

文章编号:1000-582X(2012)03-020-06

# 特征系统实现算法的虚假模态剔除方法

章国稳<sup>1</sup>, 汤宝平<sup>1,2</sup>, 潘 飞<sup>2</sup>

(1. 重庆大学 机械传动国家重点实验室, 重庆 400044;

2. 重庆交通科研设计研究院 桥梁工程结构动力学国家重点实验室, 重庆 400067)

**摘 要:** 针对虚假模态影响特征系统实现算法识别结果的问题, 提出用奇异值分解结合模态能量水平来剔除特征系统实现算法识别结果中的虚假模态。利用奇异值分解(SVD)方法滤除信号中的部分噪声, 减少噪声模态并提高识别结果精度, 利用输出矩阵、状态矩阵的特征值和特征向量以及输入分配矩阵计算出识别结果中各阶模态能量矩阵, 对其进行奇异值分解得到最大奇异值, 将其作为各阶模态对输出能量贡献的衡量指标, 称之为模态能量水平, 然后由计算模态与噪声模态能量为零的特点剔除识别结果中的虚假模态。通过数值仿真和实例分析验证了方法的有效性。

**关键词:** 参数识别; 奇异值分解; 特征系统实现算法; 虚假模态; 稳定图

**中图分类号:** TB 123; TH 7

**文献标志码:** A

## The method for removing the spurious modes of eigensystem realization algorithm

ZHANG Guo-wen<sup>1</sup>, TANG Bao-ping<sup>1,2</sup>, PAN Fei<sup>2</sup>

(1. The State Key Laboratory of Mechanical Transmission, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China;

2. State Key Laboratory of Bridge Structure Dynamics, Chongqing Communication Research & Design Institute, Chongqing 400067, P. R. China)

**Abstract:** Due to the influence of spurious modes on the eigensystem realization algorithm results, singular value decomposition (SVD) and model energy level are introduced to remove the spurious modes of eigensystem realization algorithm, reduce part of the noise modes and improve the accuracy by reducing measurement noise by SVD. The energy matrix of each mode can be calculated by the selection matrices, the eigenvalues and eigenvectors of the state matrix and the input distribution matrix. The largest singular value of the energy matrix obtained by SVD is a measure for the energy contribution of each mode, which is named mode energy level. Spurious modes resulting from noise or model redundancy are indicated according their mode energy level. A numerical example and an experimental example are presented to demonstrate the efficacy of the method.

**Key words:** parameter identification; singular value decomposition (SVD); the eigensystem realization algorithm; spurious modes; stabilization charts

收稿日期: 2011-10-12

基金项目: 中央高校基本科研业务费资助项目(CDJZR10118801)

作者简介: 章国稳(1985-), 男, 重庆大学博士研究生, 主要从事实验模态参数识别方法研究。

汤宝平(联系人), 男, 重庆大学教授, 博士生导师, (E-mail) bptang@cqu.edu.cn.

特征系统实现算法(ERA)是一种多输入多输出的时域模态参数识别方法<sup>[1]</sup>,最初以脉冲响应函数为输入数据,后来联合自然激励技术(NExT)或随机减量(RD)后,可进行自然激励下的模态识别。起初在航天领域广泛使用,经过多年研究,ERA又被成功地应用于其他领域,如土木结构等<sup>[2-5]</sup>。

ERA的识别过程中结构模型的定阶是最关键的一个环节,目前还没有统一的方法或者理论来确定模型的阶次,一种较为常见的做法是先对系统阶次进行过估计,然后结合稳定图得到识别结果<sup>[6-7]</sup>。但是在许多情况下,采集信号中不可避免地会受到噪声的污染<sup>[8]</sup>,其不仅影响了识别参数的精度(尤其是阻尼比),更会带来大量的噪声模态,其与模态过估计带来的计算模态会严重干扰正确结果的拾取。

针对ERA的上述问题,笔者首先利用SVD<sup>[9-10]</sup>对输入信号(脉冲响应信号)进行去噪以提高参数辨识精度和减少噪声模态;提出一种各阶模态对输出能量贡献的衡量指标:利用输出矩阵 $C$ 、状态矩阵 $A$ 的特征值与特征向量以及输入分配矩阵 $B$ 计算出识别结果中各阶模态的能量矩阵,对其进行奇异值分解得到最大奇异值,称之为模态能量水平,由计算模态与噪声模态能量为零的特点分离出识别结果中的虚假模态。通过数值仿真和重庆华福桥的系统辨识验证了该方法的有效性。

## 1 特征系统实现算法

### 1.1 状态空间模型

$n$ 自由度系统,其离散时间状态方程为

$$\left. \begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bf, \\ y(k) &= Cx(k). \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: $A \in R^{2n \times 2n}$ ,状态矩阵; $B \in R^{2n \times m}$ ,输入矩阵; $C \in R^{l \times 2n}$ ,输出矩阵; $m$ 为输入个数; $l$ 为输出个数 $\Delta t$ 为采样间隔。

定义脉冲响应函数矩阵 $h(k) \in R^{l \times m}$ ,即

$$h(k) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} h_{11}(k) & h_{12}(k) & \cdots & h_{1m}(k) \\ h_{21}(k) & h_{22}(k) & \cdots & h_{2m}(k) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{l1}(k) & h_{l2}(k) & \cdots & h_{lm}(k) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

其中 $h_{ij}(k)$ 为 $k$ 时刻激励点 $j$ 和响应点 $i$ 之间的脉冲响应函数。

结合式(1)(2)可得

$$h(k) = CA^{k-1}B \quad (k=1,2,\dots). \quad (3)$$

### 1.2 算法实现

用脉冲响应函数矩阵构造 Hankl 矩阵,即

$$H(k) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} h(k) & h(k+1) & \cdots & h(k+s) \\ h(k+1) & h(k+2) & \cdots & h(k+s+1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h(k+r) & h(k+r+1) & \cdots & h(k+r+s) \end{bmatrix}. \quad (4)$$

结合式(3)可得

$$H(k) = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{r-1} \end{bmatrix} A^{k-1} [B \quad AB \quad \cdots \quad A^s B] = V_r A^{k-1} W_s, \quad (5)$$

式中: $V_r \in R^{r \times N}$ 为可观测矩阵; $W_s \in R^{N \times ms}$ 为扩展可控矩阵; $N$ 为系统阶次。

对矩阵 $H(0)$ 进行SVD分解,可以得到

$$H(0) = PDQ^T = [P_1 \quad P_2] \begin{bmatrix} D_1 & 0 \\ 0 & D_2 = 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^T \\ Q_2^T \end{bmatrix} = P_1 D_1 Q_1^T, \quad (6)$$

式中: $P_1 \in R^{r \times N}$ ;  $D_1 \in R^{N \times N}$ ;  $Q_1 \in R^{sm \times N}$ 。

结合式(5)和(6)可得

$$V_r = P_1 D_1^{1/2}, W_s = D_1^{1/2} Q_1^T. \quad (7)$$

由奇异值分解定阶后得到系统的最小实现

$$\begin{aligned} A &= D_1^{-1/2} P_1^T H(1) Q_1 D_1^{-1/2}, \\ C &= E_p^T V_r, B = W_s E_m, \end{aligned} \quad (8)$$

式中: $E_p^T = [I_p \quad 0_p \quad \cdots \quad 0_p]$ ,  $E_m = [I_m \quad 0_m \quad \cdots \quad 0_m]$ 。

对 $A$ 进行特征值分解:

$$A = \Psi \Lambda \Psi^{-1}, \quad (9)$$

式中 $\Lambda \in C^{N \times N}$ 是一个对角矩阵,由离散时间状态方程 $A$ 的复特征值 $\lambda_i$ 组成。模态参数可以由 $\lambda_i$ 和 $\Psi$ 以及输出矩阵 $C$ 得到。

### 1.3 模型定阶

与随机子空间方法<sup>[11]</sup>的识别过程类似,特征系统实现算法计算过程中需要人为给定系统阶次 $N$ ,但对于实际结构往往不可以确定。模态阶次过低,会造成模态的丢失,太高会出现虚假模态,因此在结构参数的过程中,系统定阶成了一个关键环节。

传统ERA直接根据SVD分解后奇异值的突变确定系统阶次,但有时这种突变并不明显,因而此方法只能用于大致判断系统模型阶次。当结构复杂或测点数较多时,通常采用稳定图作为判别真假模态的工具。传统的稳定图中,满足条件的稳定点理论上被认为是系统的真实极点,从而可以确定出系统的物理模态。但是在应用中,发现不尽如此,当噪声污染较为严重或者模型阶数过高时,大量的噪声模态和计算模态会出现在稳定图上,容易出现虚假稳定点,这些虚假的稳定点对系统的模型定阶和物理

模态的拾取造成了巨大的麻烦。

## 2 奇异值分解消噪及虚假模态的剔除

基本流程如图 1 所示,针对原始数据中的噪声,利用 SVD 对输入信号(脉冲响应信号)进行去噪,接着利用识别过程中的系统矩阵得到各阶模态输出信号能量矩阵,对其进行 SVD 分解得到模态能量水平,对各假设模型阶数下计算出来的能量水平进行排序,将能量水平最大的前  $N_p$  个模态保留用以绘制出稳定图,剩下的作为虚假模态予以剔除。

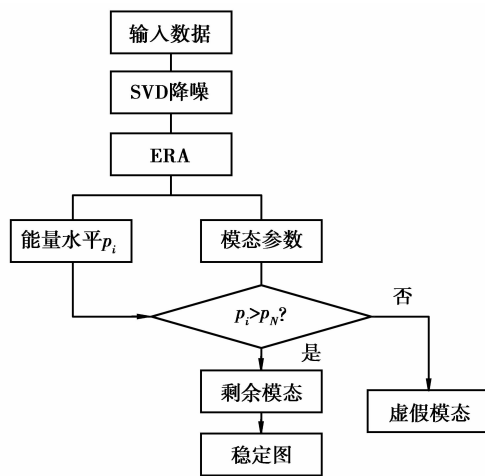


图 1 剔除虚假模态过程

### 2.1 SVD 降噪

对于一个信号  $x(k)$  ( $k=1,2,\dots,N$ ),将其映射到  $m \times n$  ( $m < n$ ) 维相空间内,得到重构相空间轨迹矩阵

$$D_m = \begin{bmatrix} x(1) & x(2) & \cdots & x(n) \\ x(2) & x(3) & \cdots & x(n+1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x(m) & x(m+1) & \cdots & x(m+n+1) \end{bmatrix}. \quad (10)$$

如果信号中包含一定的噪声,则  $D_m$  可表示成  $D_m = D + V$ ,其中  $D, V$  分别表示信号的轨道矩阵、噪声的轨道矩阵,对原始信号的降噪变成了寻找  $D$  的最佳逼近问题。对  $D_m$  进行奇异值分解,可以得到  $D_m = USV^H$ ,其中矩阵  $S$  的主对角线元素  $\lambda_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) 为矩阵  $D_m$  的奇异值。根据 SVD 理论及 Frobenius 范数意义下矩阵最佳逼近定理可以得出,如果保留  $D_m$  的前  $k$  个奇异值而其他奇异值置零,然后再利用奇异值分解的逆过程得到一个矩阵,记为  $D'_m$ ,那么矩阵  $D'_m$  就是在秩为  $k$  的情况下对轨道矩阵  $D_m$  的一个最佳逼近。

降噪阶次  $k$  的选定十分关键,不同的降噪阶次下,信号的降噪效果明显不同。许多专家对这个问题进行了研究并提出了多种方法<sup>[12-14]</sup>,这里通过设定阈值法来确定有效重构阶次。

归一化各阶能量

$$E'_k = S(k,k)^2 / M (k \leq m), \quad (11)$$

$$M = \sum_{i=1}^m S(i,i)^2.$$

由文献[15]对有用信号和噪声信号的能量贡献特点分析可知,随着  $k$  的增加,有用信号的能量迅速衰减,而噪声信号的能量均匀分布在各阶次上,因此可以从归一化能量  $E'_k$  趋于渐进时的能量作为阈值  $E_{\text{thd}}$ ,保留矩阵  $S$  中能量阈值大于或等于  $E_{\text{thd}}$  的奇异值,其他置零得到  $S'$ 。可以得到最佳逼近矩阵

$$D'_m = US'V^H. \quad (12)$$

一般来说,  $D'_m$  不再是 Hankl 矩阵的形式,为了得到无噪声污染的数据,可以通过将  $D'_m$  反对角线上的元素求算术平均得到,即:

$$x'(k) = \frac{1}{\beta - \alpha} \sum_{i=\alpha}^{\beta} D'_m(i, k - i + 1) (k = 1, 2, \dots, N), \quad (13)$$

式中:  $\alpha = \max(1, k - m + 1)$ ;  $\beta = \min(n, k)$ 。

这样便可以得到信噪比较高的输入信号。

### 2.2 利用模态能量水平剔除虚假模态

对脉冲响应矩阵进行傅里叶变换:

$$H(\omega) = \sum_{k=0}^{\infty} h(k) \exp^{-kj\omega\Delta t} \Delta t. \quad (14)$$

考虑脉冲响应函数初始位移为 0,并将式(3)代入式(14)得

$$H(\omega) = C \left( \sum_{k=1}^{\infty} A^{k-1} \exp^{-kj\omega\Delta t} \right) B \Delta t. \quad (15)$$

对式(15)进行整理可得

$$H(\omega) = C(I - A^n e^{-nj\omega\Delta t}) (I e^{j\omega\Delta t} - A)^{-1} B \Delta t (n \rightarrow \infty), \quad (16)$$

由于  $h(n) = CA^{n-1}B \rightarrow 0$  ( $n \rightarrow \infty$ ),式(16)可化为

$$H(\omega) = C(I e^{j\omega\Delta t} - A)^{-1} B \Delta t. \quad (17)$$

将式(9)代入式(17)可得

$$H(\omega) = C \Psi (I e^{j\omega\Delta t} - A)^{-1} \Psi^{-1} B \Delta t. \quad (18)$$

于是可以得到每阶模态对频谱的贡献

$$H_i(\omega) = C \Psi_i (e^{j\omega\Delta t} - \lambda_i)^{-1} \Psi_i^{-1} B \Delta t, \quad (19)$$

式中:  $\Psi_i$  表示  $\Psi$  的第  $i$  列;  $\Psi_i^{-1}$  表示  $\Psi^{-1}$  的第  $i$  行。

定义各阶模态的能量水平

$$P_i = \sigma \left( \int_0^{f_s/2} C \Psi_i (e^{j\omega\Delta t} - \lambda_i)^{-1} \Psi_i^{-1} B \Delta t d\tau \omega \right), \quad (20)$$

式中  $\sigma(\cdot)$  为矩阵的最大奇异值。

可以看出,各阶模态的能量水平可以作为一种

各阶模态对系统输出能量贡献的衡量指标。理论上,计算模态和噪声模态对系统的输出能量应该为零。由于实际计算中存在误差,计算得到的噪声模态和计算模态能量可能不会恒为零,但是物理模态能量将远大于噪声模态和计算模态能量,不会影响它们之间的区分,因此可以利用各阶模态的能量水平剔除计算结果中的部分虚假模态。

### 3 数值仿真

为了验证本文方法的有效性,设计了一个 3 自由度振动系统的数值仿真算例,结构如图 2 所示。

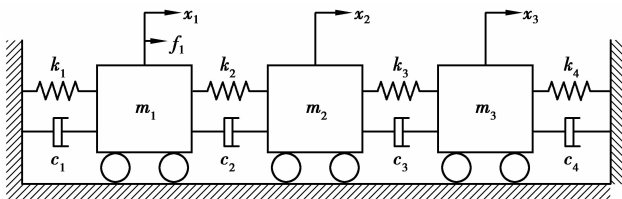


图 2 3 自由度振动系统

系统的各物理参数如表 1 所示,给该系统的  $m_1$  处施加一脉冲激励  $f_1$ ,对 3 个测点位移响应进行采集,采样频率为 200 Hz,采样时间为 20 s,给每个通道加 10% 的随机噪声。图 3 为质量块  $m_1$  的位移响应(加 10% 噪声),图 4 为通过 SVD 降噪 ( $E_{thd} = 0.02$ ) 后的质量块  $m_1$  的位移响应,可以看出,相比于原始信号,降噪后的信号中的噪声被大幅削减。

表 1 系统的物理参数

$i$	$m_i/\text{kg}$	$c_i/(\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1})$	$k_i/(\text{kN} \cdot \text{m}^{-1})$
1	8	3.5	14
2	8	1.5	12
3	8	2.0	10
4	—	3.5	14

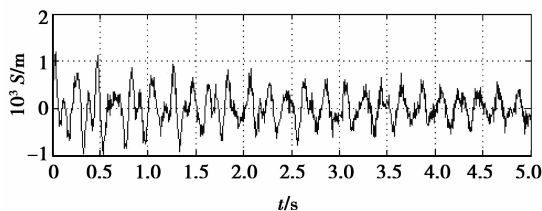


图 3 加 10% 噪声  $x_1$  的位移响应

对采集到的信号用特征系统实现算法进行分析,分别用传统方法和本文方法构造出稳定图。其中,特征频率、阻尼比、模态振型的容差分别为:

0.01,0.1,0.02,‘s’表示稳定点,‘v’表示频率和振型稳定的点,‘d’表示频率和阻尼比稳定的点,‘f’表示频率稳定的点。图 5 为用传统方法得到的稳定图,可以看出,随着系统阶次的增大,系统的物理模态形成了稳定轴,同时也出现了多条虚假的稳定轴。图 6 为利用本文方法所得到的稳定图,利用算法计算过程中得到的输出矩阵  $C$ 、状态矩阵  $A_c$  的特征值与特征向量以及输出选择矩阵  $B$  分别计算出各阶模态所对应的能量水平,然后对各假设模型阶数下计算出来的能量水平进行排序,取功率最大的前  $N_p = 3$  个模态构造稳定图,结合系统参数理论值(表 1)可以看出原始稳定图中的虚假模态已大部分被清除。

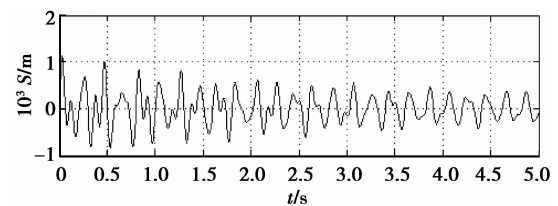


图 4 通过 SVD 降噪后  $x_1$  的位移响应

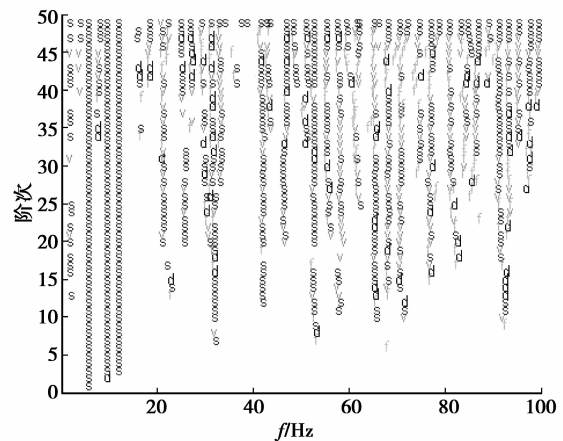


图 5 传统方法所得稳定图

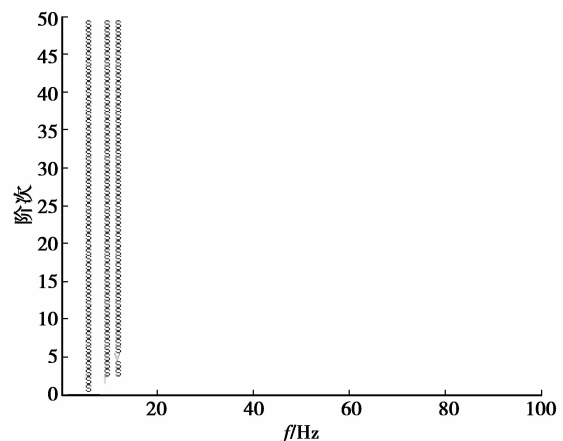


图 6 改进方法所得稳定图

表 2、3 为原始算法和本文改进算法识别结果(频率和阻尼比)的对比,可以看出改进算法相比于原始算法在识别精度(尤其是阻尼比)上有明显提高。

表 2 算法改进前后频率比较 Hz

阶次	理论值	原始 ERA		本文方法	
		计算值	误差/%	计算值	误差/%
1	4.990	4.989	0.018	4.989	0.018
2	8.863	8.877	0.164	8.864	0.007
3	11.159	11.160	0.004	11.162	0.030

表 3 算法改进前后阻尼比比较

阶次	理论值	原始 ERA		本文方法	
		计算值	误差/%	计算值	误差/%
1	0.370	0.500	35.135	0.370	0
2	0.600	0.610	1.667	0.620	3.333
3	0.610	0.700	14.754	0.570	6.557

### 4 实例分析

为了进一步验证本文方法的有效性,将该方法应用于重庆华福桥模态参数识别实验,桥梁在过往行人、车辆以及自然环境中的风流动等随机激励下振动,在桥梁竖向上共设置了 11 个测点,由加速度传感器采集,每个测点的数据记录长度为 4 k,采样频率为 200 Hz。图 7 为桥梁立面图,图 8 为其第 2 通道的响应信号。



图 7 华福桥桥梁立面

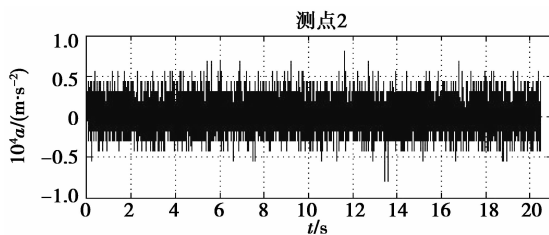


图 8 第 2 个通道响应信号

应用 NExT 技术计算相关函数作为自由响应信号,接着用 ERA 方法进行分析,图 9 是用传统方法构造出来的稳定图,图 10 是用本文方法构造的稳定图( $N_p=10$ ),其构造参数与仿真数例相同。可以看出,随着阶次的增高,原始稳定图中出现了大量虚假模态,要从中拾取模态较为困难,而用本文方法所构造的稳定图则少了许多干扰,各阶模态一目了然,让模态拾取变得简单许多。将用本文方法与原始方法和 p\_LSCF 方法所得到结果对比如表 4 所示。可以看出,p\_LSCF 方法所识别出的频率成分,本文方法都有相应的成分与之对应,本文方法所辨识出的模态参数与原始方法和 p\_LSCF 的结果非常一致,而且大部分结果比原始方法结果更靠近三者相应结果的平均值,说明用本文方法所识别出的结果的可靠性高。

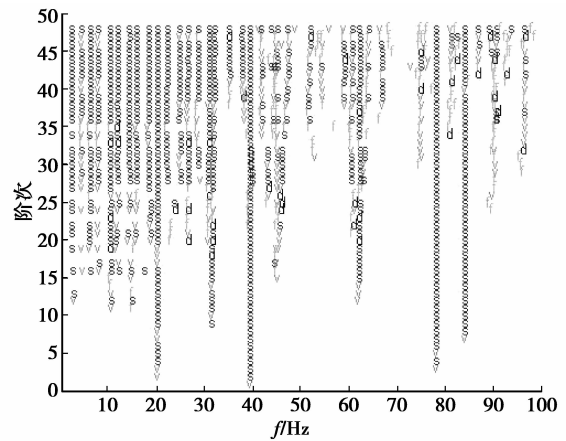


图 9 传统方法所得稳定图

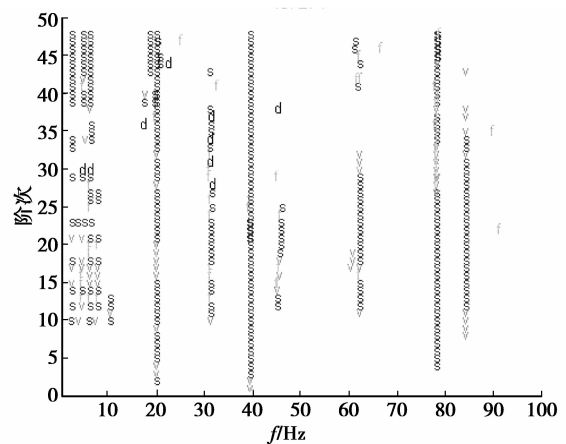


图 10 本文方法所得稳定图

表4 华福桥识别结果对比

阶次	频率				阻尼比			
	p_LSCF	本文方法	ERA	平均	p_LSCF	本文方法	ERA	平均
1	19.37	19.38	19.39	19.38	0.02	0.02	0.04	0.03
2	—	30.63	30.71	30.67	—	1.32	1.36	1.34
3	38.77	38.77	38.77	38.77	0.05	0.04	0.04	0.04
4	—	61.58	61.47	61.53	—	0.33	0.33	0.33
5	77.55	77.55	77.54	77.55	0.08	0.10	0.11	0.10
6	83.67	83.72	83.65	83.68	0.07	0.08	0.16	0.10

## 5 结 论

特征系统实现算法虚假模态的存在严重干扰了物理模态的拾取,笔者利用奇异值分解(SVD)方法滤除信号中的部分噪声,以减少噪声模态并提高识别结果精度。提出了一种各阶模态对输出能量贡献的衡量指标,称之为模态能量水平,通过其可以有效剔除结果中的虚假模态。数值仿真及实例分析证明了该方法的有效性。

### 参考文献:

- [1] JUANG J N, PAPPA R S. An Eigensystem Realization Algorithm (ERA) for modal parameter identification and model reduction[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1985, 8(5): 620-627.
- [2] SIRINGORINGO D M, FUJINO Y Z. System identification of suspension bridge from ambient vibration response[J]. Engineering Structures, 2008, 30(2): 462-477.
- [3] 李炜明, 朱宏平, 吴贤国, 等. 未知激励下框架结构系统识别的特征系统实现算法[J]. 振动与冲击, 2010, 29(8): 228-231.  
LI WEI-MING, ZHU HONG-PING, WU XIAN-GUO, et al. System identification based on experimental responses of a frame structure with unknown inputs[J]. Journal of Vibration and Shock, 2010, 29(8): 228-231.
- [4] 姜浩, 郭学东, 杨焕龙. 环境激励下桥梁结构模态参数识别方法的研究[J]. 振动与冲击, 2008, 27(11): 126-128, 172.  
JIANG HAO, GUO XUE-DONG, YANG HUAN-LONG. Research on modal parameters identification of bridge structure under ambient excitation[J]. Journal of Vibration and Shock, 2008, 27(11): 126-128, 172.
- [5] QIN Q, LI H B, QIAN L Z, et al. Model identification of Tsing MA bridge by using improved eigensystem realization algorithm [J]. Journal of Sound and Vibration, 2001, 247(2): 325-341.
- [6] MOHANTY P, RIXEN D J. Modified ERA method for operational modal analysis in the presence of harmonic excitations [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2006, 20(1): 114-130.
- [7] 贺瑞, 秦权. 改进的 NExT-ERA 时域模态识别法的误差分析[J]. 清华大学学报: 自然科学版, 2009, 49(6): 803-810.  
HE RUI, QIN QUAN. Error analysis of time-domain modal identification methods of improved NExT-ERA [J]. Journal of Tsinghua University: Science and Technology, 2009, 49(6): 803-810.
- [8] JUANG J N, PAPPA R S. Effects of noise on modal parameters identified by the Eigensystem Realization Algorithm [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1986, 9(3): 294-303.
- [9] SANLITURK K Y, CAKAR O. Noise elimination from measured frequency response functions[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2005, 19(3): 615-631.
- [10] 孙鑫晖, 张令弥, 王彤. 基于奇异值分解的频响函数降噪方法[J]. 振动、测试与诊断, 2009, 29(3): 325-328.  
SUN XIN-HUI, ZHANG LING-MIN, WANG TONG. Noise reduction of frequency response function using singular value decomposition [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2009, 29(3): 325-328.
- [11] REYNDERS E, PINTELOON R, ROECKA G D. Uncertainty bounds on modal parameters obtained from stochastic subspace identification[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2008, 22(4): 948-969.
- [12] LI R X, WANG D F, HAN P, et al. On the applications of SVD in fault diagnosis [C] // Proceedings of 2003 IEEE International Conference on System, Man and Cybernetics, October 5-8, 2003, Hyatt Regency, Washington, D. C., USA. [S. l.]: IEEE Press, 2003, 4: 3763-3768.
- [13] 吕永乐, 郎荣玲. 基于奇异值分解的飞行数据降噪方法[J]. 计算机工程, 2010, 36(3): 260-262.  
LV YONG-LE, LANG RONG-LING. Noise reduction method for flight data based on singular value decomposition [J]. Computer Engineering, 2010, 36(3): 260-262.
- [14] SAU-LON J H, BAO X X, LI H J. Model order determination and noise removal for modal parameter estimation [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2010, 24(6): 1605-1620.
- [15] 何田, 刘献栋, 李其汉. 噪声背景下检测突变信息的奇异值分解技术[J]. 振动工程学报, 2006, 19(3): 399-403.  
HE TIAN, LIU XIAN-DONG, LI QI-HAN. An improved method of detecting abrupt information based on singularity value decomposition in noise background [J]. Journal of Vibration Engineering, 2006, 19(3): 399-403.