文章编号:1000-582X(2012)10-099-05

采用空气阻力修正的火箭残骸落点算法

何京江1,2,魏志东2,董继辉2,魏善碧3

(1. 西安交通大学 电信学院陕西 西安 710049; 2. 西昌卫星发射中心 四川 西昌 615000; 3. 重庆大学 自动化学院 重庆 400044)

摘 要:针对火箭分离后残骸落点计算问题,分析了火箭残骸在下落过程中的动力学特性,重点就空气阻力对残骸落点产生的影响进行研究,提出了带空气阻力修正的火箭残骸落点算法。与传统落点计算方法不同之处在于,该算法充分考虑落点地区的大气分层空气密度的影响,并根据下落过程空气动力学方程,估计空气阻力因子,采用积分法计算残骸在空中的运动轨迹并得到最终的落点数据。最后计算分析了4次卫星发射任务(对应4种火箭型号)一级残骸的落点,对算法的有效性进行了验证。

关键词:空气阻力;空气密度;落点算法

中图分类号:TM571.6

文献标志码:A

The fall point arithmetic of rocket wreckage adopting atmosphere resistance modification

He Jingjiang^{1,2}, Wei Zhidong², Dong Jihui², Wei Shanbi³

(1. School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, Shanxi, China; 2. Xichang Satellite Launch Center,

Xichang 615000, Sichuan, China; 3. College of Automation, Chongqing University, Chongqing, China)

Abstract: For the fall point calculation problem of Rocket Wreckage, the kinetic traits of rocket wreckage is analyzed, and the influence of the atmosphere resistance to wreckage fall point is studied mainly. The fall point algorithm of rocket wreckage adopting atmosphere resistance modification is proposed. Comparing with the traditional fall point algorithm, in the proposed method, the influence of layered atmosphere density of fall-point area is considered properly, and the air resistance coefficient is estimated according to the air dynamic equation of fall process, the integral method is adopted to get the moving track of the rocket wreckageand the final fall point. The effectiveness of the algorithm is validated by analyzing the fall points of the first stair of the rocket in four tasks corresponding to four types of rockets.

Key words: atmosphere Resistance; atmosphere density; fall point algorithm

研究来源于二代导航关键技术研究项目,主要 是针对现有落点算法精度较低问题而提出的,根据 历次卫星发射中一级残骸落点的比对结果看,现有 落点计算结果与实际落点的平均误差在 50 Km 左右^[1-2],这对于地面安控的实施和火箭残骸的搜索回收带来一定的影响。因此,进一步提高火箭落点预

收稿日期:2011-09-12

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60974090)

作者简介:何京江(1970-),女,中国西昌卫星发射中心高级工程师,西安交通大学博士研究生,主要从事计算机体系结构研究,(Tel)13608149799;(E-mail)hejingjianghjj@163.com。

示的精度将有助于安控指挥员的正确决策和对地面 目标的有效保护。

火箭是一个高速运动的物体,空气阻力对于火箭的运动有非常大的影响。将重点研究空气阻力对火箭弹道产生的影响,对火箭残骸的空中运动轨迹进行预示(模拟复现),并提高其落点计算的精度。

1 传统的火箭残骸落点算法

落点计算是指在航天器发射任务实施过程中, 在安控区段内的任何一个时刻,如果火箭发生故障 失去动力,实时计算出火箭残骸将落在地面上的位 置,为火箭安全控制提供依据[3-5]。

传统的火箭残骸落点算法都是将空间视为真空,不考虑空气阻力对火箭运动产生的影响,主要有2类算法:一类算法为通过坐标变换关系得出的运动学方程,其中运动学是从几何学的观点来研究运载火箭的运动,它只讨论运载火箭运动的几何性质,不涉及产生运动和改变运动的原因,主要有抛物线法、椭圆法等;另一种算法则是以牛顿动力学定律为基础的积分法[6-9]。

目前主要采用抛物线模型和椭圆模型 2 种算法来计算火箭落点,当火箭高程在 30 km 以下时,假设其残骸的运动轨迹呈抛物线型;高程在 30 km 以上时,假设其运动轨迹呈椭圆线型。原有算法之所以未考虑空气动力学因素主要是因为:①无法获取大气参数,②大气参数在空域和时域上变化大;③计算量和计算精度等问题。但随着气象资料收集日益完整,计算机计算能力几何级数级地快速提升,现阶段完全可以应用积分法在准实时领域综合空气动力因素来对火箭残骸落点进行研究[10-14]。

1.1 符号约定

先对算法中用到的符号约定如下 发射系下火箭的位置矢量为: $\langle X,Y,Z \rangle$; 发射系下火箭的速度矢量为: $\langle V_x,V_y,V_z \rangle$; 发射系下火箭的加速度矢量为: $\langle \dot{V}_x,\dot{V}_y,\dot{V}_z \rangle$; 火箭失去动力时刻为 T_k ;

失去动力瞬间的位置矢量为: $\langle X_k, Y_k, Z_k \rangle$; 失去动力瞬间的速度矢量为: $\langle V_{xk}, V_{yk}, V_{xk} \rangle$;

1.2 传统动力学方程落点算法

由经典牛顿动力学定律可知,其运动轨迹呈带 初始速度的抛物线运动状态,其位置和速度矢量可以从失去动力时刻进行积分得到。位置矢量< X, Y,Z>为

$$\mathbf{X}(t + \Delta t) = \mathbf{X}(t) + \mathbf{V}_x \Delta t + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{V}}_x \Delta t^2; \quad (1)$$

$$\mathbf{Y}(t + \Delta t) = \mathbf{Y}(t) + \mathbf{V}_{y} \Delta t + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{V}}_{y} \Delta t^{2}; \qquad (2)$$

$$\mathbf{Z}(t + \Delta t) = \mathbf{Z}(t) + \mathbf{V}_z \Delta t + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{V}}_z \Delta t^2.$$
 (3)

速度矢量为

$$\mathbf{V}_{x}(t+\Delta t) = \mathbf{V}_{x}(t) + \dot{\mathbf{V}}_{x}(t)\Delta t; \qquad (4)$$

$$\mathbf{V}_{y}(t+\Delta t) = \mathbf{V}_{y}(t) + \dot{\mathbf{V}}_{y}(t)\Delta t; \qquad (5)$$

$$\mathbf{V}_{z}(t+\Delta t) = \mathbf{V}_{z}(t) + \dot{\mathbf{V}}_{z}(t)\Delta t, \qquad (6)$$

其中,t 为当前时刻, Δt 为积分步长。 $\langle V_x, V_y, V_z \rangle$ 的初值为失去动力时刻 T_k 时的 $\langle V_x k, V_y k, V_z k \rangle$, $\langle X, Y, Z \rangle$ 的初值为失去动力时刻 T_k 时的 $\langle X_k, Y_k \rangle$ 。

在不考虑空气影响的情况下,火箭失去动力后 只受重力影响,则此时火箭的加速度矢量为

$$\dot{\mathbf{V}}_{x} = -g_{x}; \tag{7}$$

$$\dot{\mathbf{V}}_{v} = -g_{v}; \tag{8}$$

$$\dot{\mathbf{V}}_z = -g_{z} \, , \tag{9}$$

重力加速度 g 的大小与火箭飞行高度相关,即

$$g = g_0 \, \frac{R_e^2}{(R_e + h)^2}, \tag{10}$$

式中 $,g_0$ 为地表的重力加速度 $,R_0$ 为地球半径,h 为火箭海拔高度。

另外,火箭残骸失去动力下坠发生的阶段最可能发生在火箭的一、二级飞行段,这时火箭距地表较近,可以视重力矢量为一个平行力场,即重力加速度的方向与发射系的 OY 轴平行且方向相反,即

$$g_{y} = g; (11)$$

$$g_x = g_z = 0, (12)$$

上述过程就是从牛顿力学的推算出来的火箭运动方程,该算法把空间考虑成为一个理想的真空环境,以火箭失去动力时刻 T_k 为基准点,利用这一时刻的位置矢量 $< X_k, Y_k, Z_k >$ 和速度矢量 $< V_x k$, $V_y k$, $V_z k$ >逐点积分获得火箭残骸在每一时刻的弹道,积分步长 Δt 可以根据实际工程需要进行选取。

2 采用空气阻力修正的残骸落点算法

火箭是一个高速运动的物体,空气阻力对于火箭的运动影响非常大,如按照研究方法来进行计算的话,将会带来很大的误差,因此有必要对火箭残骸在失去动力下坠过程中空气阻力产生的影响进行分析。

2.1 空气动力基础

空气动力的大小与气流相对于火箭的方位有关。其相对方位可用速度坐标系和箭体坐标系之间的两个角度来确定。习惯上常把作用在火箭上的空气动力 R 沿速度坐标系的轴分解成 3 个分量来进行研究[1]。

空气动力 R 沿速度坐标系分解为 3 个分量,分别称之为阻力 L_x (沿 OX 轴负向定义为正)、升力 L_y (沿轴 OY 正向定义为正)和侧向力 L_z (沿轴 OZ 正向定义为正)。实验分析表明:空气动力的大小与来流的动压头和箭体的特征面积(又称参考面积) S成正比,即

$$L_x = C_x q S; (13)$$

$$L_{y} = C_{y}qS; \qquad (14)$$

$$L_z = C_z q S; (15)$$

$$q = \frac{1}{2}\rho V^2, \qquad (16)$$

式中, C_x , C_y , C_z ,为无量纲比例系数,分别称为阻力系数、升力系数和侧向力系数(总称为气动力系数); ρ 为空气密度;V为火箭飞行速度;S为参考面积。

由于火箭属于无翼飞行器,因此在残骸下坠过程中升力和侧向力非常小,可以忽略不计,空气对火箭运动产生重大影响的主要是阻力。

2.2 空气阻力修正后的落点算法

火箭残骸在下坠过程中如果不考虑随机干扰的话,其主要受到重力和空气阻力的作用,可以通过利用这2个作用力因素首先计算出火箭的加速度,通过积分可以得到火箭的速度,再对速度进行积分就可以得到火箭在发射系下的位置,最后通过坐标转换(从发射系到地心坐标系)求得落点的经纬度及下落时间。

2.2.1 加速度分量

结合式(7)、(8)、(9)和式(13)、(14)、(15)、(16),加速度分量的方程为

$$\dot{\mathbf{V}}_{x} = -\frac{g_{0}C_{x}S}{2G}\rho VV_{x} - g_{x}; \qquad (17)$$

$$\dot{\mathbf{V}}_{y} = -\frac{g_{\scriptscriptstyle 0}C_{\scriptscriptstyle x}S}{2G}\rho VV_{\scriptscriptstyle y} - g_{\scriptscriptstyle y}; \qquad (18)$$

$$\dot{\mathbf{V}}_{z} = -\frac{g_{0}C_{x}S}{2C}\rho VV_{z} - g_{z}, \qquad (19)$$

式中: g_0 为地球表面处的重力加速度; ρ 为空气密度;G 为火箭的重量; C_x 为火箭的阻力系数;S 为火箭的有效横截面积,通常取箭体最大横截面积。V 为速度,即 $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$ 。 g_x , g_y , g_z 为重力加速度分量。

2.2.2 速度分量和位置分量

求出加速度后,利用式(4)、(5)、(6)可以得任一时刻火箭残骸的速度分量,再利用式(1)、(2)、(3)可以得任一时刻火箭残骸的位置分量[15-16]。

通过积分得到火箭残骸在发射系位置矢量后,通过坐标转换可以求出该时刻的大地经纬度及高程^[2]。

2.2.3 落点坐标转换

从发射坐标系到中间系(X 轴指向北极的地心系)的坐标转换

$$U = M_a X + U_a \,, \tag{20}$$

式中,U 为中间系位置矢量 $\langle u, v, w \rangle^{T}$,X 为发射系位置矢量, U_a 为发射点在中间系位置矢量 $\langle u_a, v_a, w_a \rangle^{T}$, M_a 为发射系到中间系转换矩阵。

$$\begin{bmatrix} \cos\varphi_a & 0 & -\sin\varphi_a \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\varphi_a & 0 & \cos\varphi_a \end{bmatrix}, \tag{21}$$

$$u_a = (N_a(1 - e^2) + h_a)\sin\beta_a;$$
 (22)

$$v_a = (N_a + h_a) \cos \beta_a \cos \lambda_a; \qquad (23)$$

$$w_a = (N_a + h_a) \cos \beta_a \sin \lambda_a; \qquad (24)$$

$$N_a = a/\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \beta_a}, \qquad (25)$$

其中: λ_a 、 β_a 、 h_a 、 φ_a 分别为发射点大地经度、纬度、海拔高程和射击方位角; a, e 为地球几何参数; a=6 378 140 m; $e^2=6$. 694 384 6×10^{-3} 。

计算出火箭残骸在中间系位置矢量 $\langle u,v,w\rangle^{\mathrm{T}}$ 后,再将其转换到大地经纬度和高程 $<\lambda$, β ,h>,如下式

$$r = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}; \tag{26}$$

$$\sin\varphi = \frac{u}{r};\tag{27}$$

$$\lambda = \arctan\left(\frac{w}{v}\right) \tag{28}$$

$$\beta = \operatorname{arctg}\left(\frac{\sin\varphi}{(1 - e^2)\sqrt{1 - \sin^2\varphi}}\right); \qquad (29)$$

$$h = r - r_k \, . \tag{30}$$

通常情况下,当 $h \le 0$ 时迭代计算结束,得落点的经度 λ_l 和纬度 β_l ,在预知落区的高程 h_l 时,以 $h \le h_l$ 为计算结束条件。

2.3 空气阻力因子计算

在重力加速度已知的情况下,最急需解决的就是空气阻力对弹道影响的计算,即 $\frac{g_oC_xS}{2G}\rho$ 因子的计算,在仿真中可以按照下述原则来考虑。

2.3.1 空气密度 p 的计算

 ρ 主要表明空气粘性,其通常的计算方法为

$$\rho = \frac{Mp}{RT},\tag{31}$$

其中:p 为大气压力;M 为 1 kmol 大气质量,取值 28.964 4 kg/kmol;R 为普适气体恒量;T 为热力学 温度。

在实际应用中,实时计算空气密度是根本不可

能实现的,由于空气密度随高度、地域、温度的变化 而变化,因此在实际使用中可以采用按气象信息提 前计算装表的形式加以解决。

首先在地域上划分为航线下的几个特征区域; 按月份统计几个特征区域的空气密度 ρ 随高度递增 的变化趋势,这样做的主要理由是在每个月内同一 地区的平均温度变化不大,把空气密度 ρ 对温度的 变化率归结到对月份的变化率上,即简化了计算也 能保证准确性。最后形成下列函数

$$\rho = \rho($$
地区,月份,高度)。

将空气密度ρ以"地区"、"月份"、"高度"三维表 格形式装订。在实际任务中,月份已知,再根据火箭 的位置(X,Y,Z)可以推算出高度和星下点经纬度, 再根据星下点经纬度确定所处的地区,查表即可得 出当前的空气密度。

2.3.2 火箭重量 G的计算

火箭重量 G 按下式计算

$$G = mg$$
, (32)

式中, m 为火箭质量(含推进剂),每次卫星发射 前航科集团都要对各时刻点的火箭质量及推进剂消 耗速度进行理论计算,在《**卫星发射轨道计算》 中予以明确, m可按下式计算得知

$$m(t + \Delta t) = m(t) - m_{\text{RD}}(t)\Delta t - m_{\text{YD}}(t)\Delta t,$$

式中, $m_{\rm RD}$ 和 $m_{\rm VD}$ 为燃烧剂和氧化剂剂的消耗速 度,可从《**卫星发射轨道计算》中 m_{RD} 、 m_{YD} 参数 插值计算得知, Δt 为积分步长;

m(t)初值选取遵循下述原则

(34)

自火箭失去动力时刻 T_k 起,假定不再消耗推进 剂,在整个下坠过程中火箭质量保持 T_k 时刻的质量 m_k 不变。重力加速度 g 按式(10)计算。

2.3.3 火箭阻力系数 C_x 拟合

火箭在飞行过程中阻力随攻角的变化基本不 大,但随马赫数的变化较为明显,在 $M_a = 1.2$ 时阻 力系数达到最大值。另外,阻力系数随飞行高度的 变化而变化。

考虑到火箭分离后其姿态难以确定,为使算法 具有较好的鲁棒性,采用使算法误差最大的情况,即 首先分析火箭在零攻角、零高度时空气阻力系数变 化的大致规律,在此基础上,拟合出火箭下落过程中 的空气阻力系数解析表达式。

若火箭下落过程中在不同高度,不同速度的阻

力系数记为 C_{xx} ,则通过拟合分析得其经验表达式为

$$C_{xk} = 1.2C_x + 0.02\left(\frac{h_k}{10000}\right)^2$$
 (35)

2.3.4 火箭有效横截面积 S 计算

火箭的有效横截面积与火箭的姿态密切相关, 在实际计算中以火箭的最大横截面积作为 S,近似 认为在整个下坠过程中保持不变。各型号火箭的外 形尺寸可以查询产品证明书得知,其最大横截面积 可以通过火箭外形数据计算得来。

算法验证及结果分析

程序执行环境为 MATLAB7.0 以及 Microsoft Visual Studio 2005,计算依据为地球物理常数、火箭 初始质量及燃料消耗速度采用理论值,火箭外形尺 寸按产品说明书、火箭残骸落点位置采用实地大地 测量数据。采用本算法对 4 次卫星发射中(对应 4 种火箭型号)一级残骸落点进行了计算,并与中心机 计算的落点进行了比对。

通过对 4 次卫星发射过程中火箭一级残骸落点 计算的对比,可以得出以下结论

结论 1:中心机落点计算的误差主要体现在经 度的正误差。

4次卫星发射过程中,中心机计算的落点误差 主要体现在经度误差上,经度平均误差σ经=0.505 917 5°, 纬度平均误差 σ 纬=-0.093 557 5°, 直线距 离平均 57.485 km。主要原因是 4 次卫星发射都是 东射向,速度矢量在经度方向的投影最大,而速度是 对落点误差影响非常大的元素,所以造成经度误差 远远大于纬度误差。其次,4次卫星发射中的落点 经度误差都无一例外地体现为正误差,即计算出的 残骸落点都要"远"于实际落点,产生这一现象的可 能原因就是中心机落点计算没有考虑空气对高速运 动物体所产生的阻力作用,只是将空间环境视为真 空状态,造成计算出的落点都要远于实际落点。

结论 2:综合考虑空气阻力对残骸产生后,采用 积分法计算落点能够有效提高落点计算精度。

采用空气阻力修正落点算法计算的落点误差要 小于中心机计算的结果,其经度平均误差的绝对值| σ 经 | = 0.080 11°, 纬度平均误差绝对值 | σ 纬 | = 0.100 92°,直线距离平均 23.387 5 km。沿射向方 向的经度误差显著减少,而纬度误差则基本一致,算 法对落点计算准确性改进是非常显著的。

由于目前火箭试验次数较少,特别是每次试验 大气环境、火箭的加注量、残骸的精确落点等数据都 难以收集,本算法只对 4 次的试验数据进行了比对 分析,因此无法用均方根误差、离散度、不确定度来

描述本算法的精确性和可靠性。

4 结 论

分析了空气阻力对火箭残骸落点产生的影响, 建立了基于空气阻力修正的残骸落点算法,该算法 采用积分法计算残骸在空中的运动轨迹并得到最终 的落点数据。通过对 4 次卫星发射实际数据的综合 比对,验证了算法的有效性,相比现有的中心机算法 在精度上有显著的提高。

同时应当指出的是算法也有其局限性。首先,本算法目前只能用于准实时计算中,主要原因在于对积分步长的选取,当积分步长较小时精度可以得到保证,但计算时间较长;当积分步长较大时计算时间能够满足实时性要求,但计算精度将降低。其次,在算法中将大气假设为理想的静止状态,而现实情况则是大气时刻都是流动的,大气湍流对火箭残骸的影响也是不可忽视的。最后,算法对于分离动作没有考虑诸如反推火箭、爆炸螺栓等作用力。在后续工作中将针对上述3个问题开展深入研究。

参考文献:

- [1]刘利生.外测弹道数据处理[M]. 总装备部,2006.
- [2]甘楚雄,刘冀湘. 弹道导弹与运载火箭总体设计[M]. 北京:国防工业出版社,1996.
- [3]曹贺.基于天基预警系统的导弹主动段弹道估计算法研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学硕士学位论文,2006.
- [4]徐明友,丁松滨. 飞行动力学[M]. 北京:科学出版 社,2003
- [5]于古胜,李连登,翟丽丽. 航天器实时落点计算误差修正方法[J],舰船电子工程,2010,30,(3):143-146. YU Gusheng,LI Liandeng,ZHAI Lili. Error correction method for real-time estimating aerocraft fall point[J]. Ship Electronic Engineering, 2010, 30,(3):143-146.
- [6]刘仁,王爱华,郭桂治.基于关机点状态的战术弹道导弹落点估计[J].空军工程大学学报:自然科学版,2010,11(1):27-30.
 - LIU Ren, WANG Aihua, GUO Guizhi. Impact point estimation of tactical ballistic missile based on the state of burnout point[J]. Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition, 2010, 11 (1):. 27-30.
- [7]程光显,张士峰. 导弹落点精度的鉴定方法: 概率圆方法[J]. 国防科技大学学报,2001,23(5):13-16. CHENG Guangxian, ZHANG Shifeng. Assessment for the

- accuracy of the fall points: probability circle method [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2001,23(5):13-16.
- [8] 钟建业,魏雯.美国预警卫星探测器及其相关技术[J]. 中国航天,2005(6):22-27. ZHONG Jianye, WEI wen. US early warning satellite detector and related technologies [J]. Aerospace China, 2005(6):22-27.
- [9] Tang Y Y, Huang P K. Boost-phase ballistic missile trajectory estimation with ground based radar [J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2006, 17(4):705-708.
- [10] Wang T C, Varshney P K. A tracking algorithm for maneuvering targets [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1993, 29 (3): 910-924
- [11] Li Y C, Kirubarajan T, Yaakov B S, et al. Trajectory and launch point estimation for ballistic missiles from boost phase LOS measurements[C]//Proceedings of the 7th Mediteranean Conference on Control and Automation, June 28-30, 1999, Haifa, Israel. Piscataway: IEEE Press, 1999; 28-30.
- [12] Julier S, Uhlmann J, Durrant-Whyte H F. A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2000, 45 (3): 477-482.
- [13] Rabelo L, Sepulveda J, Compton J, et al. Disaster and prevention management for the NASA shuttle during lift-off [J]. Disaster Prevention and Management, 2006,15(2): 262-274.
- [14] Sepúlveda J, Rabelo L, Park J, et al. Factors affecting the expectation of casualties in the virtual range toxicity model [C]//Proceedings of the 36th Conference on Winter Simulation, December 5-8, 2004, Washington, D. C., USA. [S. l.]; ACM, 2004; 1762-1769.
- [15] Sala-Diakanda S N, Sepulveda J A, Rabelo L C. A methodology for realistic space launch risk estimation using information-fusion-based metric[J]. Information Fusion, 2010,11(4): 365-373.
- [16] Mahapatra P R, Mehrotra K. Mixed coordinate tracking of generalized maneuvering targets acceleration and jerk[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2000,36(3):992-1000.

(编辑 侯 湘)