

文章编号: 1000-582X(2012)03-092-06

## 逆向诊断劣质绝缘子的快速优化算法分析

张占龙<sup>1</sup>, 彭孟杰<sup>1</sup>, 李德文<sup>1</sup>, 周 军<sup>2</sup>, 唐 炬<sup>1</sup>, 范康林<sup>2</sup>

(1. 重庆大学 输配电装备及系统安全与新技术国家重点实验室, 重庆 400044;

2. 四川自贡电业局, 四川 自贡 643000)

**摘 要:** 针对劣质绝缘子电场逆问题计算量大的缺点, 在传统模拟电荷法建模的基础之上采用快速多极子算法对其进行预处理, 给出了基本计算原理, 并采用 Tikhonov 正则化方法处理因测量数据干扰引起的逆问题解的不适定性, 以及采用牛顿迭代法搜索逆问题的最优解, 得到绝缘子模型的场源参数, 从而实现对劣质绝缘子的检测。通过构造基本点电荷系模型对该快速优化算法进行可行性验证, 最后将该算法应用于 110 kV 猫头型三相绝缘子串的一相绝缘子进行了实例计算, 结果表明: 该快速优化算法能够快速有效地实现对劣质绝缘子的在线诊断。

**关键词:** 电场; 逆问题; 劣质绝缘子; 快速多极子; Tikhonov 正则化

**中图分类号:** TM835

**文献标志码:** A

### Analysis of fast optimization algorithm for inverse detecting faulty insulators

ZHANG Zhan-long<sup>1</sup>, PENG Meng-jie<sup>1</sup>, LI De-wen<sup>1</sup>, ZHOU Jun<sup>2</sup>, TANG Ju<sup>1</sup>, FAN Kang-lin<sup>2</sup>

(1. State Key Laboratory of Power Transmission Equipment & System

Security and New Technology, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China;

2. Zigong Electric Power Bureau, Zigong, Sichuan 643000, P. R. China)

**Abstract:** In order to improve the computational efficiency of the insulator electric field inverse problem, the fast multi-pole method has been introduced to the traditional simulation charge method. Tikhonov regularization is used to process the ill-posed characteristic of inverse problem solution caused by the interference. Newton method is used to search the optimum solution, and then the actual field source parameters of insulators and the practical voltage distribution on the surface of the insulators can be obtained. The fast optimization algorithm has been verified in point charge model. And 110 kV insulator string is carried out to demonstrate that the fast optimization algorithm is much faster and more efficient than traditional method.

**Key words:** electric fields; inverse problems; faulty insulators; fast multipole; Tikhonov regularization

收稿日期: 2011-10-07

基金项目: 国家重点基础研究计划(973)资助项目(2009CB724506); 输配电装备及系统安全与新技术国家重点实验室自主研究课题(2007DA10512708304); 访问学者基金项目(2007DA10512709408)

作者简介: 张占龙(1971-), 男, 重庆大学副教授、博士, 主要从事电磁兼容与故障检测、数字仪器设备、计算机测量与控制的研究, (E-mail) zhangzl@cqu.edu.cn。

随着超高压和特高压输电线路的建设,绝缘子在电力系统安全可靠运行中的作用日益突显,绝缘子在线检测意义重大。至今已有以超声波检测法、激光多普勒振动法及红外热像仪法等为代表的非电量测量法和以电压分布检测法、绝缘电阻法及脉冲电流法等为典型的电量测量法用于解决绝缘子在线检测问题<sup>[1]</sup>。由于这些方法在工程实践过程中存在的局限性,以及逆问题学科的快速发展和其在工程领域的广泛应用<sup>[2]</sup>,笔者将逆问题应用于劣质绝缘子的诊断中。

文献[12]采用遗传算法与模拟电荷法相结合对劣质绝缘子诊断逆问题进行优化计算,该算法根据传统模拟电荷法建立绝缘子电场逆问题的基本方程组是欠定方程组,且矩阵维数较高,降低了计算速度,且计算结果受测量点偏移影响大,针对这两个问题,笔者将快速多极子算法与 Tikhonov 正则化相结合,一方面运用快速多极子算法对模拟电荷法基本方程进行预处理,避免了方程组欠定问题,降低了矩阵维数,进一步提高了计算速度;另一方面,由于逆问题本身具有不稳定性,针对微小的测量误差给计算结果带来的实质性影响,笔者采用 Tikhonov 正则化技术对其处理,从而实现劣质绝缘子的快速有效诊断。

## 1 模型建立与快速多极子处理

### 1.1 模拟电荷法基本方程

根据绝缘子工频电场的特性,结合模拟电荷法在计算开域问题时的优越性,采用模拟电荷法建立绝缘子工频电场计算模型,其计算原理是将原边值问题化作电源问题来处理,用虚拟模拟电荷的影响等效代替边界的影响,用设置的电极内部或不同介质区域的若干个虚设电荷模拟电极表面上电荷分布及介质分界面上的束缚电荷<sup>[3-5]</sup>。为便于计算,笔者对实际对象进行简化,在绝缘子电场计算过程中,根据模拟电荷法的基本原理和绝缘子片的形状特性,采用两个环形线电荷来模拟每个绝缘子片对空间电场的作用。根据模拟电荷法的基本原理,在每片绝缘子表面与模拟电荷同水平线上取 2 个匹配点。

以 110 kV 猫头型三相绝缘子串中的一相(共 7 片绝缘子)为研究对象。在图 1 所示模型中,每片绝缘子采用 2 个模拟电荷等效,为了使测量工作量尽可能少,且兼顾测量点的平衡性<sup>[6]</sup>,将 3 个测量点设置在与 1、4、7 号绝缘子片处于同一高度的水平线上。根据模拟电荷法的基本原理建立形如  $Ax=b$  的逆问题基本方程。

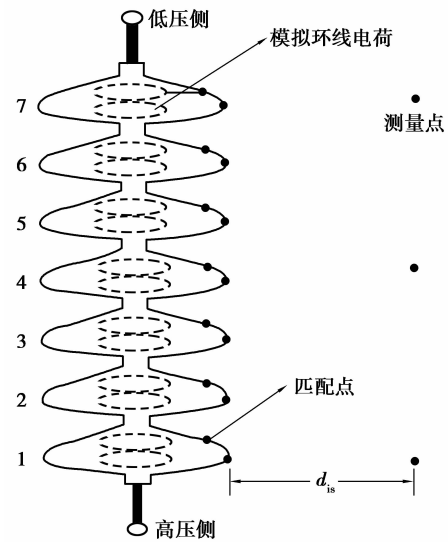


图 1 模拟电荷与测量点的分布

$$pq = \varphi, \quad (1)$$

$$fq = E, \quad (2)$$

式中:  $p$  为电位系数矩阵;  $q$  为模拟电荷矩阵;  $\varphi$  为电位矩阵,且  $q = p^{-1} * \varphi$ ;  $f$  是电场强度系数矩阵,且  $f = -\nabla p$ ;  $E$  是电场矩阵,且  $E = \sqrt{E_r^2 + E_z^2}$ 。

结合图 2,根据麦克斯韦原理得到环线电荷模拟绝缘子片时的场源关系,公式<sup>[3]</sup>如下:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{2}{\pi} \left[ \frac{K(k_1)}{\alpha_1} - \frac{K(k_2)}{\alpha_2} \right], \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} E_r &= \frac{q}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{1}{\pi r} \left[ \frac{1}{\alpha_1} K(k_1) - \frac{\gamma_1}{\alpha_1 \beta_1^2} \frac{\partial}{\partial r} (k_1) - \frac{1}{\alpha_2} K(k_2) + \frac{\gamma_2}{\alpha_2 \beta_2^2} \frac{\partial}{\partial r} E(k_2) \right], & (r > 0) \\ E_r &= 0, & (r = 0) \\ E_z &= \frac{q}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{2}{\pi} \left[ \frac{z - z_q}{\alpha_1 \beta_1^2} \frac{\partial}{\partial z} E(k_1) - \frac{z + z_q}{\alpha_2 \beta_2^2} \frac{\partial}{\partial z} E(k_2) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

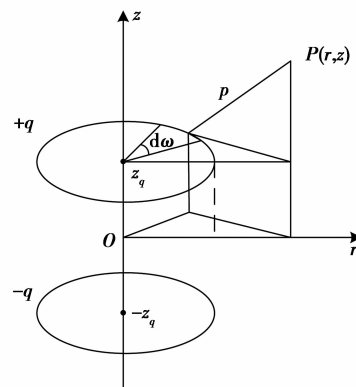


图 2 环线电荷的电场计算示意图

由叠加原理可知,  $n$  个模拟电荷在第  $i$  个场点处的电位为

$$\varphi_i = \sum_{j=1}^n p_{ij} q_j = \frac{1}{2\pi^2 \epsilon} \sum_{j=1}^n \left[ \frac{K_{ij}(k_{1ij})}{\alpha_{1ij}} - \frac{K_{ij}(k_{2ij})}{\alpha_{2ij}} \right] q_j, \quad (5)$$

式中:  $k_1, k_2, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \gamma_1, \gamma_2$  的计算见文献[3];  $K(k), E(k)$  分别表示模数为  $k$  的第一类完全椭圆积分和第二类完全椭圆积分, 具体表达形式见文献[3]。

## 1.2 快速多极子预处理

在通过传统模拟电荷法建立基本计算模型时, 由于测量点较少, 式(1)是一个欠定方程, 其反映的绝缘子电场逆问题模型是  $n$  个源点对  $m$  个场点 ( $n > m$ ) 求电场作用的问题, 如果按照传统直接方法计算时需要分别求出每个源点对场点的作用, 需要的计算量较大。为了提高矩阵与向量乘积的效率, 降低系数矩阵维数, 可运用快速多极子算法对传统模拟电荷法所建模型进行预处理, 即利用“聚合-转移-配置”过程简化绝缘子电场场源关系。快速多极子方法的主要思想是将  $n$  个源点的作用聚合于源点中心  $O$  处, 然后将中心  $O$  的作用转移到场点中心  $O'$ , 最后由中心  $O'$  出发计算每个场点的电场<sup>[7-9]</sup>, 如图 3 所示。

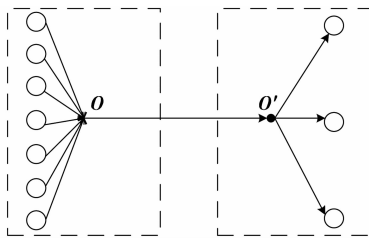


图 3 快速多极子原理图

对于形如  $\varphi_i = \sum_{j=1}^n p_{ij} q_j$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) 的累加问题, 直接计算  $\varphi_i$  所需要的计算量是  $O(m \times n)$ 。考虑到式(5)中的电位系数  $p$  值与电荷电量无关, 仅取决于模拟电荷形状、位置、待求场量点的几何位置, 以及它们所处介质的介电常数<sup>[3]</sup>, 此时为了加快式(5)的计算速度, 可作如下考虑, 将  $p(r, z)$  展开成

$$\begin{cases} p(r, z) \approx \sum_{k=1}^N \varphi_k(r - R_x) W_k(R_x - R_y) \psi_k(z - R_y), & (6) \\ |R_x - R_y| > |(r - R_x) - (z - R_y)|. & (7) \end{cases}$$

式(6)中  $R_x, R_y$  分别选为  $r, z$  附近的点, 在  $r-z$  坐标下指代二维坐标系中的位置, 有两个分量。为

了加速计算, 把  $n$  个源点分为  $M$  个组  $G_x, x = 1, 2, \dots, M$ , 然后对每一个组  $G_x$ , 找出其近场组和远场组, 快速多极子算法对于远近场组分别采用不同的计算方式, 对于近场组, 通常直接计算; 远场组利用“聚合-转移-配置”方法计算<sup>[10-11]</sup>。然而, 在通过模拟电荷法建立的绝缘子串计算模型中, 由于源点和场点均竖直排列(见图 1), 各场点与源点之间的距离相对统一, 为了简化计算, 将所有分组  $G_x$  均视为远距离组。即对于每一个  $G_x$  组中的点  $q$ , 均采用多级展开的方式计算  $\varphi_i$ , 具体计算公式如式(8)所示。

$$\varphi_i |_{q \in I_x} = \sum_{k=1}^N A_{x,k} \varphi_k(r - R_x), \quad x = 1, 2, \dots, M, \quad (8)$$

其中

$$A_{x,k} = \sum_{I_y} W_k(R_x - R_y) B_{y,k}, \quad x = 1, 2, \dots, M, k = 1, 2, \dots, N, \quad (9)$$

$$B_{y,k} = \sum_{r \in I_y} q_j \psi_k(r - R_y), \quad y = 1, 2, \dots, M; k = 1, 2, \dots, N. \quad (10)$$

式(9)表示把每一个组的源聚合到组中心点的场, 式(10)表示把组中心点的场转移到待求组的中心点, 式(8)表示把组中心点的场分配到组内的每一场点。对以上“聚合-转移-配置”步骤进行分析可知, 由于分别都是叠加过程, 因此计算量可以大大减少。

## 2 优化方法

应用快速多极子对模拟电荷法所建立的基本模型进行优化配置, 目的在于通过测量绝缘子附近一定数量点的电场强度反向计算出场源参数, 该过程为根据测量得到的“果”去推知“因”, 在实际的数值计算中, 这样的问题往往是病态的、不适定的, 通常情况下很小的扰动就会引起解的极大波动, 且在实际工程中由于模型误差和测量误差不可避免, 常常导致推断的结果失去现实意义。

因此, 满足逆问题方程的精确解往往是不存在或难以寻求的<sup>[2]</sup>, 笔者根据最小二乘法的定义将逆问题的求解转换成极值问题, 即求解下列泛函极值问题的解  $q^*$

$$\min_{q \in Q} \|fq - E\|^2, \quad (11)$$

式中  $E$  为测点的电场强度测量值。由于绝缘子表面为束缚电荷<sup>[12]</sup>, 应该满足边界条件:  $\sum_{i=0}^m q_i = 0$ 。证明可知, 式(12)与上述极值问题等价, 称为方程  $E = fq$  的法方程

$$f^* f q = f^* E, \quad (12)$$

式中  $f^*$  为  $f$  的共轭算子。由于法方程(12)继承并加剧了原方程的病态性,从优化理论的角度讲,为了解决上述极值问题的病态性,将增加一个惩罚项  $\alpha \|q\|^2$  来惩罚那些范数大的  $q$ ,则式(11)变为

$$\min_{q \in Q} (\|f q - E\|^2 + \alpha \|q\|^2). \quad (13)$$

此时  $\|f q - E\|^2 + \alpha \|q\|^2$  成为 Tikhonov 泛函,式(13)所示极值问题的解  $q_\alpha$  也是其方程的唯一解,即

$$f^* f q_\alpha + \alpha q_\alpha = f^* E. \quad (14)$$

进一步推算可得<sup>[13-15]</sup>:

$$q_\alpha = (f^* f + \alpha I)^{-1} f^* E. \quad (15)$$

在得到式(13)所示的优化目标函数之后,还需要确定迭代方法。利用牛顿迭代算法求解绝缘子电场逆问题。具体计算流程为:

- 1) 选取初始解  $q_0$  和正则化参数  $\alpha$ ,对于正则化参数的选取方法参考文献[15];
- 2) 计算目标函数  $J_\alpha(q) = \|f q - E\|^2 + \alpha \|q\|^2$ ;
- 3) 检验收敛条件,若满足条件,则算法结束,否则增加步长,循环 2)、3)直至结果满足收敛条件。

### 3 算法分析

为验证快速多极子算法在计算速度上的改进和正则化优化技术的可行性,构造如图 4 所示的简单模型对这种快速优化算法进行仿真验证。

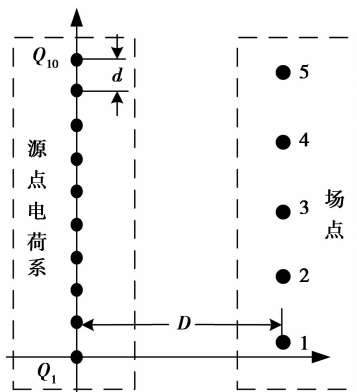


图4 基本点电荷模型

在上图所示的模型中, $Q_1, \dots, Q_{10}$ 为竖直排列的源点电荷,电量依次为: $8.7 \times 10^{-11}, 4.2 \times 10^{-11}, 2.4 \times 10^{-11}, 2.9 \times 10^{-11}, 7.2 \times 10^{-11}, 1.9 \times 10^{-11}, 5.4 \times 10^{-11}, 3.1 \times 10^{-11}, 6.0 \times 10^{-11}, 5.7 \times 10^{-11}$  C,相邻电荷间的距离  $d=20$  cm;右侧纵向排列的5个场点与环线电荷之间的距离  $D=50$  cm,如图4所示。在已知1到5号场点处的电场强度值依次为

7.509,8.307,8.792,8.567,7.369 V/m的情况下,采用快速算法逆向求解源电荷系统参数,然后反求5个场点的电场强度分布值,与已知电场强度值对比。

表1 优化方法计算结果  $V \cdot m^{-1}$

场点编号	给定电场值	计算电场值	误差
1	7.509	7.513	0.004
2	8.307	8.304	0.003
3	8.792	8.790	0.002
4	8.567	8.571	0.004
5	7.369	7.365	0.004

以上数据表明,在满足计算精度要求下,将图4所示模型数据分别代入采用快速多极子算法的程序和不采用快速多极子算法的程序,计算过程表明,在采用了快速多极子算法之后,计算所需时间减少了30%。

### 4 计算实例

以三相110 kV猫头型绝缘子中的一相绝缘子串为例,如图1所示,按每串7片绝缘子计算,用2个环线电荷来模拟每个绝缘子片上的分布电荷,每片绝缘子表面取2个匹配点。每片绝缘子的半径  $r=0.127$  m,实际高度  $h=0.146$  m,第1片绝缘子离地的高度为15 m。根据模拟环线电荷的最优半径原则可知模拟环线电荷的半径  $r_c=4$  m。测量点与绝缘子串的水平距离  $l=0.5$  m。现将各绝缘子片从高压端到低压端依次编号为1~7号(如图1所示),1~7号绝缘子片的标准电压分布如表2所示。传统电场法通过测量绝缘子串附近纵向电场分布来检测劣质绝缘子,测量工作量较大,且考虑到测量误差会造成对计算结果的影响,致使计算结果缺乏实际意义,兼顾以上各因素,在110 kV的每串绝缘子为7片的系统中,根据均衡性原则选择3个测量点进行分析计算。

表2 绝缘子标准电压分布

编号	1	2	3	4	5	6	7
电压/kV	18.5	10.0	8.5	7.0	5.0	6.0	9.0

为了进行计算分析,在将1,4,7号绝缘子片换成劣质绝缘子片的情况下(更换的绝缘子片几何参

数与原良好绝缘子片相同,在干燥清洁状态下,其工频击穿电压不到 70kV,绝缘电阻低于原良好绝缘子片绝缘阻值的 30%左右),分别得到 3 个测量点的电场强度测量值,如表 3 所示。

表 3 各种情况下的电场测量值  $kV \cdot m^{-1}$

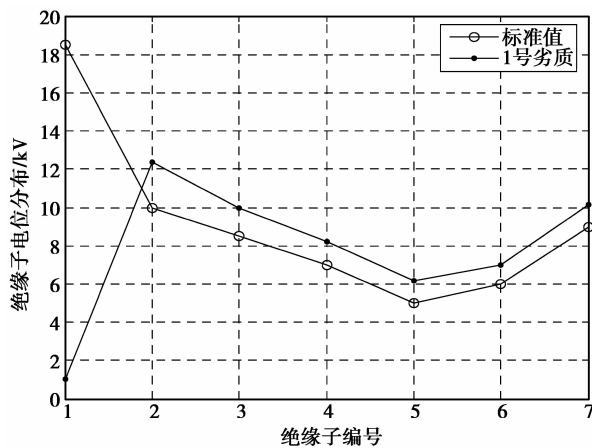
测点编号	测量点电场值			
	绝缘子正常时	绝缘子劣质时		
		1号	4号	7号
1	9.047 5	3.671 8	8.991 5	9.279 6
2	5.024 8	4.923 2	3.369 9	5.653 7
3	4.384 1	4.739 8	4.210 3	2.817 2

根据模型参数与测点的电场强度,带入计算程序,得到各片绝缘子的电压分布值如表 4 所示。

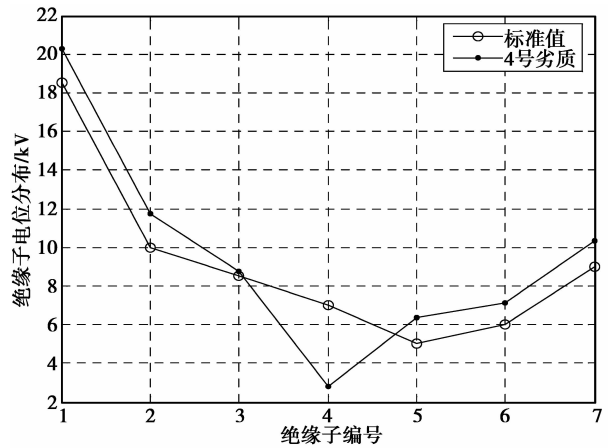
表 4 各种情况下的电压分布  $kV$

绝缘子编号	电压			
	绝缘子串劣质时			绝缘子串标准时
	1号	4号	7号	
1	1.003 6	19.263 6	19.438 4	18.5
2	10.897 2	10.742 8	10.532 1	10.0
3	8.765 2	8.755 9	8.649 4	8.5
4	7.035 3	2.793 7	7.357 3	7.0
5	5.162 7	5.330 2	5.324 6	5.0
6	6.099 4	6.102 6	5.861 6	6.0
7	9.169 4	9.352 5	0.451 6	9.0

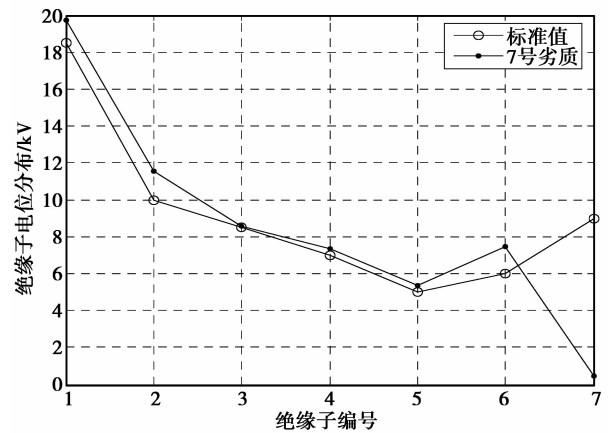
将得到的实际电压分布结果与绝缘子全部正常时的绝缘子串标准电压分布作比较,如图 5 所示。



(a) 1号绝缘子劣质时的仿真图



(b) 4号绝缘子劣质时的仿真图



(c) 7号绝缘子劣质时的仿真图

图 5 实际计算电位分布与标准电位分布的比较

在计算中,电场的误差值控制在 0.05 kV/m。计算结果表明,劣质绝缘子的存在改变了绝缘子串附近电位分布。与图中绝缘子全部正常时的标准电位分布曲线对比,当 1、4、7 号绝缘子分别为劣质绝缘子时,曲线对应位置有一个明显波谷。实验表明,根据电位分布曲线上的波谷可以较容易判断出劣质绝缘子的存在以及存在的位置。由于绝缘子周围电场主要由水平方向决定<sup>[12]</sup>,当测量点在水平方向上移动时,计算的电压分布变化较大。针对此问题,采用快速优化算法对测点在水平方向偏移 0.05 m 时的绝缘子电场进行仿真计算分析,在测量点距离为 1 m 时,误差从文献<sup>[12]</sup>的 20% 降到了 13%,由此可以证明,正则化处理技术的介入能有效解决由于逆问题病态性带来的计算误差,提高计算精度,从而避免大量的测量工作。

## 5 结 论

1) 建立合理高效的计算模型是绝缘子检测课题中利用计算代替测量工作量的首要步骤,笔者在模

拟电荷法的基础上应用快速多极子算法对计算模型进行前期优化,通过构造模型对该方法进行验证可知,笔者的快速优化算法具有可行性,与传统模拟电荷法相比所需计算时间大大减少。

2)在优化求解过程中,由于逆问题病态性的存在以及测量误差对计算结果有可能造成的影响,采用正则化技术对其进行处理,且对测量点水平偏移产生的误差进行了计算分析,结果表明正则化技术能够提高计算精度,较好实现对劣质绝缘子的诊断。

#### 参考文献:

- [1] 关志成,刘瑛岩,周远翔,等. 绝缘子及输变电设备外绝缘[M]. 北京:清华大学出版社,2006.
- [2] 黄卡玛,赵翔. 电磁场中的逆问题及应用[M]. 北京:科学出版社,2005.
- [3] 谈克雄,薛家麒. 高压静电场数值计算[M]. 北京:水利电力出版社,1990.
- [4] HE W, YANG F, WANG J G, et al. Inverse application of charge simulation method in detecting faulty ceramic insulators and processing influence from tower[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2006, 42(4):723-726.
- [5] SINGER H, STEINBIGLER H, WEISS P. A charge simulation method for the calculation of high voltage fields[J]. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1973, 93(5): 1660-1668.
- [6] 杨帆,李家祥,姚德贵,等. 基于模拟电荷法的绝缘子电场非接触式测量法[J]. 电力系统自动化, 2004, 28(15):95-99.
- YANG FAN, LI JIA-XIANG, YAO DE-GUI, et al. Charge simulation method based insulator non-touching electric field mapping method [J]. Automation of Electric Power Systems, 2004, 28(15):95-99.
- [7] 张占龙,邓军,李德文,等. 多介质工频电场分析的快速多极子边界元法[J]. 电机与控制学报, 2010, 14(4): 80-85.
- ZHANG ZHAN-LONG, DENG JUN, LI DE-WEN, et al. Fast multi-pole boundary element method analysis for power frequency electric field distribution of multi-medium[J]. Electric Machines and Control, 2010, 14(4):80-85.
- [8] YING L X, BIROS G, ZORIN D. A kernel-independent adaptive fast multipole algorithm in two and three dimensions[J]. Journal of Computational Physics, 2004, 196(2): 591-626.
- [9] 方宁,宁焕生,王宝发. 快速多极子算法在电流步进法中的应用[J]. 系统工程与电子技术, 2006, 28(3): 331-335.
- FANG NING, NING HUAN-SHENG, WANG BAO-FA. Application of fast multipole method in current marching technique [J]. Systems Engineering and Electronics, 2006, 28(3): 331-335.
- [10] ZHANG Z L, DENG J, XIAO D P, et al. An adaptive fast multipole higher order boundary element method for power frequency electric field of substation [J]. Chinese Physics Letters, 2010, 27(3): 1-4.
- [11] ROKHLIN V. Rapid solution of integral equations of classical potential theory[J]. Journal of Computational Physics, 1985, 60(2):187-207.
- [12] 张占龙,黄丹梅,张斌荣,等. 局域电场逆问题在劣质绝缘子诊断中的应用[J]. 重庆大学学报, 2009, 32(5): 524-527.
- ZHANG ZHAN-LONG, HUANG DAN-MEI, ZHANG BIN-RONG, et al. An application for detecting faulty insulators based on an inverse problem in local electrical fields [J]. Journal of Chongqing University, 2009, 32(5):524-527.
- [13] GROETSCH C W. Inverse problem[M]. Washington: the Mathematical Association of America, 1999.
- [14] COLINAS J, GOUSSARD Y, LAURIN J J. Application of the Tikhonov regularization technique to the equivalent magnetic currents near-field technique [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2004, 52(11):3122-3132.
- [15] BAKUSHINSKY A, GONCHARSKY A. Ill-posed problems: theory and applications [M]. Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1994.

(编辑 王维朗)