

文章编号: 1000-582X(2012)06-009-06

具有随机干扰的车辆座椅悬架系统的鲁棒 H_∞ 控制

杨成云^a, 浮 洁^b, 余 淼^b

(重庆大学 a. 机械工程学院; b. 光电技术及系统教育部重点实验室, 重庆 400044)

摘 要: 针对随机干扰环境下的车辆座椅悬架系统, 给出鲁棒 H_∞ 控制器设计方法。首先建立座椅悬架系统的动力学模型, 在建模过程中同时考虑了系统中存在的参数不确定(质量、刚度、阻尼)和座椅随机振动因素。其次, 基于随机微分方程理论和 Lyapunov 泛函理论设计出半主动控制器, 给出控制器参数线性矩阵不等式解的形式, 并保证系统的 H_∞ 性能指标。最后, 随机输入下的时域和频域仿真结果表明, 所提方法在参数不确定和随机干扰下能够有效衰减座椅悬架垂直加速度, 提高人体乘坐舒适性。

关键词: 座椅悬架系统; 随机振动; 参数不确定; H_∞ 控制; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP29

文献标志码: A

Robust H_∞ control for vehicle seat suspension systems with stochastic disturbance

YANG Cheng-yun^a, FU Jie^b, YU Miao^b

(a. College of Mechanical Engineering; b. Key Laboratory of Optoelectronic Technology and Systems, Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China)

Abstract: The paper proposes the design method of robust H_∞ controller of vehicle seat suspension system. The dynamic model of seat suspension is developed, and the parameters uncertainties (mass, stiffness, damping) and stochastic vibration are introduced into the model system. Based on stochastic differential theory and Lyapunov functional, a semi-controller is designed, and the controller parameters are solved by linear matrix inequality (LMI) which guarantees H_∞ performance index. The simulation results in time domain and frequency domain show that the controller designed for parameter uncertainties and stochastic vibration can attenuate the vertical acceleration of suspension system and improve riding comfort of human.

Key words: seat suspension systems; stochastic vibration; parameter uncertainties; H_∞ control; linear matrix inequality

收稿日期: 2012-01-25

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51073179); 教育部高校博士学科点专项科研基金资助项目(20090191110011); 中国博士后科学基金资助项目(20100480043)

作者简介: 杨成云(1974-), 男, 重庆大学博士, 主要研究方向为机械结构设计, (Tel)023-65106034; (E-mail) sunnyy910@163.com。

由于运行路况恶劣,货车、工程和军用车辆等在行驶时会产生剧烈的振动。长时间暴露在高强度振动环境下,不但影响驾驶员的工作效率和身体健康,而且带来行驶安全。因此,座椅悬架系统的减振是车辆工程领域的一个研究热点。目前,车辆驾驶员座椅悬架多数采用被动方式,其阻尼系数和刚度系数不能随着车辆的工作工况改变而进行调节,使其减振性能受到极大限制。基于磁流变技术的半主动座椅悬架可以根据路面的工况实时调节阻尼力并在较宽的频域范围内改善系统的性能,提高驾驶员的舒适性,具有良好的应用前景,受到了国内外学者和厂商的广泛关注^[1-8]。半主动控制策略是发挥磁流变座椅悬架性能的关键。常用的控制方法有PID控制^[4]、自适应控制^[5]、 H_∞ 控制^[6-8]、滑模控制^[9]等。

磁流变座椅悬架半主动控制系统在建模过程中存在传感器与执行器模型误差,结构振动、负载变化等引起的非线性,从而使模型中产生不确定,而不确定将影响到控制系统的性能和稳定性^[10]。因此,座椅悬架的控制系统需要具备一定的鲁棒性来应对模型和外界激励的不确定性,但之前研究在建模过程中往往忽略了不确定性对控制性能的影响。另一方面,座椅振动输入多数情况下为随机振动,目前研究多数将该扰动处理为单频或多频谐波激励,而对随机激励下系统的控制研究较少^[11]。

针对上述研究中存在的问题,在建模过程中同时考虑参数不确定和座椅随机振动输入等因素,并将随机微分方程理论引入磁流变座椅悬架系统的半主动振动控制中。同时,基于随机 Lyapunov 泛函,以线性矩阵不等式的形式给出满足系统振动衰减指标的鲁棒控制器存在的充分条件,并基于 Matlab 对控制系统进行时域和频域仿真,通过计算机仿真验证改方法的有效性。

1 磁流变阻尼器特性

磁流变阻尼器是实现座椅悬架半主动减振的执行器件,其阻尼力 F_d 与活塞相对运动速度 v 、励磁电流 I 的关系可以表述为^[12]

$$F_d = F_s + F_{MR} \operatorname{sgn}(v), \quad (1)$$

$$F_{MR} = aI^2 + bI + c, \quad (2)$$

$$F_s = C_s v. \quad (3)$$

其中 C_s 为粘滞阻尼系数, a, b, c 为常数,且 $a \neq 0$ 。磁流变阻尼器的阻尼力 F_d 由粘滞阻尼力 F_s 和库仑阻尼力 F_{MR} 两部分组成。当减振器尺寸确定后,粘滞阻尼力仅是活塞运动速度的函数,是不可控的。

而库仑阻尼力只是励磁电流的函数,可通过控制器调节减振器的输入电流大小,改变减振阻尼力,实现座椅悬架系统半主动控制。

2 人-椅系统动力学模型

建立“人-椅”系统二自由度动力学模型如图 1 所示。

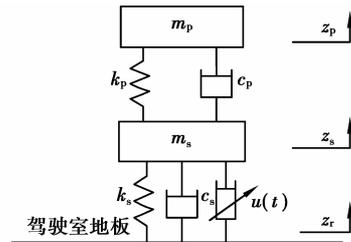


图 1 人-椅系统二自由度模型

其中 m_p, m_s 分别为等效人体质量和座椅质量; c_p, c_s 分别为人体和座椅的等效阻尼; k_p, k_s 分别为人体和座椅的等效刚度; F_{MR} 为半主动控制器输入 $F_{MR} = u(t)$ 。 z_p, z_s, z_r 分别为人体、座椅和驾驶室地板垂直位移。

为使分析简化,仅考虑车辆的垂直振动,则“人-椅”座椅悬架系统的动力学方程可表示为

$$m_p \ddot{z}_p = -k_p(z_p - z_s) - c_p(\dot{z}_p - \dot{z}_s),$$

$$m_s \ddot{z}_s = -k_s(z_s - z_r) - c_s(\dot{z}_s - \dot{z}_r) +$$

$$k_p(z_p - z_s) + c_p(\dot{z}_p - \dot{z}_s) - F_{MR}.$$

$$\text{令 } \mathbf{x}(t) = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T, x_1 = z_p - z_s, x_2 = z_s$$

$-z_r, x_3 = \dot{z}_p, x_4 = \dot{z}_s, x_1$ 为 m_p 绝对位移, x_2 为 m_s 绝对位移, x_3 为 m_p 对地速度, x_4 为 m_s 对地速度; 取输出量 $y_1 = \ddot{z}_p = \dot{x}_3, y_1$ 为 m_p 的对地加速度。

$v(t) = \dot{z}_r$ 为驾驶室地板对座椅的激励,则式(4)所描述的动力学方程可表示为

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{F}_{MR} + \mathbf{B}_v v(t). \quad (5)$$

其中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_p}{m_p} & 0 & -\frac{c_p}{m_p} & \frac{c_p}{m_p} \\ \frac{k_p}{m_s} & -\frac{k_s}{m_s} & \frac{c_p}{m_s} & -\frac{c_p + c_s}{m_s} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{m_s} \end{bmatrix}^T,$$

$$\mathbf{B}_v^T = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & \frac{c_s}{m_s} \end{bmatrix}^T.$$

考虑车辆座椅悬架系统运行过程中存在参数不确定和座椅随机振动输入等因素,则系统的模型可用伊藤微分方程描述

$$\left. \begin{aligned} dx &= (\bar{A}x(t) + \bar{B}F_{MR} + B_v v(t))dt + \\ &Gx(t)d\omega(t); \\ z(t) &= Cx(t). \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

其中 $\omega(t)$ 为座椅高斯白噪声振动输入, $z(t)$ 为被控输出, $C = \begin{bmatrix} -\frac{k_p}{m_p}, 0, -\frac{c_p}{m_p}, \frac{c_p}{m_p} \end{bmatrix}$, $\bar{A} = A + \Delta A$, $\bar{B} = B + \Delta B$, $\Delta A, \Delta B$ 表示模型中的参数不确定,且满足范数有界条件, $\Delta A = E_1 F(t) H_1$, $\Delta B = E_2 F(t) H_2$, E_1, H_1, E_2, H_2 为适当维数的常数矩阵, $F^T(t)F(t) \leq I$, I 为适当维数的单位矩阵。

半主动状态反馈控制器与主动状态反馈控制器设计不同之处,半主动控制器阻尼力 F_{MR} 应在其方向与座椅和驾驶室地板的相对速度方向相反时,通过改变励磁电流的大小进行施加,而当两者方向相同时 $F_{MR} = 0$ 。另外,考虑到 $F_{MR} \in [0, F_{max}]$ 。因此,文中针对系统(6)设计一个形如(7)的控制器

$$F_{MR} = \begin{cases} F_{max} & u(t)(\dot{z}_s - \dot{z}_r) \leq 0, u(t) \geq F_{max}, \\ u(t) & u(t)(\dot{z}_s - \dot{z}_r) \leq 0, u(t) < F_{max}, \\ 0 & u(t)(\dot{z}_s - \dot{z}_r) \geq 0. \end{cases} \quad (7)$$

其中 $u(t) = Kx(t)$, K 为适当维数的常数矩阵,使得对所有可容许的参数不确定和随机扰动,下面的两个条件同时满足

- 1) 鲁棒随机稳定;
- 2) 给定 $\gamma > 0$, 零初始条件, $v \in L_2[0, \infty]$, 满足 $\|T_{zw}\|_\infty \leq \gamma$ 。

其中 T_{zw} 表示被控输出和扰动之间的传递函数。

定义 1^[13] 设 $x(t)$ 为一随机过程,且满足 $dx(t) = f(x(t), t)dt + \sigma(x(t), t)d\omega(t)$, 存在函数 $V(x(t), t)$ 是一个在 $x(t)$ 上二次可微、在 t 上一次可微的非负函数。那么, $V(x(t), t)$ 满足

$$dV(x(t), t) = LV(x(t), t) + (V_x(x(t), t))^T \sigma(x(t), t)d\omega(t).$$

其中 L 为流产生的微分生成元或无穷小算子,

$$LV(x(t), t) = \frac{\partial V(x(t), t)}{\partial x(t)} + \frac{\partial V(x(t), t)}{\partial t} V_t(x(t), t) + \frac{1}{2} \text{tr} \left[\sigma^T(x(t), t) \left(\frac{\partial V(x(t), t)}{\partial x(t)} \right)^T \sigma(x(t), t) \right].$$

3 鲁棒随机 H_∞ 控制器设计

引理 1^[14] $U, V(t), W$ 与 Z 为适当维数的实数

矩阵,且 Z 满足 $Z = Z^T$, 那么

$$Z + UV(t)W + W^T V^T(t)U^T < 0,$$

对于所有的

$$V^T(t)V(t) \leq I,$$

当且仅当存在标量 $\epsilon > 0$ 使得

$$Z + \epsilon^{-1}UU^T + \epsilon W^T W < 0$$

定理 1 假定给定标量 $\gamma > 0$, 如果存在矩阵 $X > 0, Y$, 标量 $\eta > 0, \mu > 0$ 满足

$$\begin{bmatrix} \Phi & B_v & XG^T & XC^T & X^T H_1^T & Y^T H_2^T \\ * & -\gamma^2 I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -X & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\mu I & 0 \\ * & * & * & * & * & -\eta I \end{bmatrix} < 0. \quad (8)$$

其中 $\Phi = XA^T + AX + BY + Y^T B^T + \mu E_1 E_1^T + \eta E_2 E_2^T$ 。那么,对于具有反馈控制器(7)的系统(6)为鲁棒随机稳定的,且满足 $\|T_{zw}\|_\infty \leq \gamma$ 。状态反馈控制器增益 $K = YX^{-1}$ 。

证明 选 Lyapunov 函数

$$V(x(t), t) = x^T(t)Px(t).$$

其中 $P > 0$ 。由定义 1 知,对上式微分可得

$$dV(x(t), t) = LV(x(t), t) + 2x^T(t)P[\bar{A}x(t) + \bar{B}u(t) + B_v v(t)]Gx(t)d\omega(t).$$

其中

$$\begin{aligned} LV(x(t), t) &= 2x^T(t)P[\bar{A}x(t) + \bar{B}u(t) + B_v v(t)] + \\ &x^T(t)G^T P G x(t) = \\ &x^T(t)[(\bar{A} + \bar{B}K)^T P + P(\bar{A} + \bar{B}K) + \\ &G^T P G]x(t) + 2x^T(t)PB_v v(t). \end{aligned}$$

定义如下的 H_∞ 性能指标

$$E(J) = E \int_0^\infty z^T(t)z(t) - \gamma^2 v^T(t)v(t)dt,$$

那么

$$\begin{aligned} E(J) &\leq E \int_0^\infty [z^T(t)z(t) - \gamma^2 v^T(t)v(t) + dV(t)]dt = \\ &E \int_0^\infty [z^T(t)z(t) - \gamma^2 v^T(t)v(t) + \\ &LV(t)]dt z^T(t)z(t) - \gamma^2 v^T(t)v(t) + \\ &LV(t) = x^T(t)C^T C x(t) - \gamma^2 v^T(t)v(t) + \\ &x^T(t)[P(\bar{A} + \bar{B}K) + (\bar{A} + \bar{B}K)^T P + \\ &G^T P G]x(t) + 2x^T(t)PB_v v(t) = \\ &\xi^T(t) \begin{bmatrix} \Omega & PB_v \\ * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} \xi(t). \end{aligned}$$

其中 $\xi(t) = [x^T(t) \quad v^T(t)]^T$, $\Omega = P(\bar{A} + \bar{B}K) + (\bar{A} + \bar{B}K)^T P + G^T P G + C^T C$, 因此,对所有的 $\xi(t) \neq 0$

可以表示为

$$\begin{bmatrix} \Omega & PB_v \\ * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0. \quad (9)$$

令式(9)左右同乘 $\text{diag}(P^{-1}, I)$, $X=P^{-1}$, $Y=KX$ 可得

$$\begin{bmatrix} \bar{\Omega} & B_v \\ * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0. \quad (10)$$

其中 $\bar{\Omega} = \bar{A}X + X\bar{A}^T + \bar{B}Y + Y^T \bar{B}^T + XG^T X^{-1}GX + XC^T CX$, 对式(10), 由矩阵的 Schur 补性质^[15]可得

$$\begin{bmatrix} \bar{A}X + X\bar{A}^T + \bar{B}Y + Y^T \bar{B}^T & B_v & XG^T & XC^T \\ * & -\gamma^2 I & 0 & 0 \\ * & * & -X & 0 \\ * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0.$$

由于上式中存在不确定项, 不能由 LMI 直接解出。

作如下的变换, 将 $\bar{A} = A + L_1 F(t) H_1$ 带入上式可得

$$\Psi + \Theta \gamma \Pi + \Pi^T \gamma^T \Theta^T < 0. \quad (11)$$

其中

$$\Pi = \begin{bmatrix} L_1 & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 \\ * & * & 0 \end{bmatrix}, \Theta = \begin{bmatrix} H_1 X & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 \\ * & * & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Psi = \begin{bmatrix} \bar{A}X + X\bar{A}^T + \bar{B}Y + Y^T \bar{B}^T & B_v & XG^T & XC^T \\ * & -\gamma^2 I & 0 & 0 \\ * & * & -X & 0 \\ * & * & * & -I \end{bmatrix},$$

$$\gamma = \text{diag}(F(t), 0, 0).$$

由引理 1 可知, 对于标量 $\eta > 0$ (11) 等价于

$$\Psi + \eta^{-1} \Theta \Theta^T + \eta \Pi^T \Pi < 0. \quad (12)$$

由 Schur 补性质可知, 式(12)等价于

$$\begin{bmatrix} \Xi & E & X^T C^T + Y^T D & H_1 X \\ * & -\gamma^2 I & 0 & 0 \\ * & 0 & -I & 0 \\ * & * & * & -\eta I \end{bmatrix} < 0. \quad (13)$$

其中: $\Xi = \bar{A}X + \bar{B}Y + X\bar{A}^T + Y^T \bar{B}^T + \eta L_1^T L_1$ 。同理, 将 $\bar{B} = B + L_2 F(t) H_2$ 带入式(13)可得式(8), 表明对于所有的 $\xi(t) \neq 0$, 满足 $E(J) < 0$ 。

4 仿真研究

为对座椅悬架系统的控制效果进行分析, 考虑图 1 所建的人-椅二自由度模型, 模型参数如表 1 所示^[9,16]。

表 1 人-椅模型仿真参数

参数	m_p/kg	$k_p/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	$c_p/(\text{N} \cdot (\text{s} \cdot \text{m})^{-1})$
值	52	18 000	200
参数	m_s/kg	$k_s/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	$c_s/(\text{N} \cdot (\text{s} \cdot \text{m})^{-1})$
值	15	31 000	830

由表 1 中模型参数可得系统(6)中的矩阵

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -346.15 & 0 & -3.85 & 3.85 \\ 1200 & -2066.67 & 13.33 & -68.67 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.067 \end{bmatrix},$$

$$G = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 55.33 \end{bmatrix},$$

$$C = [-346.15 \quad 0 \quad -3.85 \quad 3.85],$$

$$E_1^T = E_2^T = [0 \quad 0 \quad 0.33 \quad 1],$$

$$H_1 = [0.1 \quad -0.1 \quad 0.1 \quad 0], H_2 = 0.1,$$

$F(t) = \cos t$, $\gamma = 18$, $\nu(t) = 0.5 \sin t$, $\omega(t)$ 为高斯白噪声。

将上述相关参数代入式(8), 并对式(8)基于 LMI 求解, 可得控制器参数 $K = [52.3533 \quad 398.6998 \quad -16.5863 \quad 3.8028]$ 。

把求得的增益矩阵代入系统(6)中, 通过 Matlab 仿真得到系统(6)的响应曲线。图 2 和 3 分别为座椅正弦输入和随机输入; 图 4~6 分别为正弦和随机输入下被动和半主动悬架的加速度和位移随时间变化曲线。表 2 表示半主动和被动座椅悬架加速度、位移均方根值对比。由图 4~6 和表 2 可知, 与被动座椅悬架相比, 文中设计的控制器较大地衰减人体加速度和位移, 人体加速度均方根值为 6.65 m/s^2 , 下降了 19.87%。位移均方根值为 19.2 mm, 下降了 24.41%; 图 7 为 0~100 Hz 频率范围内人体加速度变化。由图 7 可知, 图中有两个明显的峰值, 第 1 个波峰为人体对应的共振频率(1~3 Hz), 第 2 个波峰为座椅对应的共振频率(6~10 Hz)。而由系统的固有频率估算公式 $f = \sqrt{\frac{K}{4\pi^2 m}}$ 可知, 文中人体共振频率约为 2.96 Hz, 座椅共振频率约为 7.24 Hz, 理论计算值与实际相符。另外, 控制策略在 2 个共振峰处有明显效果, 在人体敏感的频率段(4~12.5 Hz)控制效果显著, 同时对座椅的振动抑制也有一定的效果。

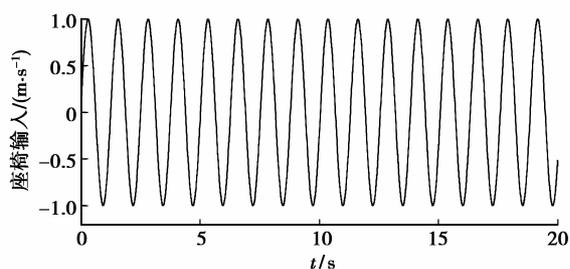


图 2 座椅正弦输入

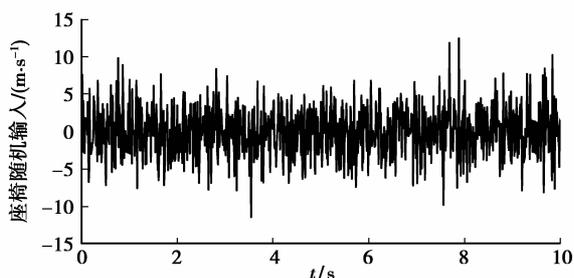


图 3 座椅随机输入

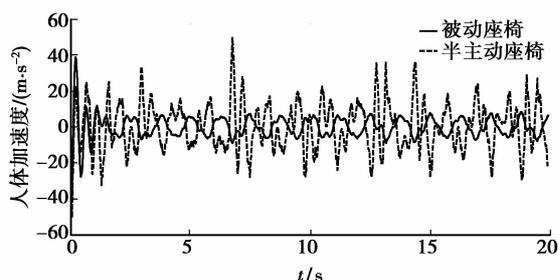


图 4 被动与半主动控制下人体加速度

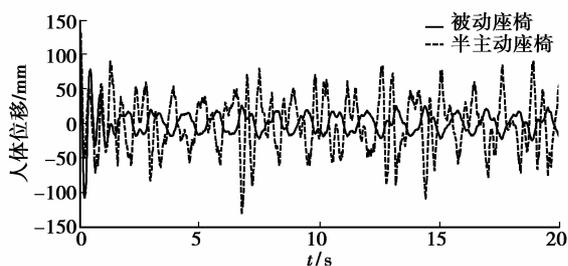


图 5 被动与半主动控制下人体绝对位移

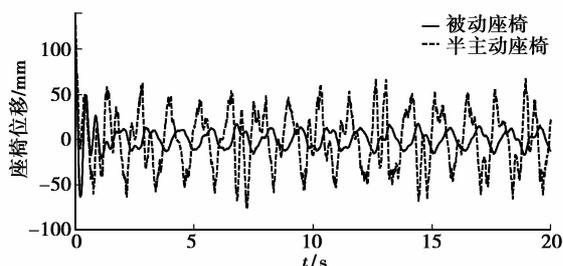


图 6 被动与半主动控制下座椅绝对位移

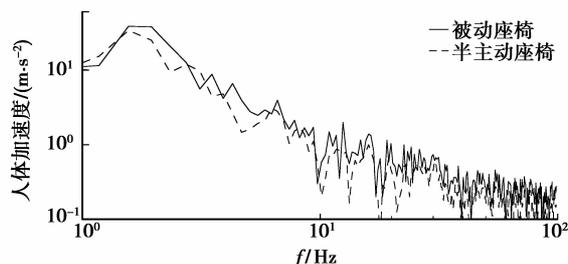


图 7 被动与半主动控制下人体加速度

表 2 半主动和被动座椅悬架控制对比

控制方法	人体加速度 均方根值/ ($m \cdot s^{-2}$)	人体位移 均方根值/ mm	座椅位移 均方根值/ mm
被动控制	8.30	25.4	25.2
半主动控制	6.65	19.2	12.6

5 结 论

提出了在参数不确定和随机输入下的车辆座椅悬架系统的鲁棒 H_∞ 控制方法。以线性矩阵不等式的形式给出了反馈控制器参数的解,并保证系统的 H_∞ 性能指标。时域和频域下的仿真结果表明,考虑模型中存在的参数不确定和随机输入更接近实际系统,所用控制方法可以有效地衰减座椅悬架的垂直振动,提高了人体的乘坐舒适性。

参考文献:

- [1] GUNSTON T P, REBELLE J, GRIFFIN M J. A comparison of two methods of simulating seat suspension dynamic performance [J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 278(1-2): 117- 134.
- [2] 欧进萍. 结构振动控制-主动、半主动和智能控制[M]. 北京:科学出版社, 2003.
- [3] 周云,谭平. 磁流变阻尼控制理论与技术[M]. 北京:科学出版社, 2007.
- [4] 赵强,陈云微. 基于磁流变技术的车辆座椅悬架减振研究[J]. 森林工程, 2010, 26(6): 20-26.
ZHAO QIANG, CHEN YUN-WEI. Study on vibration damping of vehicle seat suspension based on MR technology [J]. Forest Engineering, 2010, 26(6): 20-26.
- [5] 薛念文,杨涛,江洪. 基于磁流变减振器的半主动车辆

- 座椅悬架的控制仿真研究 [J]. 拖拉机与农用运输车, 2010, 37(3):12-16.
- XUE NIAN-WEN, YANG TAO, JIANG HONG. Semi-active suspension control of vehicle seat simulation based on magneto-rheological shock absorber [J]. Tractor & Farm Transporter, 2010, 37(3):12-16.
- [6] DU H P, SZE K Y, LAMB J. Semi-active H_∞ control of vehicle suspension with magneto-rheological dampers [J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 283(3/5): 981-996.
- [7] 王德进. H_2 和 H_∞ 优化控制理论 [M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2001.
- [8] SUN W C, LI J F, ZHAO Y, GAO H J. Vibration control for active seat suspension systems via dynamic output feedback with limited frequency characteristic [J]. Mechatronics, 2011, 21(1):250-260.
- [9] CHOI S B, HAN Y M. Vibration control of electrorheological seat suspension with human-body model using sliding mode control [J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 303(1/2):391-404.
- [10] WANG S G, YE H Y, ROSCHKE P N. Robust control for structural systems with parametric and unstructured uncertainties [J]. Journal of Vibration and Control, 2001, 7(5):753-772.
- [11] 吴光强, 盛云. 混沌理论在汽车非线性系统中的应用进展 [J]. 机械工程学报, 2010, 46(10):81-87.
- WU GUANG-QIANG, SHENG YUN. Review on the application of chaos theory in automobile nonlinear system [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(10):81-87.
- [12] 李锐, 余森, 陈为民, 等. 基于磁流变减振器的汽车悬架振动控制 [J]. 机械工程学报, 2005, 41(6):128-132.
- LI RUI, YU MIAO, CHEN WEI-MIN, et al. Control of automotive suspensions vibration via magneto-rheological damper [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2005, 41(6):128-132.
- [13] XIE L, FU M, DE SOUZA C E. H_∞ control and quadratic stabilization of systems with parameter uncertainty via output feedback [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1992, 37(8):1253-1256.
- [14] MAO X R. Stochastic differential equations and their applications [M]. Chichester: Horwood Publishing, 1997.
- [15] BOYD S, GHAOUI L E, FERON E, et al. Linear matrix inequalities in system and control theory [M]. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1994.
- [16] LIANG C C, CHIANG C F. A study on biodynamic models of seated human subjects exposed to vertical vibration [J]. International Journal of Industrial Ergonomics, 2006, 36(10):869-890.

(编辑 张小强)