

文章编号: 1000-582X(2012)11-001-07

圆柱齿轮齿根三维裂纹扩展分析及寿命预测

林腾蛟, 钟声, 沈亮

(重庆大学 机械传动国家重点实验室, 重庆 400044)

摘要: 基于线弹性断裂力学理论, 建立含齿根初始裂纹的圆柱齿轮三维边界元模型, 计算了裂纹前缘应力强度因子; 对初始裂纹进行自动扩展分析, 得到齿根裂纹的扩展轨迹及裂纹扩展寿命。在此基础上, 研究了载荷大小、裂纹尺寸、裂纹位置及裂纹方向对裂纹扩展寿命的影响规律。结果表明, 齿根裂纹以先慢后快的速率扩展, 齿宽方向比齿厚方向易于扩展; 随着载荷及初始裂纹尺寸的增大, 裂纹扩展寿命逐渐减小, 载荷对扩展寿命的影响很大, 初始裂纹深度对扩展寿命的影响大于裂纹宽度; 初始裂纹越靠近齿轮端面扩展寿命越长, 初始裂纹方向为 -30° 左右时, 裂纹扩展寿命最短。

关键词: 齿根; 裂纹扩展; 寿命预测; 边界元法

中图分类号: TH132.41

文献标志码: A

Three-dimensional crack propagation simulation and life prediction in tooth root of cylindrical gear

LIN Tengjiao, ZHONG Sheng, SHEN Liang

(The State Key Laboratory of Mechanical Transmission, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: Based on the theory of linear elastic fracture mechanics, a three-dimensional boundary element model of cylindrical gear with crack in tooth root is established and the stress intensity factor of crack tip is calculated. Then, through the automatic propagation analysis of initial crack, the growth trajectory and the propagation life of the crack at tooth root are obtained. Based on the obtained result, the influence of load magnitude, crack size, crack location and crack orientation on the crack propagation life is discussed. The results indicate that the tooth root crack expands slowly at first and then faster and faster; the crack propagates more easily along the tooth width than along the tooth thickness; the crack propagation life decreases with the increase of load magnitude or crack size, the effects of load magnitude on propagation life is significantly and the propagation life is more sensitive to initial crack depth than width; the propagation life is longer when crack is closer to the gear end-face and is shortest when crack has an initial direction about -30 degrees.

Key words: tooth root; crack propagation; life prediction; boundary element method

收稿日期: 2012-06-22

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51175524); 重庆市自然科学基金资助项目(CSTC, 2009BB3201)

作者简介: 林腾蛟(1968-), 男, 重庆大学教授, 博士生导师, 主要从事计算机辅助工程分析、机械动力学研究, (E-mail) tjlin@cqu.edu.cn。

齿轮传动具有承载能力大、效率高、寿命长和传动比稳定等特点,广泛应用于航空、航海、电力、运输、冶金等领域。在齿轮所有失效形式中,疲劳断齿所占比例最大^[1],因此疲劳破坏是齿轮失效的最主要形式。为了提高齿轮的可靠性和使用寿命,有必要对齿轮的裂纹扩展规律及寿命预测方法进行研究。

在疲劳裂纹扩展分析方面,国内外学者已有较丰富的研究成果,提出了诸如位错理论、概率法、权函数法、周期跳跃技术等理论及方法^[2-5],但研究对象主要集中在试件或结构简单的模型。目前,对复杂结构的裂纹扩展分析方法主要有两类:试验法和数值法。Jiřa 等^[6]利用光学显微镜观察了受拉压载荷的铝合金试件的疲劳裂纹扩展规律;林铁军等^[7]应用扩展有限元法分析了拉扭作用下钻杆的裂纹扩展过程;Cadario、Poursaeidi、谭申刚等^[8-11]应用有限元法分别对钛合金试件、发电机扇叶、无钉铝板的裂纹扩展过程进行了数值模拟,并与试验结果进行了对比。对于齿根疲劳裂纹,国内外学者采用有限元数值方法模拟了裂纹扩展过程^[12-15],但齿轮大都简化为二维模型,难以获取裂纹在三维空间的扩展轨迹。

笔者基于线弹性断裂力学理论,建立含齿根初始裂纹的圆柱齿轮三维边界元模型,借助 Franc3D 软件,计算齿根裂纹前缘的应力强度因子,仿真分析齿根裂纹的扩展轨迹,并预测裂纹扩展寿命。在此基础上,研究载荷大小、裂纹尺寸、裂纹位置、裂纹方向等因素对扩展寿命的影响规律。

1 疲劳裂纹扩展分析理论及方法

1.1 三维应力强度因子计算

笔者采用线弹性断裂力学方法求解应力强度因子。对于三维裂纹前缘的处理,通过定义几何点将裂纹前缘划分为若干段,在每一个离散点上,定义一个与该点切线方向正交的平面,而后在各正交平面内使用二维理论计算应力强度因子,如图 1 所示。

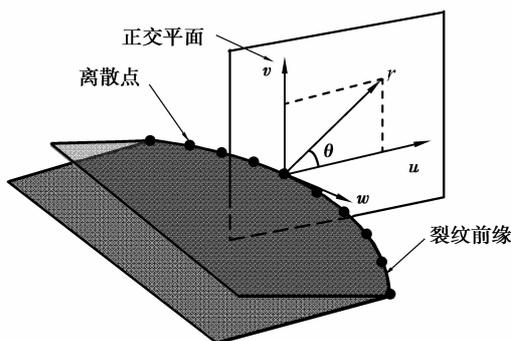


图 1 三维裂纹示意图

根据外力作用下的扩张方式,裂纹可分为张开型(I型)、滑开型(II型)和撕开型(III型)3种形式^[16]。齿根裂纹同时受正应力和剪应力作用,体现为复合型裂纹。按弹性力学平面问题求解,得出如下复合型裂纹前缘附近的位移场。

I型裂纹:

$$\begin{cases} u = \frac{K_I}{4G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[(2k-1) \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{3\theta}{2} \right], \\ v = \frac{K_I}{4G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[(2k+1) \sin \frac{\theta}{2} - \sin \frac{3\theta}{2} \right]. \end{cases} \quad (1)$$

II型裂纹:

$$\begin{cases} u = \frac{K_{II}}{4G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[(2k+3) \sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2} \right], \\ v = -\frac{K_{II}}{4G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[(2k-3) \cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2} \right]. \end{cases} \quad (2)$$

III型裂纹:

$$w = \frac{2K_{III}}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2}. \quad (3)$$

式中: u 、 v 、 w 为位移分量; K_I 、 K_{II} 、 K_{III} 分别为I型、II型、III型裂纹的应力强度因子; G 为剪切弹性模量; r 、 θ 为裂纹前缘附近点的极坐标。

对于I型和II型裂纹,

$$\begin{cases} w = 0, \\ k = 3 - 4\mu. \end{cases} \quad (\text{平面应变})$$

$$\begin{cases} w = -\frac{\mu}{E} \int (\sigma_x + \sigma_y) dz, \\ k = (3 - \mu)/(1 + \mu). \end{cases} \quad (\text{平面应力})$$

式中: E 为弹性模量; μ 为泊松比; σ_x 、 σ_y 为应力分量。

对于III型裂纹 $u = v = 0$ 。

设裂纹面的张开位移、滑开位移和撕开位移分别为 v^* 、 u^* 和 w^* ,由式(1)~(3)可推导出 v^* 、 u^* 和 w^* 的表达式。

$$\begin{cases} v^* = \frac{K_I}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} (k+1), \\ u^* = \frac{K_{II}}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} (k+1), \\ w^* = \frac{2K_{III}}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}}. \end{cases} \quad (4)$$

采用边界元法求得裂纹位移解后,即可利用式(5)计算应力强度因子。

$$\begin{cases} K_I = \frac{2G}{(k+1)} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} v^*, \\ K_{II} = \frac{2G}{(k+1)} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} u^*, \\ K_{III} = \frac{G}{2} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} w^*. \end{cases} \quad (5)$$

1.2 裂纹扩展

裂纹扩展最广泛使用的理论是最大周向正应力准则,即裂纹将沿最大周向正应力方向(即剪应力为零的方向)进行扩展。确定裂纹扩展形状的两个重要指标是开裂角 θ_0 和扩展量 a 。

开裂角用于表示原裂纹与扩展裂纹在法平面之间的夹角,可表示为

$$\theta_0 = 2 \tan^{-1} \left[\frac{1}{4} \frac{K_{\perp}}{K_{\parallel}} \pm \frac{1}{4} \sqrt{\left(\frac{K_{\perp}}{K_{\parallel}}\right)^2 + 8} \right]. \quad (6)$$

扩展量由各离散点 i 相对应应力强度因子和最大扩展尺寸共同决定,可表示为

$$a_i = a_{\max} \left[\frac{K_{\perp}}{K_{\perp \max}} \right]^b, \quad (7)$$

式中: a_{\max} 为定义的最大扩展尺寸,取0.2 mm; $K_{\perp \max}$ 为 K_{\perp} 的最大值; b 为裂纹尺寸放大因子,取值为1。

根据式(6)和(7)计算扩展后的裂纹前缘各离散点位置,采用B样条函数拟合曲线,得到光滑的新裂纹前缘;而后重新划分网格,进入下一步裂纹扩展分析。

2 齿轮断裂力学特性分析

2.1 齿轮建模及应力分析

齿轮材料为42CrMo4,其基本几何参数及材料性能参数如表1所示。

表1 齿轮几何及材料性能参数

名称	数值
齿数 z	58
模数 m/mm	2.5
压力角 $\alpha/(\text{°})$	20
齿宽 B/mm	16
弹性模量 E/GPa	210
泊松比 μ	0.3
断裂韧性 $K_{Ic}/(\text{N} \cdot \text{mm}^{-3/2})$	2 620

在Ansys中通过APDL命令流,建立精确的轮齿模型。将模型导入OSM建模器,重新建立外表面并设置表面方向为外法向,然后载入Franc3D中,对其进行边界元网格划分,将大小为3 000 N、方向为齿面法向的载荷施加到中间齿齿顶,在齿轮内圈施加固定约束。

图2为无缺陷轮齿的第1主应力云图,最大拉应力出现在齿根部位,其值为602.5 MPa,齿根拉伸

侧为疲劳破坏的起始部位。

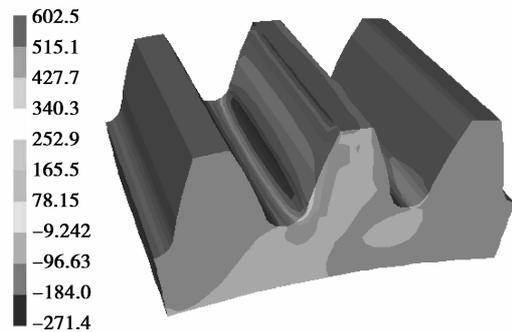


图2 轮齿第1主应力云图

2.2 裂纹前缘应力强度因子计算

假设齿根区域位于齿宽中部的XOZ平面上存在一个半径为0.2 mm的半圆形初始裂纹,建立轮齿三维边界元模型时,将裂纹前缘离散成20个点,更新局部网格后的边界元模型如图3所示。

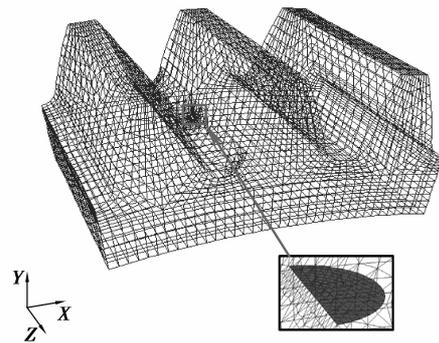
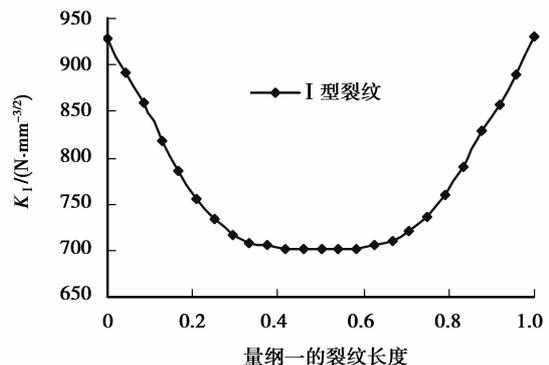


图3 含初始裂纹的轮齿边界元模型

图4为计算所得的裂纹前缘应力强度因子分布曲线,横坐标为量纲一的裂纹长度,即裂纹前缘离散点到起始点的弧长与整个裂纹弧长的比值。由图可知, K_{\perp} 远大于 K_{\parallel} 、 K_{III} ,齿根裂纹主要表现为张开型裂纹,且呈现两端大中间小的规律。



(a) I型裂纹

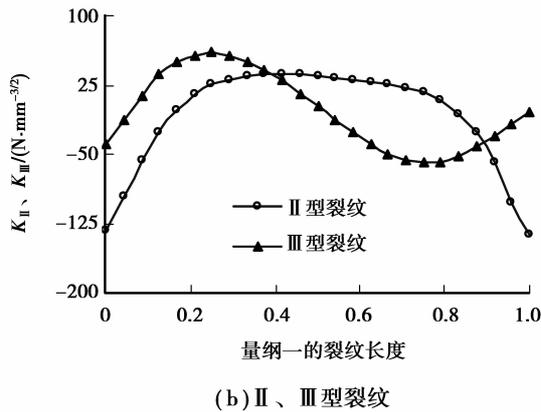


图 4 初始裂纹应力强度因子

3 裂纹扩展轨迹分析及寿命预测

3.1 裂纹扩展轨迹分析

基于最大周向正应力准则对初始裂纹模型进行疲劳裂纹自动扩展分析,设置每步最大扩展尺寸为 0.2 mm,共进行了 50 步扩展。图 5 给出了齿根裂纹的扩展过程。由图可知,裂纹由齿根中部的初始裂纹向两端面对称扩展,齿宽方向的扩展量大于齿厚方向,最后发生全齿折断。

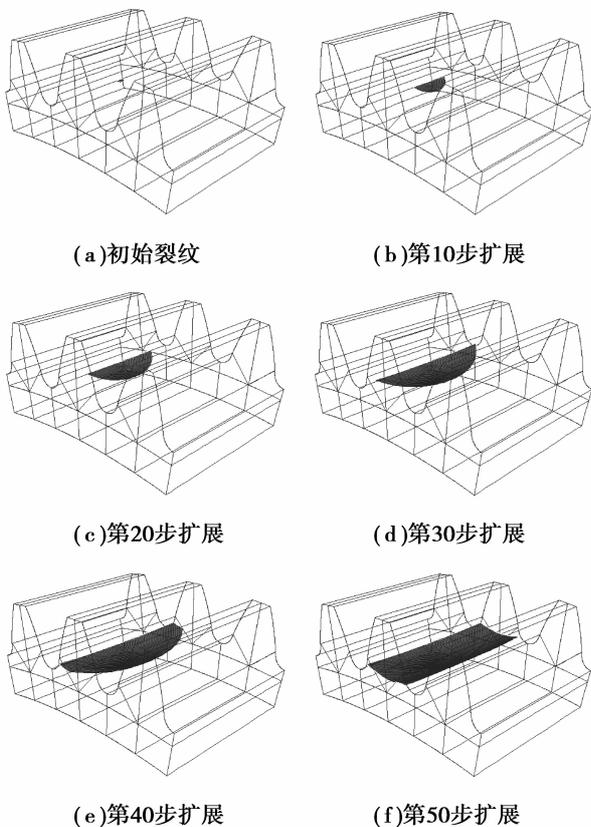


图 5 齿根裂纹扩展过程

随着裂纹的扩展,裂纹前缘的应力强度因子不断增大,图 6 为自动扩展过程中最大应力强度因子 $K_{I \max}$ 的变化历程。由图可知,裂纹由第 33 步扩展到 34 步时应力强度因子 $K_{I \max}$ 发生了较大的突变,并且超过了齿轮材料的断裂韧性 $2\ 620\ \text{N} \cdot \text{mm}^{-3/2}$,即已进入轮齿失稳扩展,这时轮齿极有可能折断。

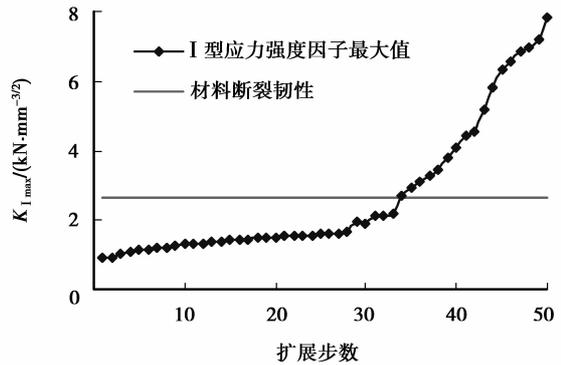


图 6 最大应力强度因子变化曲线

图 7 给出了发生失稳扩展时的裂纹面及张开位移。裂纹面形状为半椭圆形,宽度方向两端呈现微量上翘,深度方向偏向轮体。裂纹中部的张开位移较两端大,最大张开位移为 0.055 mm。

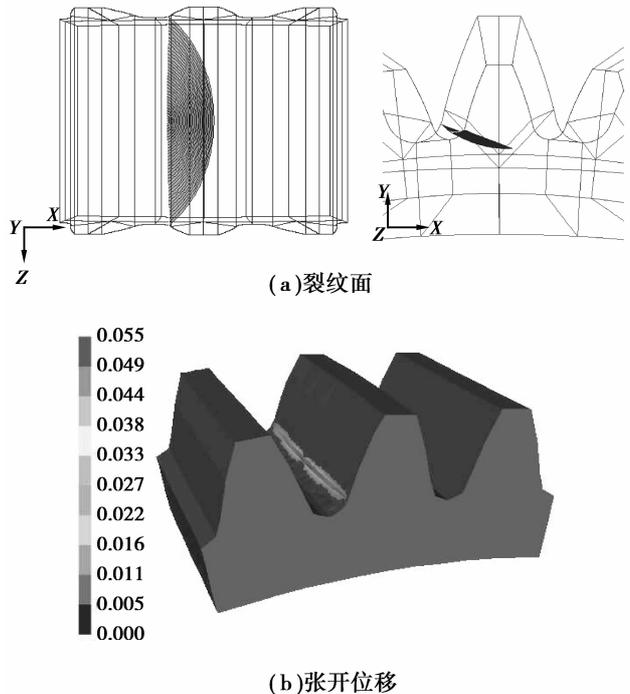


图 7 发生失稳扩展时的裂纹特征

图 8 给出了轮齿断裂时的裂纹特征。可见,发生失稳扩展后裂纹深度方向逐渐转为偏向齿顶,断面形状与通过 30° 切线法确定的危险截面类似。

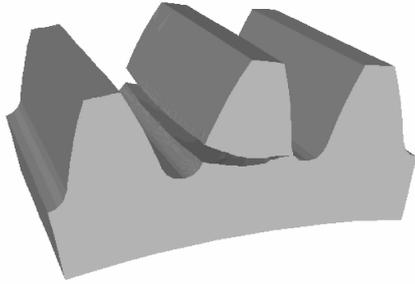


图 8 轮齿折断时的裂纹特征

3.2 裂纹扩展寿命预测

对具有初始裂纹的构件进行裂纹扩展寿命预测具有一定的工程实际意义。在诸多数学预测模型中,以 Paris 公式应用最为广泛,其表达式为

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^n, \quad (8)$$

式中: a 为裂纹长度; N 为载荷循环次数; ΔK 为裂纹尖端应力强度因子变化范围; C 、 n 为材料常数,由试验获得,这里参照文献[14]给出的 42CrMo4 的材料常数取值,即 $C = 3.31 \times 10^{-17} \text{ mm}/(\text{N} \cdot \text{mm}^{-3/2})^{4.16}$ 。

图 9 给出了裂纹扩展面积的平方根和载荷循环次数之间的关系曲线。由图可知,裂纹扩展的初始阶段,随着载荷循环次数的增加,扩展速率增加较为缓慢;当裂纹面积的平方根达到 1 mm 左右时,裂纹扩展速率逐步加大,发生失稳扩展时,扩展寿命为 22 410 次;失稳扩展阶段,裂纹扩展速率急剧增加,发生轮齿断裂时,扩展寿命为 22 691 次。可见失稳扩展阶段很短,一般可将稳定扩展段的寿命作为疲劳裂纹扩展寿命。

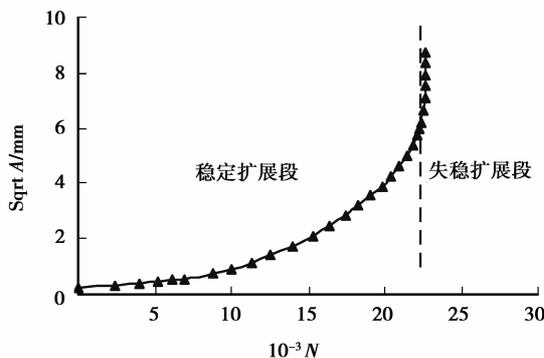


图 9 齿根裂纹扩展寿命曲线

4 裂纹扩展寿命的影响因素分析

4.1 载荷大小的影响

为了分析载荷大小对裂纹扩展寿命的影响,分别计算载荷为 1 500、2 250、3 000、3 750、4 500 N 5 种情况下的齿根裂纹扩展寿命。图 10 给出了不同载荷下裂纹面积的平方根与载荷循环次数的关系曲线,由于横坐标采用对数刻度,未显示初始步数据。

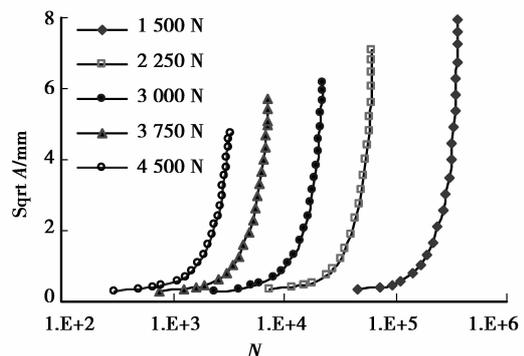
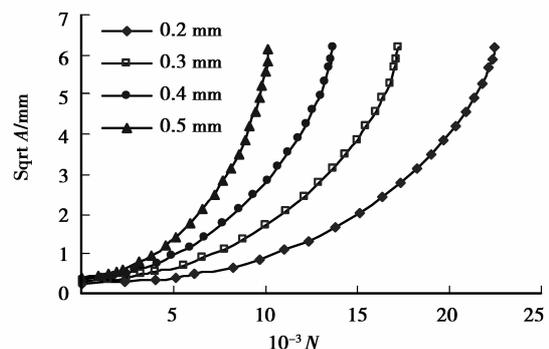


图 10 不同载荷下齿根裂纹扩展寿命

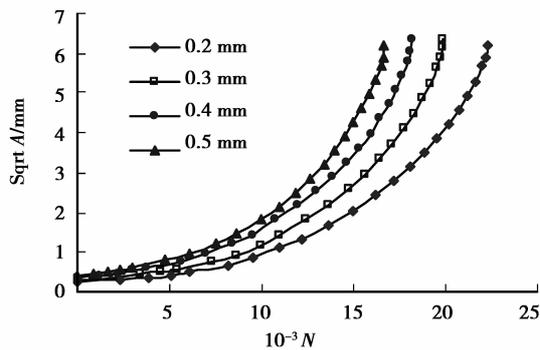
随着载荷的增加,载荷循环次数锐减,扩展寿命大大缩短,达到失稳扩展时的裂纹面积也大幅减小。分析可知,齿根裂纹扩展寿命对载荷大小十分敏感,因此高速重载的齿轮传动存在缺陷时更容易发生断齿现象。

4.2 裂纹尺寸的影响

为了研究初始裂纹尺寸对裂纹扩展寿命的影响,分别建立裂纹半宽度为 0.2 mm,深度分别为 0.2、0.3、0.4、0.5 mm,以及裂纹深度为 0.2 mm,半宽度分别为 0.2、0.3、0.4、0.5 mm 的半椭圆形初始裂纹模型,分析可得不同初始裂纹尺寸时稳定扩展阶段的载荷循环次数,如图 11 所示。



(a)不同裂纹深度



(b)不同裂纹宽度

图 11 不同裂纹尺寸下齿根裂纹扩展寿命

由图可知,对于不同初始裂纹尺寸,达到裂纹失稳时的裂纹面积大致相等;初始裂纹椭圆半径越大,裂纹扩展寿命越短;裂纹深度对扩展寿命的影响大于裂纹宽度。

4.3 裂纹位置的影响

齿轮疲劳裂纹通常出现在齿根圆角处,由于受齿轮偏载等综合因素的影响,疲劳裂纹在齿宽方向产生的位置不尽相同,初始裂纹对扩展寿命的影响也存在一定的区别。为了研究不同裂纹位置对扩展寿命的影响规律,分别建立了如图 12 所示的 5 个不同位置下的轮齿裂纹分析模型,5 个不同位置间隔相等,相邻间距为 2 mm,其中裂纹位置①位于齿宽中间,裂纹位置⑤位于齿轮端面。

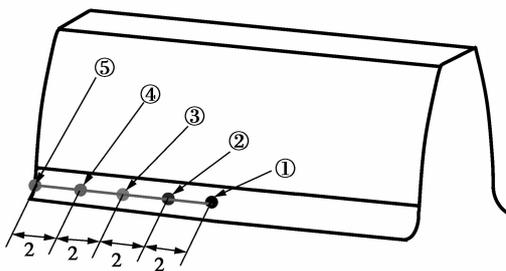


图 12 初始裂纹出现的不同位置

图 13 给出了初始裂纹处于不同位置时裂纹面积的平方根与载荷循环次数的关系曲线。随着初始裂纹位置由齿宽中部移向齿轮端面,齿根裂纹扩展寿命逐渐增加,呈现非线性递增关系,初始裂纹处于轮齿端面时的齿根扩展寿命最长。

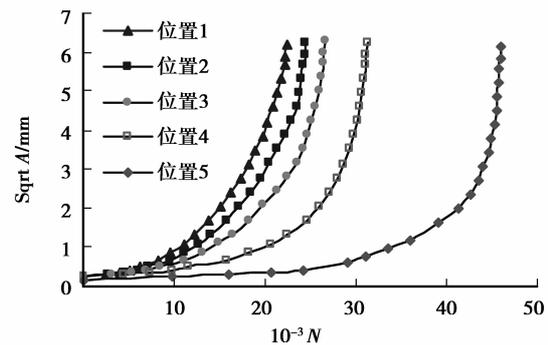


图 13 不同裂纹位置下齿根裂纹扩展寿命

4.4 裂纹面方向的影响

初始裂纹面方向,不仅与外载荷有关,同时与材料局部特征有关。为了探究裂纹面方向对裂纹扩展的影响规律,分别对 5 个不同方向初始裂纹的模型进行仿真分析。定义裂纹面方向为初始裂纹平面与水平面间的夹角 φ (逆时针方向为正),其值分别为 -40° 、 -30° 、 -15° 、 0° 及 15° 。

图 14 为不同初始裂纹面方向下的裂纹面积平方根与载荷循环次数的关系曲线。裂纹面处于负方向时的齿根裂纹扩展寿命较处于正方向时的短,初始裂纹面方向为 -30° 左右时,裂纹扩展寿命最短。

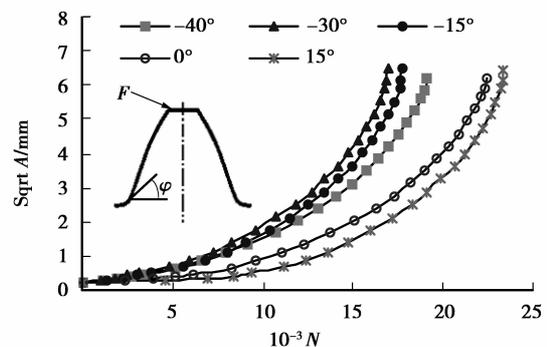


图 14 不同裂纹面方向下齿根裂纹扩展寿命

5 结论

1)建立了含齿根初始裂纹的圆柱齿轮三维边界元模型,计算了张开型、滑开型和撕开型裂纹前缘的应力强度因子, K_I 远大于 K_{II} 和 K_{III} 。

2)模拟了齿根裂纹的扩展轨迹,齿根中部的初始裂纹沿齿宽方向对称扩展,齿宽方向扩展尺寸大于齿厚方向。

3)对齿根裂纹的扩展寿命预测表明,扩展速率先慢后快;应力强度因子超过材料断裂韧性后,裂纹极速扩展至轮齿断裂。

4)分析了载荷大小、裂纹尺寸、裂纹位置及裂纹面方向对裂纹扩展寿命的影响。载荷大小对裂纹扩展寿命的影响很大;裂纹扩展寿命对初始裂纹深度的敏感性要高于初始裂纹宽度;初始裂纹位置越靠近齿轮端面其扩展寿命越长;初始裂纹面方向为 -30° 左右时,裂纹扩展寿命最短。

参考文献:

- [1] 陈德民. 圆柱斜齿轮动态强度与疲劳损伤仿真[J]. 计算机辅助工程, 2006, 15(增刊): 294-296.
CHEN Demin. Simulation of dynamic matching and fatigue damage of helical gear[J]. Computer Aided Engineering, 2006, 15(Sup): 294-296.
- [2] Liao M. Dislocation theory based short crack model and its application for aircraft aluminum alloys [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2010, 77(1): 22-36.
- [3] Fjeldstad A, Wormsen A, Härkegård G. Simulation of fatigue crack growth in components with random defects[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2008, 75(5): 1184-1203.
- [4] Jankowiak A, Jakubczak H, Glinka G. Fatigue crack growth analysis using 2-D weight function [J]. International Journal of Fatigue, 2009, 31(11/12): 1921-1927.
- [5] Moslemian R, Karlsson A M, Berggreen C. Accelerated fatigue crack growth simulation in a biomaterial interface[J]. International Journal of Fatigue, 2011, 33(12): 1526-1532.
- [6] Jiša D, Liškutin P, Kruml T, et al. Small fatigue crack growth in aluminium alloy EN-AW 6082/T6 [J]. International Journal of Fatigue, 2010, 32(12): 1913-1920.
- [7] 林铁军, 练章华, 曾晓健, 等. 应用 XFEM 模拟研究钻杆裂纹扩展过程[J]. 重庆大学学报, 2010, 33(7): 123-128.
LIN Tiejun, LIAN Zhanghua, ZENG Xiaojian, et al. Simulation on crack growth of drill pipe with XFEM[J]. Journal of Chongqing University, 2010, 33(7): 123-128.
- [8] Cadario A, Alfredsson B. Fatigue growth of short cracks in Ti-17: experiments and simulations [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2007, 74(15): 2293-2310.
- [9] Poursaeidi E, Salavatian M. Failure analysis of generator rotor fan blades [J]. Engineering Failure Analysis, 2007, 14(5): 851-860.
- [10] Poursaeidi E, Salavatian M. Fatigue crack growth simulation in a generator fan blade [J]. Engineering Failure Analysis, 2009, 16(3): 888-898.
- [11] 谭申刚, 刘朝君, 王锋, 等. 广布损伤裂纹扩展试验与数值模拟[J]. 应用力学学报, 2010, 27(2): 368-372.
TAN Shengang, LIU Zhaojun, WANG Feng, et al. Test and numerical simulation on crack propagation of multiple site damage [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2010, 27(2): 368-372.
- [12] Ciavarella M, Demelio G. Numerical methods for optimisation of specific sliding, stress concentration and fatigue life of gears [J]. International Journal of Fatigue, 1999, 21(5): 465-474.
- [13] 顾浩. 渐开线齿轮齿根断裂力学分析[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2007.
- [14] Kramberger J, Šraml M, Glodež S, et al. Computational model for the analysis of bending fatigue in gears [J]. Computers and Structures, 2004, 82(23/24/25/26): 2261-2269.
- [15] 郭辉, 赵宁, 曹蕾蕾, 等. 渐开线直齿轮齿根裂纹扩展模拟[J]. 系统仿真学报, 2007, 19(13): 2899-2902.
GUO Hui, ZHAO Ning, CAO Leilei, et al. Crack propagation simulation for root of involute spur gears [J]. Journal of System Simulation, 2007, 19(13): 2899-2902.
- [16] 尹双增. 断裂、损伤理论及应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 1992.

(编辑 张 苹)