

文章编号:1000-582X(2012)08-048-06

## 交错轴渐开线变厚齿轮传动节圆锥设计

宋朝省<sup>1</sup>,朱才朝<sup>1</sup>,刘立斌<sup>1</sup>,宁 杰<sup>2</sup>,刘伟辉<sup>2</sup>

(1. 重庆大学机械传动国家重点实验室,重庆 400030;2. 杭州前进齿轮箱集团股份有限公司,浙江杭州 311203)

**摘 要:**基于空间齿轮啮合原理,建立交错轴渐开线变厚齿轮传动节圆锥设计模型,推导空间点接触到线接触的过渡计算条件,提出小轴交角交错轴变厚齿轮传动直接设计法和间接设计法,分析设计参数对啮合主方向角的影响;采用有限单元法分析计算齿轮副的啮合特性,表明节锥角对啮合主方向角影响较大,齿线倾斜角对其影响较小;啮合主方向角的增加使得接触面积减小,角度传动误差增大,啮合刚度减小等结论;最后通过试验验证研究方法和理论计算结果的正确性,对交错轴渐开线变厚齿轮副几何参数的匹配设计及优化具有重要的指导意义。

**关键词:**变厚齿轮;节圆锥设计;交错轴;渐开线;线接触

中图分类号:TH132.413

文献标志码:A

## Research on pitch cone design for beveloid gears with crossed axes

SONG Chaosheng<sup>1</sup>, ZHU Caichao<sup>1</sup>, LIU Libin<sup>1</sup>, NING Jie<sup>2</sup>, LIU Weihui<sup>2</sup>

(1. State Key Laboratory of Mechanical Transmission, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China;

2. Hangzhou Advance Gearbox Group Co. Ltd., Hangzhou 311203, Zhejiang, P. R. China)

**Abstract:** Based on the spatial gearing theory, the mathematical model for working pitch cone design of crossed beveloid gears is created. The formulas to determine the transition from point contact to line contact are derived. The direct and in-direct methods for pitch cone design of crossed beveloid gears are proposed. The effects of gearing parameters on the angle between the first principle directions are analyzed. The loaded tooth contact analysis is performed using FEM theory. The conclusion indicates that: the angle between the first principle directions is more sensitive to cone angles than to the helix angle. The increase of the angle between the first principle directions can obtain smaller contact area, higher transmission error and lower mesh stiffness. A practical tooth bearing test is conducted to demonstrate the proposed design procedure and the experimental result compared well with the simulation. For the matching design and optimization of beveloid gears, it has both the theoretical and project practical significance.

**Key words:** beveloid gears; pitch cone design; crossed axes; involute; line contact

交错轴变厚齿轮传动是由两个螺旋角不等,节锥角不等的变厚齿轮组成的齿轮副,两齿轮的轴线理论上可以成任意角度,且可以通过轴向串动调节

两轮的侧隙,适用于对回差要求严格的精密传动,但缺点是齿面理论上为点接触,齿面间的滑动速度大。目前人们对平行轴、相交轴及交错轴变厚齿轮几何

收稿日期:2012-02-14

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51175523);国家“十二五”科技支撑计划资助项目(2011BAF09B07);教育部博士点基金资助项目(20110191110039);中央高校基本科研业务费资助项目(CDJXS11111138)

作者简介:宋朝省(1983-),男,重庆大学博士,主要研究方向为齿轮精密传动及动力学,(Tel)023-65111192;(E-mail)chaoshengsong@hotmail.com。

朱才朝(联系人),男,重庆大学教授,博士生导师,(Tel)13708368164;(E-mail)cczhu@cqu.edu.cn。

设计、啮合原理及加工制造方面都进行了一定的研究<sup>[1-16]</sup>。Mitome 采用凹形变厚齿轮的思想设计了 45° 锥角的变厚齿轮<sup>[1]</sup>,采用实验方法对接触情况进行了验证<sup>[2]</sup>。Brauer<sup>[3-4]</sup>采用解析几何法推导了直齿变厚齿轮曲面参数式,对平行轴变齿厚可凋隙齿轮进行了回差分析。Tsay<sup>[5]</sup>针对变厚齿轮平行轴与交错轴情况下,在传统接触率的定义基础上延伸出新的接触率定义,推导了计算公式。但考虑线接触条件下,交错轴变厚齿轮传动的节圆锥设计,并未见相关文献。论文基于空间齿轮啮合原理,采用空间接触理论,建立了交错轴节圆锥设计模型,推导了空间点接触到线接触的转交计算条件,并对设计方法进行了相应的仿真与试验验证。

## 1 交错轴变厚齿轮节圆锥数学模型

### 1.1 节圆锥几何参数

交错轴变厚齿轮节圆锥参数设计的目的在于确定一对啮合变厚齿轮工作节锥角  $\gamma_{w1}, \gamma_{w2}$  与公共齿条啮合时分度平面上齿线倾斜角  $\beta_{w1}, \beta_{w2}$  之间的关系,以及计算确定两齿轮安装距  $d_1$  和  $d_2$ 。图 1 为交错轴变厚齿轮工作节圆锥简图,  $M$  为节锥上一点,  $\mathbf{n}$  为其单位法矢。图 2 为一对啮合工作节圆锥相对位置关系及坐标变换。图中  $S'_1, S'_2$  分别为齿轮 1、2 所在坐标系,  $S_f$  为固定参考坐标系, 2 节锥相切于  $P$  点, 锥顶分别为  $O'_1, O'_2$ , 2 节锥轴线间最短距离为  $E$ ,  $\tau^1, \tau^2$  表示两节圆锥两条母线的单位矢量,  $\delta$  为两啮合齿轮间的轴交角。变厚齿轮节圆锥方程表示为

$$\mathbf{R}_i = \begin{Bmatrix} x'_i \\ y'_i \\ z'_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_i \sin \gamma_{wi} \cos \theta_i \\ u_i \sin \gamma_{wi} \sin \theta_i \\ u_i \cos \gamma_{wi} \end{Bmatrix}, (i = 1, 2)。 \quad (1)$$

式中:  $x'_i, y'_i, z'_i$  分别为节圆锥上一点  $M$  的坐标, 下标 1, 2 分别为小齿轮与大齿轮;  $u_i$  为  $M$  点沿圆锥母线到锥顶的距离;  $\theta_i$  为  $M$  点与  $x'_i - z'_i$  平面的展开角。

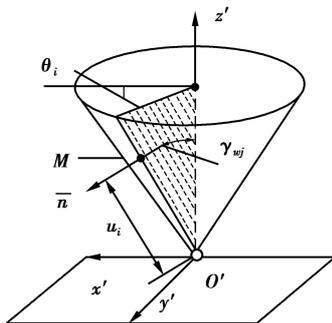


图 1 变厚齿轮工作节圆锥

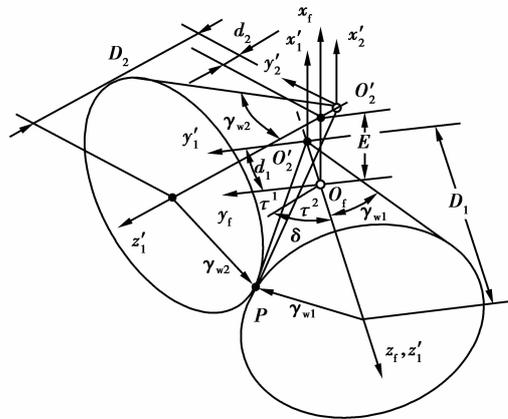


图 2 交错轴变厚齿轮工作节锥面及坐标变换

则曲面的单位法线矢量为

$$\mathbf{n}_i = \begin{Bmatrix} n'_{xi} \\ n'_{yi} \\ n'_{zi} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \cos \theta_i \cos \gamma_{wi} \\ \sin \theta_i \cos \gamma_{wi} \\ -\sin \gamma_{wi} \end{Bmatrix}, (i = 1, 2)。 \quad (2)$$

由图 2 经过坐标变换  $S'_1 \rightarrow S_f$  和  $S'_2 \rightarrow S_f$ , 将  $\mathbf{R}_1$  和  $\mathbf{R}_2$  表示在固定参考坐标系中得到节点  $P$  处的切触方程为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{R}_{f1} &= \mathbf{R}_{f2}, \\ \mathbf{n}_{f1} &= -\mathbf{n}_{f2}。 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中:  $\mathbf{R}_{fi}$  为齿轮  $i$  在坐标系中  $S_f$  中的位置矢量;  $\mathbf{n}_{fi}$  为齿轮  $i$  在坐标系中  $S_f$  中的单位法矢量。

由工作节圆  $r_{wi} = u_i \sin \gamma_{wi}$ , 将式(1)和式(2)代入式(3)后有

$$\left. \begin{aligned} r_{w1} \cos \theta_1 &= r_{w2} \cos \theta_2 + E, \\ r_{w1} \sin \theta_1 &= r_{w2} \cos \delta \sin \theta_2 - r_{w2} \sin \delta \cot \gamma_{w2} + d_2 \sin \delta, \\ r_{w1} \cot \gamma_{w1} - d_1 &= r_{w2} \sin \delta \sin \theta_2 + \\ & r_{w2} \cos \delta \cot \gamma_{w2} - d_2 \cos \delta, \\ \cos \gamma_{w1} \cos \theta_1 &= -\cos \gamma_{w2} \cos \theta_2, \\ \cos \gamma_{w1} \sin \theta_1 &= -\sin \gamma_{w2} \sin \delta - \cos \gamma_{w2} \cos \delta \sin \theta_2, \\ -\sin \gamma_{w1} &= -\cos \gamma_{w2} \sin \delta \sin \theta_2 + \sin \gamma_{w2} \cos \delta。 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

由  $|\mathbf{n}_{f1}| = |\mathbf{n}_{f2}|$ , 式(4)可化简为 5 个独立的方程, 联立得到

$$r_{w1} = \frac{E \cos \gamma_{w1} \sin \delta}{\sqrt{\sin^2 \delta - \sin^2 \gamma_{w1} - \sin^2 \gamma_{w2} - 2 \sin \gamma_{w1} \sin \gamma_{w2} \cos \delta}} - r_{Pw2} \frac{\cos \gamma_{w1}}{\cos \gamma_{w2}} \quad (5)$$

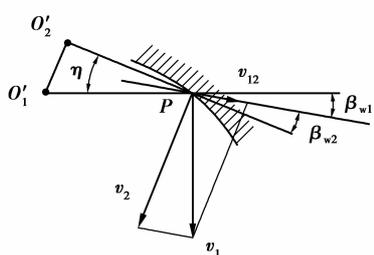
$$d_1 = -r_{w2} / (\sin \gamma_{w1} \cos \gamma_{w2}) + \frac{E(\sin^2 \delta - \sin^2 \gamma_{w1} - \sin^2 \gamma_{w2} \cos \delta)}{\sin \gamma_{w1} \sin \delta \sqrt{\sin^2 \delta - \sin^2 \gamma_{w1} - \sin^2 \gamma_{w2} - 2 \sin \gamma_{w1} \sin \gamma_{w2} \cos \delta}} \quad (6)$$

$$d_2 = \frac{r_{w2}}{\sin \gamma_{w2} \cos \gamma_{w2}} -$$

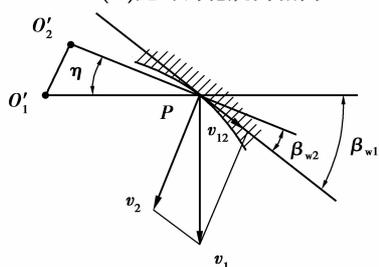
$$\frac{E(\sin \gamma_{w1} \cos \delta + \sin \gamma_{w2})}{\sin \delta \sqrt{\sin^2 \delta - \sin^2 \gamma_{w1} - \sin^2 \gamma_{w2} - 2 \sin \gamma_{w1} \sin \gamma_{w2} \cos \delta}} \quad (7)$$

2 工作节锥公切平面内公共切点处相对速度方向如图 3 所示,  $O'_1, O'_2$  分别为两节锥锥顶,  $v_1, v_2$  分别为工作节锥 1, 2 在切点的速度,  $\eta$  为两工作节锥在公切平面内的母线夹角。则有

$$\tau^1 \tau^2 = |\tau^1| |\tau^2| \cos \eta = \cos \eta \quad (8)$$



(a) 配对齿轮旋向相同



(b) 配对齿轮旋向相反

图 3 工作节锥切点处相对速度方向

且有单位向量  $\tau^1, \tau^2$  表示为

$$\tau^1 = \frac{O'_1 P}{|O'_1 P|} = \frac{\partial R_{f1} / \partial u_1}{|\partial R_{f1} / \partial u_1|} \quad (9)$$

$$\tau^2 = \frac{O'_2 P}{|O'_2 P|} = \frac{\partial R_{f2} / \partial u_2}{|\partial R_{f2} / \partial u_2|} \quad (10)$$

式(9)~(10)代入式(8)得到

$$\cos \eta = \tan \gamma_{w1} \tan \gamma_{w2} + \frac{\cos \delta}{\cos \gamma_{w1} \cos \gamma_{w2}} \quad (11)$$

由图 3, 啮合齿轮不同旋向情况下有

$$\eta = \beta_{w1} \pm \beta_{w2} \quad (12)$$

将式(12)代入(11)得到

$$\cos(\beta_{w1} \pm \beta_{w2}) = \tan \gamma_{w1} \tan \gamma_{w2} + \frac{\cos \delta}{\cos \gamma_{w1} \cos \gamma_{w2}} \quad (13)$$

联立式(5)和式(13)得到

$$E = \frac{(r_{w1} \cos \gamma_{w2} + r_{w2} \cos \gamma_{w1}) \sin(\beta_{w1} \pm \beta_{w2})}{\sin \delta} \quad (14)$$

## 2.2 点接触到线接触转变计算条件

交错轴变厚齿轮一般为点接触, 如图 4 所示, 虽然两齿轮齿面分别与公共齿条成线接触, 但两接触

线  $k_1$  和  $k_2$  一般以啮合主方向夹角  $\xi = \xi_{R(L)1} + \xi_{R(L)2}$ , 相交于一点。

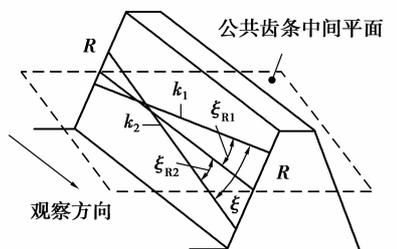


图 4 公共齿条与两变厚齿轮接触线

由空间几何关系计算得

$$\tan \xi_{Li} = \tan \beta_{wi} \sin \alpha_{nw} + \frac{\tan \gamma_{wi} \cos \alpha_{nw}}{\cos \beta_{wi}} \quad (15)$$

$$\tan \xi_{Ri} = \tan \beta_{wi} \sin \alpha_{nw} - \frac{\tan \gamma_{wi} \cos \alpha_{nw}}{\cos \beta_{wi}} \quad (16)$$

式中:  $\xi_L, \xi_R$  分别为变厚齿轮左右齿面与公共齿条接触线  $k$  与公共齿条中间平面的夹角(啮合齿面主方向夹角 FPD 角);  $\alpha_{nw}$  为公共齿条法向齿形角。

则有变厚齿轮左右齿面实现近似线接触的条件为

$$\xi_{L(R)1} + \xi_{L(R)2} \approx 0 \quad (17)$$

## 2 交错轴变厚齿轮节圆锥设计

### 2.1 齿轮参考设计参数与工作啮合参数之间的关系

由变厚齿轮端面齿形角系数的定义<sup>[3]</sup>

$$\xi_{ti} = \frac{r_i}{r_{wi}} = \frac{\cos \alpha_{PwL(R)i}}{\cos \alpha_{PL(R)i}} \quad (18)$$

式中:  $\xi_{ti}$  为齿轮端面齿形角系数;  $r_i$  为齿轮端面齿形角系数;  $\alpha_{PL(R)i}$  为齿轮端面参考节圆压力角;  $\alpha_{PwL(R)i}$  为齿轮端面工作节圆压力角。

根据变厚齿轮正确啮合的条件经推导得

$$\xi_n = \frac{m_n}{m_{nw}} = \frac{\cos \alpha_{nw}}{\cos \alpha_n} = \xi_{ti} \frac{\cos \beta_i}{\cos \beta_{wi}} \quad (19)$$

$$\tan \gamma_{wi} = \frac{2 \tan \alpha_n \sin \gamma_i \sec \beta_i}{\tan \alpha_{PwRi} + \tan \alpha_{PwLi}} \frac{1}{\xi_{ti}} \quad (20)$$

$$\sin \gamma_{wi} = \sin \gamma_i \frac{\tan \alpha_n}{\xi_n \tan \alpha_{nw}} = \sin \gamma_i \frac{\sin \alpha_n}{\sin \alpha_{nw}} \quad (21)$$

$$\sin \beta_{wi} = \sin \beta_i \frac{\cos \gamma_i}{\cos \gamma_{wi}} \frac{1}{\xi_n} \quad (22)$$

式中:  $m_n$  为变厚齿轮法向模数;  $m_{nw}$  为公共齿条法向模数;  $\xi_n$  为齿轮法面齿形角系数;  $\beta_i, \gamma_i$  分别为齿条刀具齿线倾斜角与节锥角。

交错轴变厚齿轮无侧隙啮合方程为

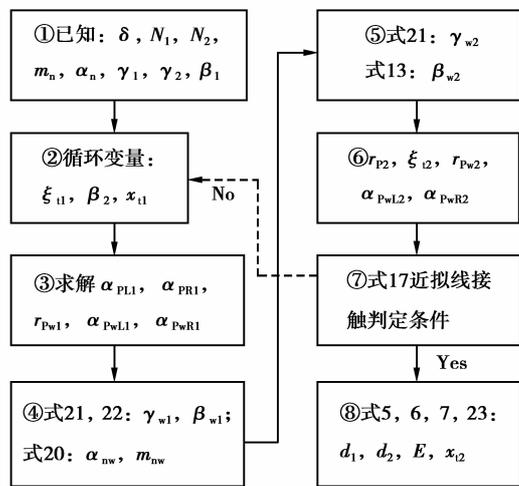
$$2 \tan \alpha_n \left( x_{t1} \frac{\cos \gamma_1}{\cos \beta_1} + x_{t2} \frac{\cos \gamma_2}{\cos \beta_2} \right) = \frac{N_1}{2} (inv \alpha_{PwL1} + inv \alpha_{PwR1} - inv \alpha_{PL1} - inv \alpha_{PR1})$$

$$+ \frac{N_2}{2} (inv\alpha_{PwL2} + inv\alpha_{PwR2} - inv\alpha_{PL2} - inv\alpha_{PR2}). \quad (23)$$

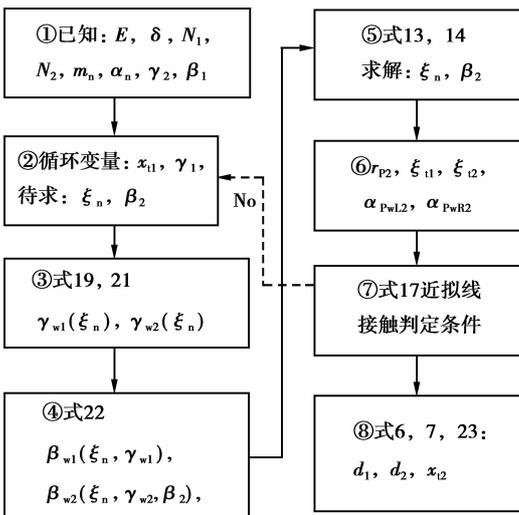
式中:  $x_{i1}, x_{i2}$  分别为齿轮 1, 2 端面变位系数;  $N_1, N_2$  分别为齿轮 1, 2 齿数。

### 2.2 设计流程

根据已知参数与约束条件的不同,考虑线接触条件的交错轴渐开线变厚齿轮副的工作节圆锥设计分为直接设计法和间接设计法,如图 5 所示。



(a)直接设计法



(b)间接设计法

图 5 考虑线接触条件的工作节圆锥设计流程

#### 2.2.1 直接设计法

中心距  $E$  未知情况下,小齿轮端面齿形角系数  $\xi_{i1}$ ,大齿轮齿条刀具齿线倾斜角  $\beta_2$  和小齿轮节端面变位系数  $x_{i1}$  为循环变量。按照已推导的各个参数计算公式分别对公共齿条及大齿轮端面齿形角系数  $\xi_{i2}$  进行计算,其计算流程如图 5(a)所示。

#### 2.2.2 间接设计法

中心距  $E$  已知情况下,小齿轮节锥角  $\gamma_1$  和小齿轮节端面变位系数  $x_{i1}$  为循环变量,法面齿形角系数  $\xi_n$  与大齿轮齿条刀具齿线倾斜角  $\beta_2$  为待求变量。采用迭代算法对式 13 和式 14 组成的非线性方程组进行求解,其计算流程如图 5(b)所示。

## 3 实例计算与验证

### 3.1 节圆锥设计参数影响分析与计算

基于节圆锥间接设计法,对轴交角、齿轮节锥角、齿条刀具齿线倾斜角与 FPD 角  $\xi_{L(R)}$  的影响关系展开研究,其中齿轮副基本设计参数如表 1 所示。图 6 为不同轴交角情况下节锥角对 FPD 角的影响,  $\xi_{L(R)}$  与轴交角间呈现明显的递增关系,但随着小齿轮节锥角的增加左齿面  $\xi_L$  逐渐变大,而右齿面  $\xi_R$  逐渐减小。图 7 所示为 FPD 角、齿条刀具齿线倾斜角及轴交角之间的关系,从图中可以看出 FPD 角呈现抛物线状变化规律,小齿轮齿条刀具齿线倾斜角对 FPD 角的影响较小。

表 1 工作节圆锥设计基本参数

模数 $m_n$ / mm	法向齿形角 $\alpha_n / (^\circ)$	齿数 $N_1$	齿数 $N_2$	中心距 $E$ /mm
6	20	29	45	230

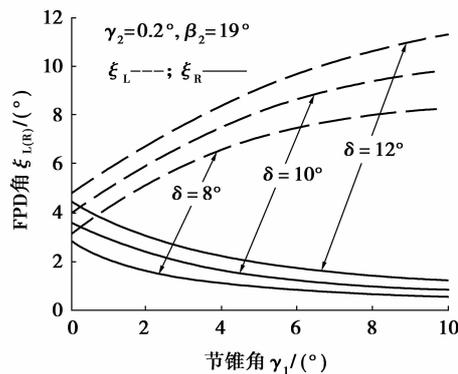


图 6 节锥角对啮合主方向角的影响

### 3.2 啮合特性

对表 2 所示设计参数进行计算,得到渐开线变厚齿轮齿面位置坐标及法向量。在此基础上建立交错轴变厚齿轮传动实体装配模型,如图 7 所示。扭矩 400 Nm 工况下,采用有限元法对变厚齿轮副进行准静态啮合特性分析,得到大齿轮齿面啮合印痕,如图 8 所示。从图 8 可以看出,加载情况下齿面啮合状态呈明显的线啮合,参与啮合的区域主要分布于轮齿中间部位。定义齿面啮合区域面积百分比为

$W/A$ , 其中  $W$  为齿面宽度,  $A$  为啮合印痕沿齿宽方向的长度。从结算结果可以看出, 随着 FPD 角从  $2.408^\circ$  增加到  $4.44^\circ$ , 啮合区域面积从 73% 减少到 50%, 呈现递减趋势; 最大接触压力从 485 MPa 增加到 581 MPa, 呈递增趋势。图 9、图 10 分别为齿轮副角度传动误差与时变啮合刚度。

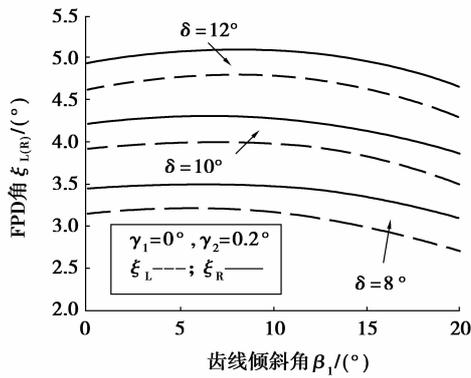


图 7 刀具齿线倾斜角对啮合主方向角的影响

表 2 交错轴变厚齿轮节圆锥设计计算结果

	实例 1		实例 2	
	小齿轮	大齿轮	小齿轮	大齿轮
节锥角 / (°)	2.0	0.8	0.4	0.2
齿线倾斜角 / (°)	23	-10.38	22	-9.11
节端面变位系数	0.15	0.192 7	0.12	0.15
安装距 / mm	2 687.7	10 297.0	14 160.5	41 314.7
端面齿形角系数	0.990 4	0.991 5	0.992 3	0.993 2
轴交角 / (°)	13		13	
啮合主方向角 / (°)	2.408 1		4.439 9	

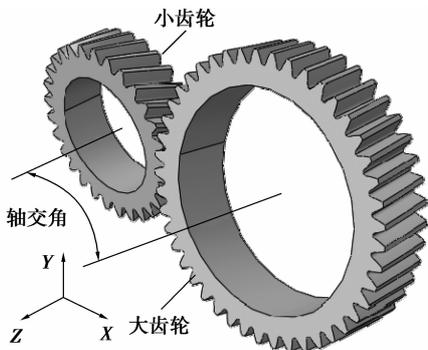


图 8 实体装配模型

由图 9-10 可以看出单个啮合周期内交错轴变厚齿轮的传动误差曲线呈明显的抛物线状; 随着 FPD 角的增加, 角度传动误差的均值和峰峰值均明显的增加; 由于随着 FPD 角的增加, 同等载荷水平

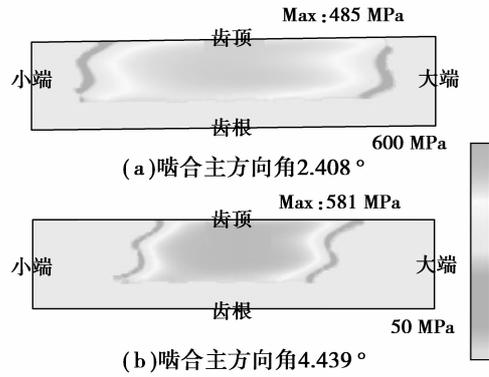


图 9 齿面啮合印痕

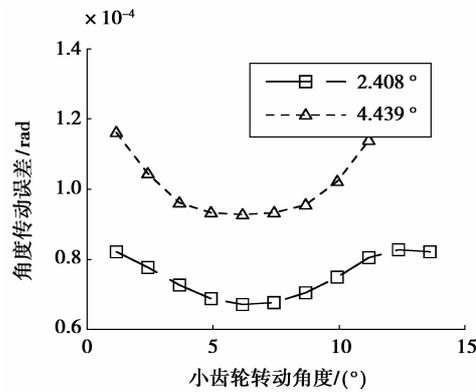


图 10 角度传动误差

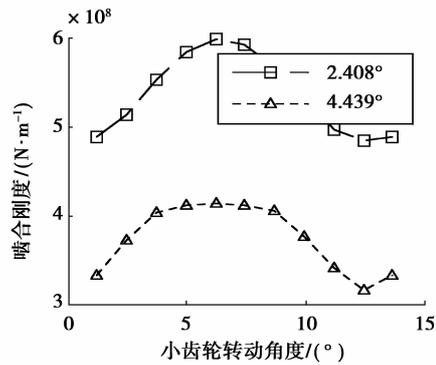


图 11 时变啮合刚度

下齿面接触面积减小, 如图 11 所示, 交错轴变厚齿轮的啮合刚度呈现减小的趋势。

### 3.3 试验验证

采用工作台倾斜式锥形滚削法对实例 1 的设计参数进行加工得到交错轴变厚齿轮副。试验工况为  $400 \text{ N} \cdot \text{m}$ ,  $1\ 600 \text{ r/min}$ , 对轮齿啮合印痕进行分析。如图 12 所示, 从图中可以看出, 齿轮副啮合形式为明显的线接触, 啮合达到整个右齿面的 78%。由于实际试验过程中, 载荷的波动与安装误差不可避免, 所以测试结果与理论计算结果相比存在 5% 的误差, 试验与理论计算基本吻合。

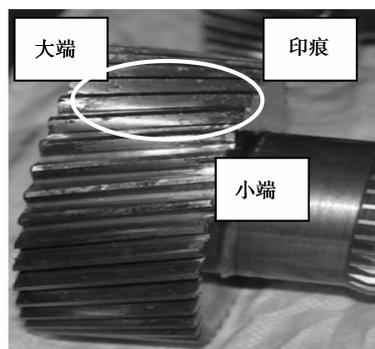


图 12 齿面印痕

## 4 结论

1) 基于空间接触理论, 考虑空间点接触到线接触的转变条件, 提出了交错轴变厚齿轮的节圆锥设计的直接设计法和间接设计法; 通过参数计算分析得到, 节锥角对啮合主方向角影响较大, 而齿线倾斜角对其影响较小;

2) 对交错轴变厚齿轮啮合特性进行了研究, 齿轮副啮合状态为线接触, 关键设计参数啮合主方向角的增加使得接触面积减小, 角度传动误差增大, 啮合刚度减小;

3) 加工出了试验齿轮并进行了轮齿啮合测试, 轮齿齿面啮合印痕达到整个的齿面的 78%, 试验结果验证了理论结果的正确性。

## 参考文献:

- [1] Mitome K. Design of miter conical involute gears based on tooth bearing [J]. JSME International Journal: Part C: Dynamics, Control, Robotics, Design and Manufacturing, 1995, 38(2): 307-311.
- [2] Mitome K, Yamazaki T. Design of conical involute gear engaged with profile shifted spur gear on intersecting shafts [J]. Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers: Part C. 1996, 62 ( 598 ): 2436-2441.
- [3] Brauer J. Analytical geometry of straight conical involute gears [J]. Mechanism and Machine Theory, 2002, 37(1): 127-141.
- [4] Brauer J. Transmission error in anti-backlash conical involute gear transmissions: a global-local FE approach [J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2005, 41 (5): 431-457.
- [5] Liu C C, Tsay C B. Contact characteristics of beveloid gears [J]. Mechanism and Machine Theory, 2002, 37 (4): 333-350.
- [6] Tsai S J, Wu S H. Geometrical design of conical gear drives with profile-shifted transmission [C] // Proceedings of the 12th IFToMM World Congress, June 18-21, 2007, Besançon, France. [S. l.]: [S. n.], 2007: 265.
- [7] Tsai S J, Wu S H. Designing skew conical gear drives in approximate line contact for power transmission [C] // Proceedings of the JSME International Conference on Motion & Power Transmission, May 13-15, 2009, Matsushima Isles Resort, Japan. [S. l.]: [S. n.], 2009: 58-62.
- [8] Wu S H, Tsai S J. Contact stress analysis of skew conical involute gear drives in approximate line contact [J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44(9): 1658-1676.
- [9] Liu C C, Wang S F. Tooth contact analysis and contact ellipse simulation of internal conical gear pairs [C] // Proceedings of the 12th IFToMM World Congress, June 18-21, 2007, Besançon, France. [S. l.]: [S. n.], 2007: 390.
- [10] Ohmachi T, Uchino A, Komatsubara H. Analysis of the tooth surface contact of the conical involute gear with the conjugate surface [C] // Proceedings of MPT2009-Sendai JSME International Conference on Motion & Power Transmission, May 13-15, 2009, Matsushima Isles Resort, Japan. [S. l.]: [S. n.], 2009: 52-57.
- [11] Li G X, Wen J M, Zhang X, et al. Meshing theory and simulation of noninvolute beveloid gears [J]. Mechanism and Machine Theory, 2004, 39 (8): 883-892.
- [12] He J L, Wu X T, Cui Y H, et al. Tooth contact analysis of conical involute gears [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2006, 19(1): 105-108.
- [13] 李瑰贤, 温建民, 刘福利, 等. 交错轴非渐开线变厚齿轮齿形误差与齿向误差的分析 [J]. 南京理工大学学报: 自然科学版, 2004, 28(6): 585-589.
- LI Guixian, WEN Jianmin, LIU Fuli, et al. Study on profile errors and axial errors of noninvolute beveloid gears with crossed axes [J]. Journal of Nanjing University of Science and Technology: Natural Science, 2004, 28(6): 585-589.
- [14] 朱才朝, 王海霞, 张磊. 小倾角船用齿轮箱系统固有特性研究 [J]. 振动与冲击, 2010, 29(5): 123-127.
- ZHU Caichao, WANG Haixia, ZHANG Lei. Natural dynamic characteristics of a gearbox system with a small inclination angle [J]. Journal of Vibration and Shock, 2010, 29(5): 123-127.
- [15] Zhu C Z, Wang H X, Zhang L, et al. Contact characteristics of helical conical gears used for V-drive marine transmissions [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2010, 225 (1): 216-224.