

文章编号: 1000-582X(2012)03-081-04

# 基于全相位 FFT 时移相位差的电网间谐波检测

汪小平, 黄香梅

(安徽工业大学 电气信息学院, 安徽 马鞍山 243002)

**摘要:** 电网间谐波所造成的危害越来越引起人们的重视, 电网间谐波的实际测量结果是间谐波问题研究的主要依据。为克服传统 FFT 检测间谐波误差大的缺陷, 提出一种全相位 FFT (apFFT) 时移相位差的间谐波检测方法。用 apFFT 算法, 同时调整采样率能抑制包括基波的所有 0.1 次整数倍谐波的频谱泄漏, 用主谱线的相位差来校正频率值和幅值, 相位值无需校正, 直接取 apFFT 主谱线上的相位值。此算法概念清晰, 结果直接, 具有抗谐波间干扰强的优点。仿真结果表明, 该方法能高精度地检测间谐波的大小、相位和频率, 为电网间谐波检测和分析提供了一种新的有效途径。

**关键词:** 谐波分析; 傅氏变换; 时移相位差校正; 仿真

**中图分类号:** TM 714

**文献标志码:** A

## Measurement of interharmonics in power network based on all phase FFT time shifting and phase difference

WANG Xiao-ping, HUANG Xiang-mei

(School of Electrical Engineering & Information, Anhui University of Technology,  
Maanshan, Anhui 243002, P. R. China)

**Abstract:** The harms brought by interharmonics have attracted people's attention more and more. The research of interharmonics is based on the actual measurement of the interharmonics in power network. An interharmonics detection method of all phase fast Fourier transform (apFFT) time shifting and phase difference is proposed in order to overcome the defects of the bigger measurement error brought by traditional FFT algorithm. By adopting apFFT algorithm and adjusting sample rate, we suppress spectrum leakage of all 0.1 times integer time harmonics including fundamental. Frequency and amplitude corrections are obtained through main spectrum line phase difference. The apFFT main spectrum lines phase values without correction are directly taken as phase values. The concept is clear and the results are direct. The algorithm has the advantage of strong anti-interference between harmonics. The simulation results show that the proposed method can detect amplitude, phase and frequency of interharmonics with high precision. The algorithm provides a new effective way for power network interharmonic detection and analysis.

**Key words:** harmonic analysis; Fourier transforms; time shifting and phase difference correction; simulation

由于一些周波变换装置、波动性负荷等非线性设备的使用, 使得电网中不仅存在着频率是工频整数倍

的谐波, 而且还存在着许多非整数倍的谐波, 称整数次谐波或间谐波<sup>[1-2]</sup>, 目前研究较多的是整数次谐波,

收稿日期: 2011-10-05

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50707003)

作者简介: 汪小平(1965-), 女, 安徽工业大学副教授, 主要从事电力电子技术应用、检测等方向的研究,  
(E-mail) masahwxp@163.com。

对间谐波研究较少。随着间谐波在电网中所造成的危害的扩大,间谐波研究也越来越引起人们的重视。除了具有整数次谐波产生的危害以外,间谐波还会改变电压过零点,会使按照过零点工作的数字继电器、测量表计等产生误差,甚至造成操作事故;造成现有的谐波补偿装置失效;当间谐波频率接近谐波或基波频率时,将会引起闪变现象;影响整数次谐波测量的结果和精确度;造成 CRT 显示器闪烁等<sup>[3-4]</sup>。电力系统中谐波的实际测量结果是谐波问题研究的主要依据<sup>[5]</sup>,对间谐波直接 FFT 频谱分析时的频谱泄漏和栅栏效应比较严重,测量精度低<sup>[6]</sup>。目前提出的间谐波检测方法有小波变换<sup>[7]</sup>、神经网络<sup>[8]</sup>和插值 FFT 算法<sup>[9]</sup>等。小波分析主要缺点是频率分辨率较低,结果不直观;神经网络应用于谐波及间谐波的检测尚属于初级阶段,神经网络算法的性能又与算法的计算时间有很大关系,时间越长效果越好,因此很难满足实时性的要求。笔者将全相位 FFT(apFFT)时移相位差算法应用到间谐波的检测中来,分析了检测原理,并对给出的算例进行了计算仿真,仿真结果表明,该方法能高精度地检测间谐波的幅值大小、相位和频率,实现间谐波的有效分析。

## 1 全相位 FFT 原理

apFFT 是从考虑包含某样点所有循环移位后的数据分段的 DFT 谱衍生而来的。对于时间序列中的一点  $x(0)$ ,存在且只存在  $N$  个包含该点的  $N$  维向量<sup>[10]</sup>:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_0(n) &= [x(0), x(1), \dots, x(N-1)]^T, \\ \mathbf{x}_1(n) &= Z^{-1}x_0(n) = [x(-1), x(0), \dots, x(N-2)]^T, \\ &\dots\dots \\ \mathbf{x}_{N-1}(n) &= Z^{-N+1}x_0(n) = [x(-N+1), \\ &\quad x(-N+2), \dots, x(0)]^T. \end{aligned} \quad (1)$$

$Z^{-j}$ 为延迟算子,将每个循环变量进行循环移位,把样本点  $x(0)$ 移到首位,则可得到另外的  $N$  个  $N$  维向量:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}'_0(n) &= [x(0), x(1), \dots, x(N-1)]^T, \\ \mathbf{x}'_1(n) &= [x(0), x(1), \dots, x(-1)]^T, \\ &\dots\dots \\ \mathbf{x}'_{N-1}(n) &= [x(0), x(-N+1), \dots, x(-1)]^T. \end{aligned} \quad (2)$$

对准  $x(0)$ 相加并取其平均值,则可得到全相位数据向量:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{ap}(n) &= \frac{1}{N}[Nx(0), (N-1)x(1) + x(-N+1), \dots, \\ &\quad x(N-1) + (N-1)x(-1)]^T. \end{aligned} \quad (3)$$

根据 FFT 的移位性质,式(2)的  $\mathbf{x}'_i(n)$ 的离散傅里叶变换  $X'_i(k)$ 和式(1)的  $\mathbf{x}_i(n)$ 的离散傅里叶变换  $X_i(k)$ 之间对应的关系:

$$X'_i(k) = X_i(k)e^{j\frac{2\pi}{N}ik}; i, k = 0, 1, \dots, N-1. \quad (4)$$

对式(4)的  $X'_i(k)$ 进行加权求和平均即为 apFFT 的输出:

$$\begin{aligned} X_{ap}(k) &= \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} X'_i(k) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} X_i(k)e^{j\frac{2\pi}{N}ki} = \\ &= \frac{1}{N^2} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} x(n-i)e^{j\frac{2\pi}{N}ki} e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}. \end{aligned} \quad (5)$$

对于单频复指数信号:  $x(n) = e^{j(\omega_0 n + \varphi_0)} = e^{j(2n\beta\pi/N + \varphi_0)}$ ,其中  $\omega_0$ 表示为  $\beta$ 倍频率间隔  $2\pi/N$ 的形式,代入式(5)经化简可得频谱:

$$X_{ap}(k) = \frac{e^{j\varphi_0}}{N^2} \cdot \frac{\sin^2[\pi(\beta-k)]}{\sin^2[\pi(\beta-k)/N]}. \quad (6)$$

而直接 FFT 得到的频谱为<sup>[11]</sup>:

$$X(k) = \frac{e^{j\varphi_0}}{N^2} \cdot \frac{\sin[\pi(\beta-k)]e^{-j(\beta-k)\pi}}{\sin[\pi(\beta-k)/N]}. \quad (7)$$

式(6)和式(7)比较,式(6)中的平方关系是相对于所有的谱线而言的,也就是说旁瓣谱线相对于主瓣谱线的比值是按照这种平方关系衰减下去的,这就会使主谱线显得更为突出,因此,apFFT 比 FFT 具有更好地抑制频谱泄漏的性能。另外,与直接 FFT 不同,apFFT 得到的相位值为  $\varphi_0$ ,与  $(\beta-k)$ 无关<sup>[12]</sup>。 $\beta$ 为整数时,实际谱线正好落在频率的分辨点上,能直接计算出参数大小; $\beta$ 为小数时实际谱线是落在两个频率分辨点之间,不能直接测出参数大小,测量间谐波时,往往遇到的  $\beta$ 是小数的情况,因此采用下面的相位差校正方法。

## 2 全相位 FFT 的时移相位差校正原理

全相位 FFT 具有相位不变性,不论频率偏离峰值谱线多少,峰值谱线处的相位始终是正确的,全相位 FFT 时移相位差法,是对信号以及时移信号分别做双窗全相位 FFT,然后再以这两组信号的相位差值求取频率和幅值的校正值。

设:  $x(n) = Ae^{j(\omega_0 n + \varphi_0)}$ ,式(6)可以写为:  $Y(k) = Ae^{j\varphi_0} W^2(k\Delta\omega - \omega_0)$ ,其中  $W(k\Delta\omega - \omega_0)$ 为窗的频谱函数,  $\Delta\omega$ 为频率分辨率<sup>[5]</sup>。主谱线  $k^*$ 上的相位谱为  $\varphi(k^*) = \varphi_0$ ,延时  $n_0$ 后  $x(n) = Ae^{j[\omega_0(n-n_0) + \varphi_0]}$ ,apFFT 后:  $Y(k) = e^{j(\varphi_0 - \omega_0 n_0)} W^2(k\Delta\omega - \omega_0)$ ,主谱线  $k^*$ 上的相位谱为  $\varphi_2(k^*) = \varphi_0 - \omega_0 n_0$ ,  $\Delta\varphi = \varphi_1(k^*) - \varphi_2(k^*) = \omega_0 n_0$ ,测量值:  $\omega_0 = \Delta\varphi/n_0$ ,主谱线  $k^*$ 处对应  $2k^* \pi/N$ ,经过大小为  $n_0$ 的延时后,此数字角频率会引起  $2k^* n_0 \pi/N$ 的附加相移,则  $\Delta\varphi = \varphi_1(k^*) - \varphi_2(k^*) + 2k^* n_0 \pi/N$ ,若  $n_0 = N$ 时,频偏值:  $k^* \Delta\omega - \omega_0 = d\omega = \varphi_1(k^*) - \varphi_2(k^*)$ ,幅值校正值为:  $A = \frac{|Y(k^*)|}{W^2(d\omega)}$ 。笔者仿真是在加汉宁窗条件下实现的<sup>[13-14]</sup>,当  $N$ 取值较大时,窗的频谱函数可进行最小值简化处理<sup>[8]</sup>,  $W(d\omega) = \frac{\sin(\pi \cdot d\omega)}{2\pi \cdot d\omega \cdot [1 - (d\omega)^2]}$ 。

### 3 仿真结果分析

电力部门治理间谐波的主要依据是 GB/T 24337—2009《电能质量公用电网间谐波》<sup>[15]</sup>。谐波的在线监测目的是要尽可能多地得到谐波的全部信息,从而制定相应治理措施。一般 FFT 对周期信号进行分析时,只有当各谐波成分对应的谱线位于 FFT 的频率分辨点上时,才能准确计算各谐波的频谱值,否则由于频谱泄漏的原因,计算出的将是泄漏谱,引入较大的误差,尤其是相位的误差,见式(7)。直接 FFT 检测,间谐波测量的频率分辨率很小时,数据窗将很长,不利于实时性的检测,要两者兼顾。另外要想对所有频率信号实现同步采样,必须选择所有频率信号周期的整数倍作为 FFT 数据窗的宽度,然而用户产生的谐波一般比较复杂,很难实现对所有间谐波信号的同步采样,因此笔者对 FFT 分析间谐波数据窗依据国家标准采用 10 倍工频周期<sup>[6]</sup>,在此基础上进行间谐波分析,直接 FFT 计算能检测 0.1 次间谐波,相位差校正法能检测到小于 0.1 次的间谐波。对于电网信号,通常基波和部分工频整数倍的谐波分量含量较大,它们不同步采样产生的频谱泄漏相对要大些,对小幅值的间谐波的泄漏影响大,小幅值的间谐波易被淹没。因此,笔者采用实时跟踪电网频率,调整采样频率,尽量实现电网工频信号的同步采样,减少所有 0.1 次整数倍谐波包括基波的频谱泄漏的影响,同时加上 apFFT 算法对频谱泄漏的抑制,从而更加有效地提高测量精度。

首先仿真比较在调整采样率后相同的采样频率下采样时,apFFT 和 FFT 频谱分析情况。假设频次分别为:1、1.432、1.851、3、3.562 次,工频  $f_0$  为 50.5 Hz 的电网信号。仿真时首先运用采样频率为  $50 \times 32$  Hz 进行采样,apFFT 时移相位差法测出基波频率  $f_0^*$ ,然后再以调整的采样频率  $f_0^* \times 32$  Hz 采样<sup>[16-17]</sup>,后述的仿真都是一个工频周期采样 32 点,可以分析到 800 Hz 的频率信号,这是根据间谐波标准给出的是此频率以下间谐波含有率的限值。加汉宁窗分别用 FFT 和 apFFT 分析时得到频谱特性如图 1 所示。从图中可以看出基波和 3 次谐波的频谱泄漏比较小,间谐波由于不同步采样产生了频谱泄漏,apFFT 比 FFT 要小,因此,谐波间的干扰相对减小。

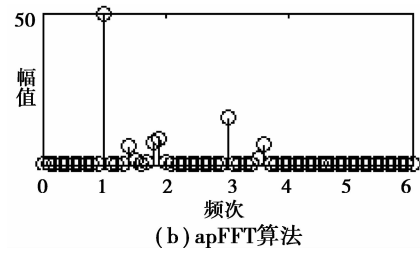
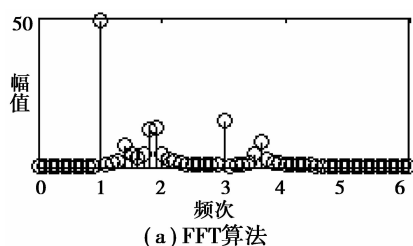


图 1 频谱特性

为了验证 apFFT 时移相位差法测量间谐波的精度情况,针对式(8)多频信号  $x(t)$  进行仿真,将笔者算法和传统 FFT 时移相位差算法进行比较,比较的结果数据如表 1—3 所示。

$$x(t) = 310 \cos\left(2\pi \cdot f_0 \cdot t + \frac{\pi}{36}\right) + 9.3 \cos\left(2\pi \cdot 1.5 \cdot f_0 \cdot t - \frac{\pi}{6}\right) + 1.74 \cos(2\pi \cdot 2.572 \cdot f_0 \cdot t) + 97.2 \cos\left(2\pi \cdot 3 \cdot f_0 \cdot t + \frac{\pi}{3}\right) + 6.53 \cos(2\pi \cdot 3.746 \cdot f_0 \cdot t + 0.7). \quad (8)$$

表 1 频率测量结果

谐波次数	实际频率	FFT 时移相位差法	apFFT 时移相位差法
1	50.50	50.48	50.48
1.5	75.75	75.71	75.71
2.572	129.90	127.31	129.83
3	151.50	151.43	151.43
3.746	189.17	190.76	189.10

表 2 幅值测量结果

谐波次数	实际频率	FFT 时移相位差法	apFFT 时移相位差法
1	310.00	310.150 0	310.00
1.5	9.30	9.360 7	9.30
2.572	1.74	1.608 0	1.74
3	97.20	97.296 0	97.20
3.746	0.53	0.495 0	0.53

表 3 相位测量结果

谐波次数	实际相位/rad	FFT/rad	apFFT/rad
1	0.087 3	0.225 9	0.087 3
1.5	-0.524	-1.009 0	-0.523 3
2.572	0	1.421 6	0.000 7
3	1.046 6	0.108 1	1.046 9
3.746	0.7	1.061 4	0.687 3

从仿真的结果数据可以看出,由于 apFFT 时移相位差频谱校正法结合了 apFFT 和时移相位差法的优点,它同时具有 apFFT 以及时移相位差法的所

有特性。采用汉宁窗时,相隔两个分辨率以上的间谐波的检测结果精度高,特别是幅值较小的信号有比较高的检测精度,满足国家仪表的测量间谐波误差要求。

## 4 结 语

笔者提出一种全相位 FFT 时移相位差的间谐波检测方法,用 apFFT 算法抑制频谱泄漏,同时调整采样率能抑制包括基波的所有 0.1 次整数倍谐波的频谱泄漏,用主谱线的相位差来校正频率值和幅值,相位值无需校正,直接取 apFFT 主谱线上的相位值。此算法概念清晰,容易实现,结果直接,具有抗谐波间干扰强的优点,比传统 FFT 校正法检测精度高,实现间谐波的大小、相位和频率的高精度检测,不足之处是需要进行时移,参数检测的实时性不是很理想。通过仿真计算验证了该方法的正确性,为电力系统中间谐波检测和分析提供了一种新的有效途径。

### 参考文献:

- [1] CHANG G W, CHEN S K. An analytical approach for characterizing harmonic and interharmonic currents generated by VSI-fed adjustable speed drives[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2005, 20(4): 2585-2593.
- [2] DE ROSA F, LANGELLA R, SOLLAZZO A, et al. On the interharmonic components generated by adjustable speed drives [J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2005, 20(4):2535-2543.
- [3] 林海雪. 电力系统中的间谐波问题[J]. 供用电, 2001, 18(3):6-9.  
LIN HAI-XUE. Interharmonic problem in electrical power system[J]. Distribution & Utilization, 2001, 18(3):6-9.
- [4] TESTA A, AKRAM M F, BURCH R, et al. Interharmonics: theory and modeling [J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2007, 22(4): 2335-2348.
- [5] International Electrotechnical Commission. 61000-4-7 General Guide on Harmonics and Interharmonics Measurements, for Power Supply Systems and Equipment Connected Thereto [S]. Geneva, Switzerland: IEC Standard, 2002.
- [6] 郑恩让,杨润贤,高森. 关于电力系统 FFT 谐波检测存在问题的研究[J]. 继电器, 2006, 34(18): 52-56.  
ZHENG EN-RANG, YANG RUN-XIAN, GAO SEN. Study on problems about detecting harmonic based on FFT in power system [J]. Relay, 2006, 34(18): 52-56.
- [7] 刘桂英,粟时平. 利用小波傅里叶变换的谐波与间谐波检测[J]. 高电压技术, 2007, 33(6): 184-188.  
LIU GUI-YING, SU SHI-PING. Measurement of harmonic and inter-harmonic using transform of wavelet and fourier [J]. High Voltage Engineering, 2007, 33(6): 184-188.
- [8] 王公宝,向东阳,马伟明. 基于 FFT 和神经网络的非整数次谐波分析改进算法[J]. 中国电机工程学报, 2008, 28(4): 102-108.  
WANG GONG-BAO, XIANG DONG-YANG, MA WEI-MING. Improved algorithm for non-integer harmonics analysis based on FFT algorithm and neural network[J]. Proceedings of the CSEE, 2008, 28(4): 102-108.
- [9] QIAN H, ZHAO R X, CHEN T. Interharmonics analysis based on interpolating windowed FFT algorithm[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2007, 22(2): 1064-1069.
- [10] 侯正信,徐妮妮. 加窗全相位 DFT 数字滤波器[J]. 天津大学学报, 2005, 38(5): 448-454.  
HOU ZHENG-XIN, XU NI-NI. Windowed all phase DFT digital filter[J]. Journal of Tianjin University, 2005, 38(5): 448-454.
- [11] 薛蕙,杨仁刚. 基于 FFT 的高精度谐波检测算法[J]. 中国电机工程学报, 2002, 22(12): 106-110.  
XUE HUI, YANG REN-GANG. Precise algorithms for harmonic analysis based on FFT algorithm [J]. Proceedings of the Chinese Society for Electrical Engineering, 2002, 22(12): 106-110.
- [12] 王兆华,黄翔东. 数字信号全相位谱分析与滤波技术[M]. 北京: 电子工业出版社, 2009.
- [13] BARROS J, DIEGO R I. On the use of the hanning window for harmonic analysis in the standard framework[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2006, 21(1):538-539.
- [14] BARROS J, DIEGO R I. Effects of windowing on the measurement of harmonics and interharmonics in the IEC standard framework [C] // Proceedings of the Instrumentation and Measurement Technology Conference, April 24-27, 2006, Sorrento, Italy. [S. l.]: IEEE Press, 2006: 2294-2299.
- [15] 中国国家标准化管理委员会. GB/T 24337—2009 电能质量公用电网间谐波[S]. 北京: 中国标准出版社, 2009.
- [16] 李芬华,潘立冬,常铁原. 电力信号频谱分析方法的设计与仿真[J]. 电测与仪表, 2001, 38(9): 22-24.  
LI FEN-HUA, PAN LI-DONG, CHANG TIE-YUAN. A design and simulation of frequency spectrum analysis for electric power signal [J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2001, 38(9): 22-24.
- [17] 贺建闽,黄治清. 基于相位差校正的电网频率高精度测量[J]. 继电器, 2005, 33(14): 43-46.  
HE JIAN-MIN, HUANG ZHI-QING. Power system frequency high-precision measurement based on phase difference correction method[J]. Relay, 2005, 33(14): 43-46.