多连续接触动力模型被提出。连续接触动力模型的求解主要依靠接触单元法和接触约束算法,其中接触约束算法一般可以分为罚函数法^[2]和拉格朗日乘子法^[3-5],接触单元法又分为线弹簧模型、Kelvin 模型、Hertz 模型以及各种改进 Hertz 模型等。接触单元法以其概念清楚、求解方便、可以准确得到碰撞力和动态过程等优点,得到了广泛地应用,但是对于存在大量能量耗散的问题(如地震中相邻结构的碰撞等),常用算法得到的碰撞力、相对压入量、压缩恢复速度等及其与时间关系都是一种近似关系,与精确解的近似程度取决于恢复系数的大小,恢复系数越接近于 1,这些近似解与精确解越接近;恢复系数越接近于 0,这些近似解与精确解偏差越大。而地震中结构碰撞的一个突出特点就是存在大量能量耗散,因此常用算法在计算地震中结构的碰撞问题时,得到的结果与精确解偏差很大,一定程度上影响了对防止地震中结构碰撞和减轻碰撞引起震害问题的深入研究。为更好地求解此类问题,文中提出了一种新的求解思路和方法。

1 碰撞问题接触单元模型

接触单元法可以简单描述为:在两物体间设置一接触单元,该单元包括一个弹簧和一个初始间隙,当两物体之间的距离小于初始间隙时,两物体发生碰撞,弹簧发挥作用。比较典型的模型有线性弹簧模型和 Hertz 模型,如图 1(a)、(c)所示;为了考虑碰撞中能量的耗散,可以给弹簧并联一个阻尼器,这类模型比较典型的有 kelvin 模型和 Hertzdamp 模型,如图 1(b)、(d)所示。下面重点叙述一下 Hertzdamp 模型。

Hertzdamp 模型^[6-11]是对 Hertz 模型的改进,也称为广义 Hertz 模型。该类模型考虑了碰撞中的能量损失,能较准确模拟碰撞过程,因而得到广泛应用^[12-15]。它相当于 Hertz 模型的接触弹簧并联一个非线性阻尼器,来描述碰撞中能量的耗散,接触力—相对压入量关系如图 1(d)所示。2 个碰撞质量产生

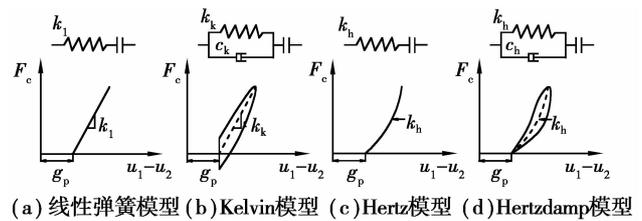


图 1 碰撞模型及碰撞力-相对压入量关系

时,碰撞力可表示为

$$F_c = k_h \delta^n + c_h \dot{\delta}, \delta \geq 0, \quad (1)$$

式中: c_h 为阻尼系数; k_h 为 Hertz 模型刚度参数; n 为 Hertz 系数,通常取 $n = 3/2$ 。

k_h 是 2 个碰撞体材料和几何属性的函数,对于 2 个半径为 R_1 、 R_2 的弹性球体,可表示如下^[12]

$$k_h = \frac{4}{3\pi(h_1 + h_2)} \left[\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right], \quad (2)$$

其中 h_1 、 h_2 为材料参数,定义如下:

$$h_i = (1 - \mu_i^2) / (\pi E_i), i = 1, 2, \quad (3)$$

式中: μ_i 为泊松比; E_i 为弹性模量。

对于球体, R_1 、 R_2 容易确定,为球体几何半径;对于非球体的 2 个碰撞物体,在接触体形状不过于复杂的情况下,可以把它们等效成球体,这样可以给计算带来方便,例如对于建筑中楼板间的碰撞、桥梁中梁体之间以及梁体和挡块之间的碰撞等都是适用的,并有成功应用的例子^[9,16]。碰撞体的等效半径 R_1 、 R_2 ,可由下式计算^[9]

$$R_i = \sqrt[3]{\frac{3m_i}{4\pi\rho}}, i = 1, 2. \quad (4)$$

阻尼系数按下式计算^[10]

$$c_h = \zeta \delta^n, \quad (5)$$

式中, ζ 为阻尼常数,与恢复系数 e 有关。恢复系数可按式计算^[7]

$$e = \frac{v'_2 - v'_1}{v_1 - v_2}, \quad (6)$$

式中: v_1 、 v_2 和 v'_1 、 v'_2 分别为质量 1、2 碰撞前和碰撞后的速度。

阻尼常数 ζ 的表达式为^[9,16]

$$\zeta = \frac{3k_h(1 - e^2)}{4(v_1 - v_2)}. \quad (7)$$

式(1)可写为^[9,16]

$$F_c = k_h \delta^n \left[1 + \frac{3(1 - e^2)}{4(v_1 - v_2)} \dot{\delta} \right], \quad (8)$$

下面计算碰撞持续时间^[17]

$$\dot{\delta} = (v_1 - v_2) \sqrt{1 - \left(\frac{\delta}{\delta_m} \right)^{n+1}}, \quad (9)$$

对上式积分得

$$\int_0^{\frac{\delta}{\delta_m}} \frac{dx}{\sqrt{1-x^{n+1}}} = \frac{v_1 - v_2}{\delta_m} t. \quad (10)$$

当 δ/δ_m 时, $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^{n+1}}} \approx 1.4716$ 。假设压缩阶段和恢复阶段的接触时间相同,则可近似求得整个碰撞期间的持续时间 $\Delta t \approx 2.94\delta_m/(v_1 - v_2)$ 。

上面就是 Hertzdamp 模型计算最大相对压入量、压缩恢复速度、碰撞持续时间和碰撞力的常用算法。

2 碰撞模型的简化及改进求解方法

研究碰撞问题通常采用如图 2 所示的结构体系,在碰撞发生时,其运动方程为

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\delta}_1 \\ \ddot{\delta}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c & -c \\ -c & c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\delta}_1 \\ \dot{\delta}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & -k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} (\delta_1 - \delta_2)^n \\ (\delta_1 - \delta_2)^n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (11)$$

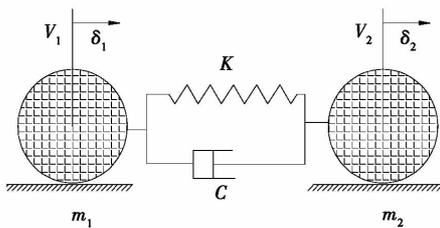


图 2 碰撞模型

可以看出,这是 1 个二自由度的问题,现在把它等效成 1 个单自由度的模型,即 1 个单质量、弹簧和阻尼器模型,如图 3 所示。简化模型定义如下:1) 弹簧刚度、阻尼器阻尼都和原碰撞模型相同;2) 等效模型的质量为两碰撞体的等效质量: $M = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$;3) 图 3 中,位置 A 为原点,位移 $\delta=0$,质量的速度 $v_0 = v_1 - v_2$,位置 B 为最大位移点, $\delta = \delta_m$, $v_B = 0$,对应碰撞中最大相对压入位移。质量从 A 点运动到 B 点为碰撞中的压缩过程;从 B 点运动到 A 点为碰撞中的恢复过程。等效模型运动方程的表达式为

$$M\ddot{\delta} + c\dot{\delta} + k\delta^n = 0. \quad (12)$$

在式(12)中,根据 c 和 n 的取值不同,分别对应 4 种碰撞模型。当 $c=0, n=1$ 时,为线弹簧模型;当 $c=0, n=3/2$ 时,为 Hertz 模型;当 $c=2\zeta \sqrt{kM}, n=1$ 时,对应 Kelvin 模型;当 $c=\zeta\delta, n=3/2$ 时,为 Hertzdamp 模型。

文献[18]也采用该模型推导 Hertzdamp 模型的阻尼系数,用其求解,一定程度上提高了求解精

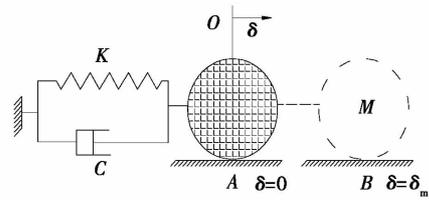


图 3 简化模型

度,但是首先基于式(12)中 $n=1$,推得相对压入量—速度关系,再代入能量耗散公式进行推导,其实质是用 Kelvin 模型的相对压入量—速度关系来代替 Hertzdamp 模型的相对压入量—速度关系,同样有失准确。

$n=1$ 时,运动方程为二阶线性微分方程,可以很容易的求解,得到感兴趣的量,见表 1。

表 1 线弹簧模型和 Kelvin 模型改进算法计算结果

结果	线弹簧模型	Kelvin 模型
参数	$n=1, c=c_l=0, k=k_l$	$n=1, c=c_k=2\zeta \sqrt{k_k M}, k=k_l$
方程	$M\ddot{\delta} + k_l\delta = 0$	$M\ddot{\delta} - \frac{2\ln e \sqrt{k_k M}}{\sqrt{\pi^2 + (\ln e)^2}} \dot{\delta} + k_l\delta = 0$
$\delta-t$	$v_0 \cos(\sqrt{k_l/M}t)$	$\frac{v_0}{\beta} \exp(-\alpha t) [-\alpha \sin(\beta t) + \beta \cos(\beta t)]^*$
$\dot{\delta}-t$	$v_0 \sqrt{M/k_l} \sin(\sqrt{k_l/M}t)$	$\frac{v_0}{\beta} \exp(-\alpha t) \sin(\beta t)^{**}$
t_m	$\frac{\pi}{2} \sqrt{M/k_l}$	$\frac{1}{\beta} \left[n\pi - \arccos\left(\frac{\ln e}{\sqrt{\pi^2 + (\ln e)^2}}\right) \right]$
$t^+ - t^-$	$\pi \sqrt{M/k_l}$	π/β
F_c	$F_c = -M\ddot{\delta} = k_l\delta$	$F_c = -M\ddot{\delta} = k_k\delta + c_k\dot{\delta}$

注: * $\alpha = \frac{\ln e}{\sqrt{\pi^2 + (\ln e)^2}} \sqrt{k_k/M}, \beta = \frac{\pi}{\sqrt{\pi^2 + (\ln e)^2}} \sqrt{k_k/M}$;

** 为与恢复系数区分,自然指数用 $\exp[]$ 来表示

而当 $n \neq 1$ 时,求运动方程的解析解将会有很大的难度,但是可以通过简单的迭代求解。下面推导 Hertz 模型和 Hertzdamp 模型的迭代公式。

令 $p = \dot{\delta}$, 则

$$\ddot{\delta} = \frac{dp}{dt} = \frac{dp}{d\delta} \cdot \frac{d\delta}{dt} = p \frac{dp}{d\delta}, \quad (13)$$

把式(13)代入式(12),当 $c=c_h=0, k=k_h$ 时,整理得到 Hertz 模型迭代公式

$$\delta = \left[\frac{n+1}{2} \frac{M}{k_h} (v_0^2 - \dot{\delta}^2) \right]^{\frac{1}{n+1}}, \quad (14)$$

得Hertz接触刚度: $k_h = 2.236 3 \times 10^{10} \text{ N/m}^{3/2}$ 。等效

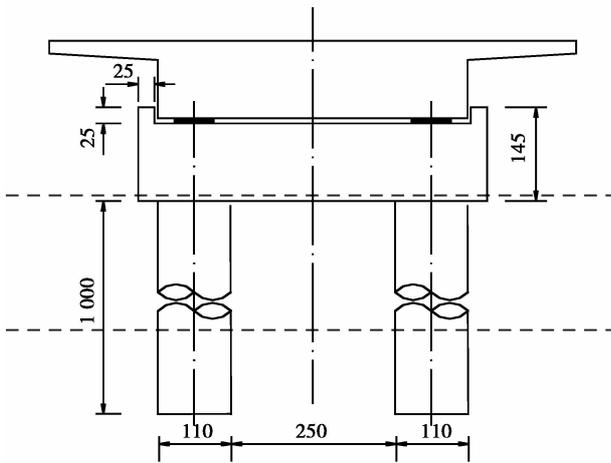


图 5 横桥向布置示意图(单位:cm)

Kelvin 模型刚度按下式计算^[19-20]

$$k_k = \left[\frac{(v_1 - v_2)^2 m_1 m_2}{(m_1 + m_2)} \cdot \frac{5}{4} \right]^{1/5} (k_h)^{4/5}, \quad (24)$$

因此, $k_k = 4.211 7 \times 10^{12}$,取 $k_l = k_k$ 。

表 2 两碰撞物体参数

物体	弹性模量 E/MPa	泊松比 μ	密度 ρ $/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	质量 m $/10^3 \text{ kg}$	速度 v $/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$
1	3.25×10^4	0.18	2 500	190	0.5
2	3.25×10^4	0.18	2 500	43.5	0

各碰撞模型计算结果见表 3,各模型原算法和改进算法碰撞力—相对压入量关系如图 6、图 7 所示。从结果可以看出,原算法线弹簧模型和 Kelvin 模型的最大相对压入量与最大碰撞力都分别相同,不同的是路径不同,Hertz 模型和 Hertzdamp 模型也是如此;而改进算法就不同了,Hertzdamp 模型的最大碰撞力要小于 Hertz 模型的最大碰撞力,这是碰撞中能量耗散的结果,Kelvin 模型算的碰撞力反而更大了,这是模型本身的缺陷造成的。

现在保持其他各量不变,改变恢复系数的数值,让 e 分别等于 0.1、0.5、0.9 和 0.99,得到 Hertz 模型、Hertzdamp 模型常用算法和 Hertzdamp 模型改进算法的计算结果,碰撞力—相对压入量、碰撞力—时间、相对压入量—时间和相对压入速度—时间关系分别如图 8、图 9 所示。计算结果证实了前面关于 Hertzdamp 模型原算法会放大碰撞力且在 e 较小时更加明显的论断。

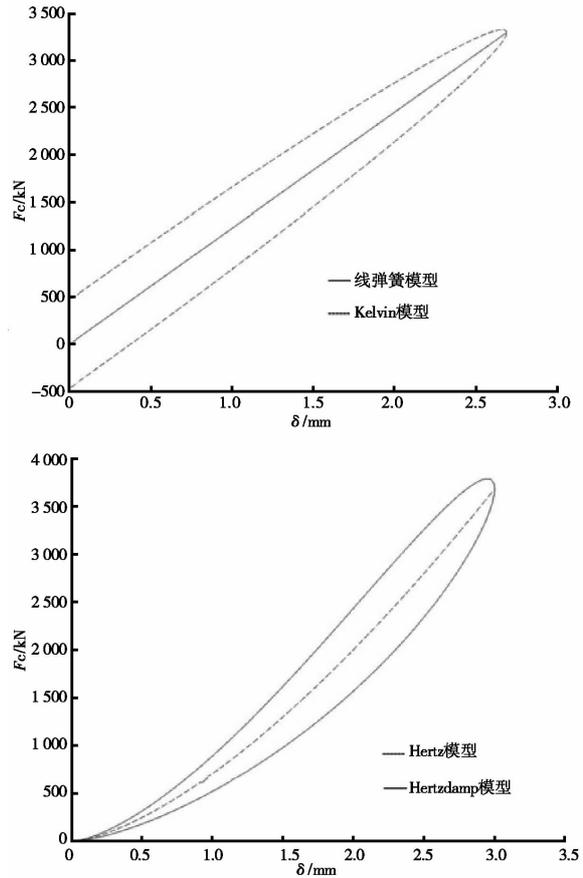


图 6 原算法碰撞力—相对压入量关系

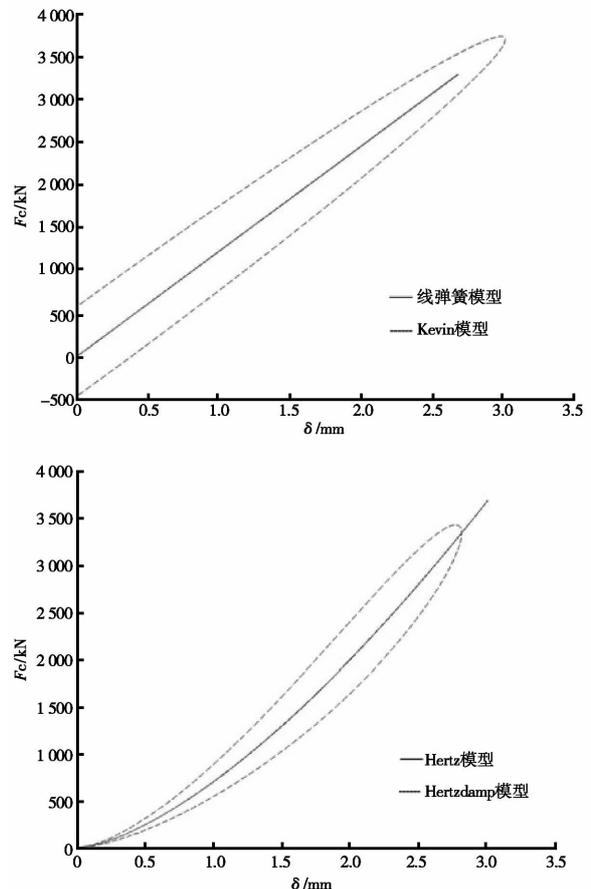


图 7 改进算法碰撞力—相对压入量关系

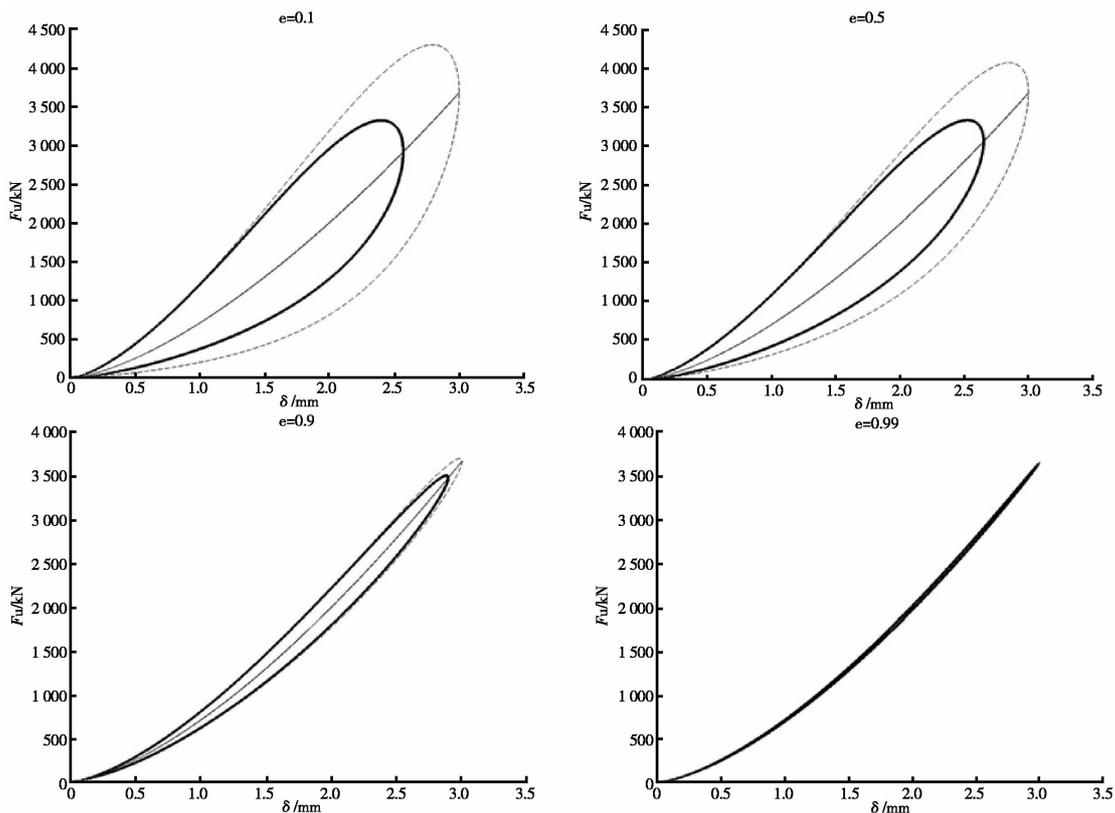


图 8 Hertz 模型(细实线)、Hertzdamp 模型(虚线)和改进算法 Hertzdamp 模型(粗实线)碰撞力-相对压入量关系

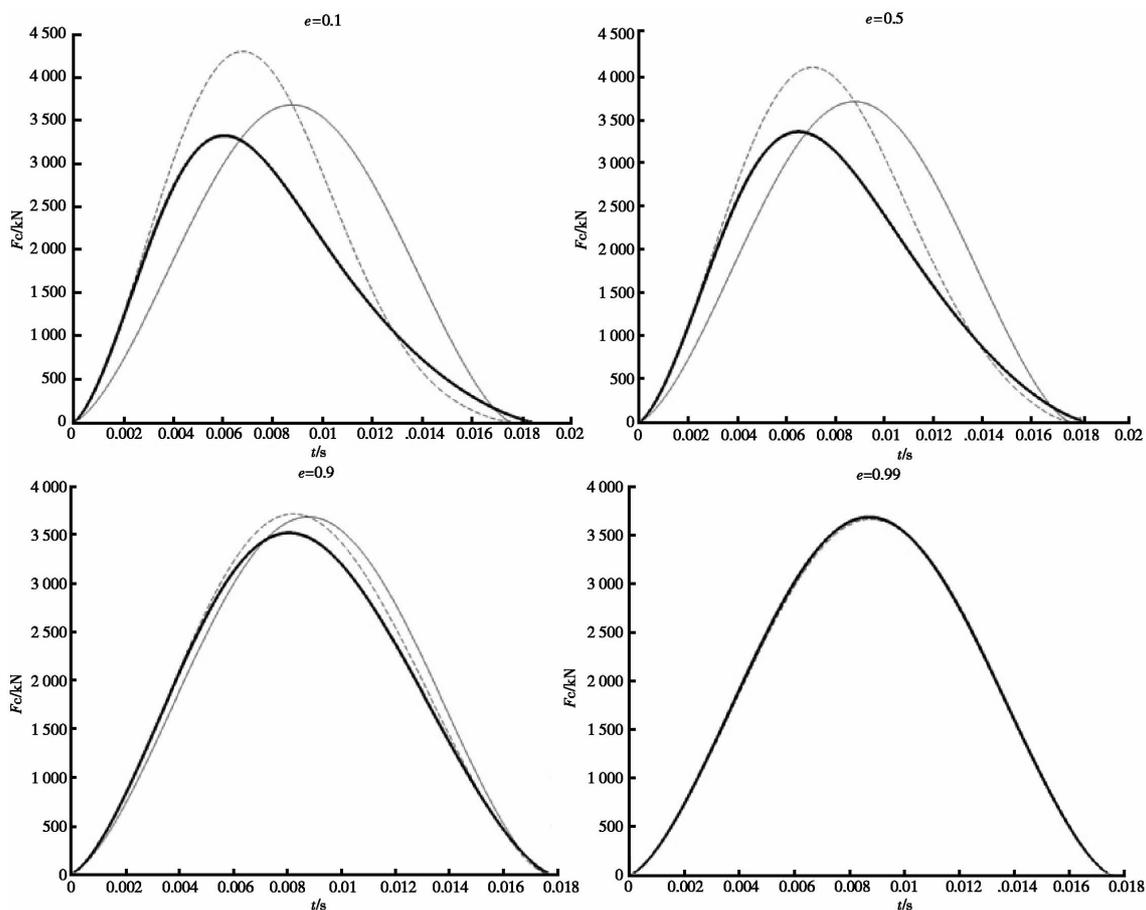


图 9 Hertz 模型(细实线)、Hertzdamp 模型(虚线)和改进 Hertzdamp 模型(粗实线)碰撞力-时间关系曲线

表 3 各碰撞模型计算结果

	线弹簧模型		Kelvin 模型		Hertz 模型		Hertzdamp 模型	
	原算法	改进算法	原算法	改进算法	原算法	改进算法	原算法*	改进算法
刚度参数($\times 10^9$)	1.226	1.226	1.226	1.226	22.363	22.363	22.363	22.363
δ_m/mm	2.687	2.687	2.687	3.019	3.000	3.004	3.000	2.815
最大碰撞力/kN	3 293.4	3 293.4	3 293.4	3 737.2	3 682.0	3 682.1	3 787.1	3 424.2
分离速度/($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	-0.5	-0.5	-0.5	-0.625	-0.5	-0.5	-0.5	-0.424

*注:原算法 Hertzdamp 模型最大相对压入量时碰撞力为 3 682.0 kN,其最大碰撞力不是在该时出现。

4 结 论

通过对几种碰撞模型问题描述的简化,从求解运动方程的角度入手,推导了线弹簧模型和 Kelvin 模型碰撞力、相对压入量、相对压入速度、碰撞持续时间等之间的相互关系的解析式,对于 Hertz 模型和 Hertzdamp 模型,由于非线性项的存在使得解析解的求解变得非常复杂甚至无法进行,于是推导了它们的递推公式,通过简单的迭代即可得到上述各量及其相互之间的关系。在改进算法的求解过程中,未做常用算法那样的假设,对考虑能量耗散的 Kelvin 模型和 Hertzdamp 模型,可以得到上述各量的精确解或者可以无限接近精确解。通过精确解与常用算法计算结果的对比,可以看到:

1)常用算法得到的 Hertzdamp 模型的碰撞力、相对压入量—时间、压缩恢复速度等及其与时间关系都是一种近似关系;

2)常用算法得到的近似解与精确解的近似程度取决于恢复系数的大小,恢复系数越接近于 1,这些近似解与精确解越接近;恢复系数越接近于 0,这些近似解与精确解偏差越大;

3)改进算法对碰撞中能量耗散比较大的问题,如由地震导致的碰撞,适用性比原算法更好,对没有能量耗散的模型——如线弹簧模型和 Hertz 模型,则提供了求解的另一个思路,其结果精度与原算法一样。

参考文献:

- [1] GILARDI G, SHARF I. Literature survey of contact dynamics modeling [J]. Mechanism and Machine Theory, 2002, 37(10): 1213-1239.
- [2] COURANT R, FRIEDRICHS K, LEVY J. Uber die pertieller differenzengleichungen der mathematischen physic [J]. Mathmatische Annalen, 1928, 100(1): 32-74.
- [3] BATHE K J, CHAUDHARY A. A solution method

for planar and axisymmetric contact problems [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1985, 21(1): 65-88.

- [4] SIMO J C, WRIGGERS P. A perturbed lagrangian formulation for the finite element solutions of contact problems [J]. Comput Meth Appl Mech Engng, 1985, 50: 163-180.
- [5] PIETRZAK G, CURNIER A. Large deformation frictional contact mechanics: continuum formulation and augmented Lagrangian treatment [J]. Comput Meth Appl Mech Engng, 1999, 177(3-4): 351-381.
- [6] MUTHUKUMAR S, DESROCHES R. Evaluation of impact models for seismic pounding [C]//Proc of 13th World Conference on Earthquake Engineering. B. C. Canada: Vancouver, 2004.
- [7] HUNT K H, CROSSLEY F R E. Coefficient of restitution interpreted as damping in vibroimpact [J]. Journal of Applied Mechanics (ASME), 1975, 42(2): 440-445.
- [8] MAHMOUD S, CHEN X J, JANKOWSKI R. Structural pounding models with hertz spring and nonlinear damper [J]. Journal of Applied Science. 2008, 8(10): 1850-1858.
- [9] MUTHUKUMAR S, DESROCHES R. A Hertz contact model with non-linear damping for pounding simulation [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 2006, 35(8): 811-828.
- [10] MUTHUKUMAR S. A contact element approach with hysteresis damping for the analysis and design of pounding in bridges [D]. Dissertation: Georgia Institute of Technology, 2003.
- [11] LANKARANI H M, NIKRAVESH P E. A contact force model with hysteresis damping for impact analysis of multibody systems [J]. Journal of Mechanical Design (AMSE), 1990, 112(3): 369-376.
- [12] KOMODROMOS P. Simulation of the earthquake-induced pounding of seismically isolated buildings [J]. Computers and Structures, 2008, 86(7-8): 618-626.
- [13] SHAKYA K, WIJEYEWICKREMA A C, OHMACHI T. Performance of reinforced concrete buildings during

- seismic pounding considering soil-foundation interaction [C]//Proceedings of the Symposium on Development of Practical Urban Earthquake Engineering Research for Mitigation of Mega Earthquakes in the Metropolitan Area, Suzukakedai, Yokohama, Japan, March 25, 2009: 39-42.
- [14] JANKOWSKI R. Earthquake-induced pounding between equal height buildings with substantially different dynamic properties [J]. *Engineering Structures*, 2008, 30(10): 2818-2829.
- [15] POLYCARPOU C P, KOMODROMOS P. Earthquake-induced poundings of a seismically isolated building with adjacent structures [J]. *Engineering Structures*, 2010, 32(7): 1937-1951.
- [16] 金栋平,胡海岩. 碰撞振动与控制 [M]. 北京:科学出版社,2005.
- [17] MAHMOUD S, CHEN X J, JANKOWSKI R. Structural pounding models with Hertz spring and nonlinear damper [J]. *Journal of Applied Sciences*, 2008, 8(10): 1850-1858.
- [18] YE K, LI L, ZHU P H. A note on the Hertz contact model with nonlinear damping for pounding simulation[J]. *Earthquake Engng Struct Dyn*, 2009, 38 (9): 1135-1142.
- [19] 李忠献,岳福青,周莉. 地震时桥梁碰撞分析的等效 Kelvin 撞击模型 [J]. *工程力学*, 2008, 25 (4): 128-133.
- LI ZHONG-XIAN, YUE FU-QING, ZHOU LI. Equivalent kelvin impact model for pounding analysis of bridges during earthquake [J]. *Engineering Mechanics*, 2008, 25(4): 128-132.
- [20] 岳福青. 地震作用下隔震高架桥梁的碰撞反应及控制 [D]. 天津大学, 2007.
- (编辑 陈移峰)

(上接第 134 页)

- FAN XIAO-YI, QIAO JIAN-PING, CHEN YONG-BO. Application of analytic hierarchy process in assessment of typical landslide danger degree [J]. *Journal of Natural Disasters*, 2004, 13(1):72-76.
- [8] 汪洋,殷坤龙,安关峰. 滑坡敏感因子的灰色关联分析[J]. *岩土力学*. 2004, 25(1):91-93.
- WANG YANG, YIN KUN-LONG, AN GUANG-FENG. Grey correlation analysis of sensitive factors of landslide[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2004, 25(1): 91-93.
- [9] 中华人民共和国国土资源部. DZ-2008 地质灾害危险性评估技术规范[S]. 北京: 中华人民共和国国土资源部, 2008.
- [10] 费宇. 应用数理统计[M]. 北京:科学出版社, 2007.
- [11] 刘传正,张明霞,孟晖. 论地质灾害群测群防体系[J]. *防灾减灾工程学报*. 2006, 26(2):175-179.
- LIU CHUAN-ZHENG, ZHANG MING-XIA, MENG-HUI. Study on the geo-hazards mitigation system by residents self-understanding and self-monitoring [J]. *Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering*, 2006, 26(2)175-179.
- [12] 陈喜昌,石胜伟,胡时友. 斜坡地质灾害的空间预测问题 [J]. *工程地质学报*. 2007, 15(2):64-69
- CHEN XI-CHANG, SHI SHENG-WEI, HU SHI-YOU. On prediction of spatial distributions of slope failres and associated geo-hazards [J]. *Journal of Engineering Geology*, 2007, 15(2):64-69.
- [13] RAMLY H E, MORGENSTERN N R, CRUDEN D M. Lodalen slide: a probabilistic assessment[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2006, 43(9): 956-968. .
- [14] VANGELSTEN B V, UZIELIL M, LACASSE S. Probabilistic risk estimation for a norwegian clay slope [C]//In Proceedings of the 14th European Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering. September 24-27, 2007, Madrid, Spain [S. l.]: GEO Techniek, 2007:6-32.
- [15] 张像源,周萌. 基于专家评分模型和 GIS 的滑坡预警分析开发研究[J]. *中国地质灾害与防治学报*, 2006, 17 (2):108-110.
- ZHANG XIANG-YUAN, ZHOU MENG. Development of landslide early warning system using expert analysis model and GIS technique [J]. *The Chinese Journal of Geological Hazard and Control*, 2006, 17(2):108-110.
- [16] 吴树仁. 突发地质灾害研究某些新进展[J]. *地质力学学报*, 2006, 12(2):266-273.
- WU SHU-REN. Some progress in the study of sudden geological hazards[J]. *Journal of Geomechanics*, 2006, 12(2):266-273.
- (编辑 陈移峰)