

文章编号: 1000-582X(2012)12-001-06

平行轴变齿厚斜齿轮传动接触分析

林 超, 魏沛堂, 朱才朝

(重庆大学 机械传动国家重点实验室, 重庆 400044)

摘 要:以平行轴变齿厚斜齿轮传动为研究对象,根据齿轮啮合原理及小、大齿轮的齿面方程,分别建立其标准安装以及存在中心距安装误差、轴线安装误差和综合安装误差时轮齿接触的数学模型,通过 Matlab 编程进行求解,得到不同安装情况下轮齿的接触轨迹及传动误差并进行了对比分析。结果表明,该齿轮传动对轴线安装误差较敏感,形成了边缘接触并且引起周期性的传动误差为该齿轮传动的设计与分析奠定了基础。

关键词:变齿厚斜齿轮;齿面方程;接触轨迹;传动误差

中图分类号:TH132.41

文献标志码:A

Tooth contact analysis of helical beveloid gear with parallel axis

LIN Chao, WEI Peitang, ZHU Caichao

(State Key Laboratory of Mechanical Transmission, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: The study object of this paper is helical beveloid gears with parallel axis. Based on the meshing Principles and the tooth-surface equations of pinion and gear, the mathematical model of tooth contact is developed under standard installation and installations with center distance error, axis error and multiple error respectively. The MATLAB solver is used to obtain the contact trace and the transmission error under different installing conditions and the comparative analysis is made. The results indicate that this gear drive is sensitive to axis installation errors, it forms the edge contact and cause the periodic transmission error. It can provide the foundation for designs and analysis of this gear transmission.

Key words: helical beveloid gear ; tooth-surface equations; contact trace; transmission error

变齿厚斜齿轮(又称渐开线锥形斜齿轮)是渐开线齿轮的一般情况,在垂直于轴线的各个端截面中的齿形都是渐开线,只是各端截面的变位系数不同^[1]。变齿厚斜齿轮可以设计成平行轴、相交轴和交错轴的传动形式。其中,平行轴变齿厚斜齿轮传动能很方便地通过轴向移动调节两齿轮的侧隙,而中心距不变,从而能实现小回差的精密传动,同时还可以大大减少振动和噪声,另外,变齿厚斜齿轮的加工比较容易,可以通过一般的 CNC 滚齿机滚制而成,不需要专用加工机床及复杂的机器设定,在制造弹性和成本上有优

势。因此,平行轴变齿厚斜齿轮传动适用于某些精密的对回差要求严格的传动机构(机器人手臂、伺服系统等)中。近年来,它又被用于具有高新技术的特殊传动装置中(如起重运输、印刷机械、轻纺机械、雷达转向和跟踪系统)等。国内外对变齿厚斜齿轮的研究主要集中在变齿厚斜齿轮的基本理论、几何参数计算、加工及测量等方面^[2-10]。为了提高变齿厚斜齿轮的啮合精度,使之能在精密传动装置中广泛应用,对平行轴变齿厚斜齿轮传动的齿面接触特性进行研究,具有重要的理论及现实意义。

收稿日期:2012-07-05

基金项目:国家科技支撑计划项目资助项目(2011BAF09B07-02)

作者简介:林超(1958-),重庆大学教授,博士生导师,主要研究方向为齿轮传动系统的设计、分析与制造,新型齿轮传动,
(Tel)023-65106043;(E-mail)linchao@cqu.edu.cn。

1 变齿厚斜小、大齿轮的齿面方程

根据 Mitome K^[11] 以及 Tsay^[8] 的变齿厚斜齿轮的齿面生成理论,按照如图 1 所示的加工方式,当用齿条刀具的齿面 Σ_j ($j = P, F$ 且 $\beta_P = -\beta_F, \delta_P = \delta_F$) 包络变齿厚斜齿轮的齿面 Σ_i ($i = 1, 2, 1$ 代表小齿轮, 2 代表大齿轮) 时候,在与变齿厚斜齿轮 i 固定连的坐标系 s_i 中,齿面 Σ_i 上任意一点的位置矢量为

$$\mathbf{R}_i(u_i, l_i, \varphi'_i) = \begin{bmatrix} (x'_c + r_i) \cos \varphi'_i + (r_i \varphi'_i - y'_c) \sin \varphi'_i \\ (x'_c + r_i) \sin \varphi'_i - (r_i \varphi'_i - y'_c) \cos \varphi'_i \\ z'_c \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

单位法矢量为

$$\mathbf{n}_i(\varphi'_i) = \begin{bmatrix} n'_{cx} \cos \varphi'_i - n'_{cy} \sin \varphi'_i \\ n'_{cx} \sin \varphi'_i + n'_{cy} \cos \varphi'_i \\ n'_{cz} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

式中: x'_c, y'_c, z'_c 为齿条刀具的齿面 Σ_j 上任意一点的位置矢量在 x_c, y_c, z_c 轴的分量; $n'_{cx}, n'_{cy}, n'_{cz}$ 为齿条刀具的齿面 Σ_j 上任意一点的单位法矢量在 x_c, y_c, z_c 轴的分量; r_i 为齿轮 i 分度圆半径; φ'_i 为齿轮 i 转过的角度; u_i, l_i 为加工参数。

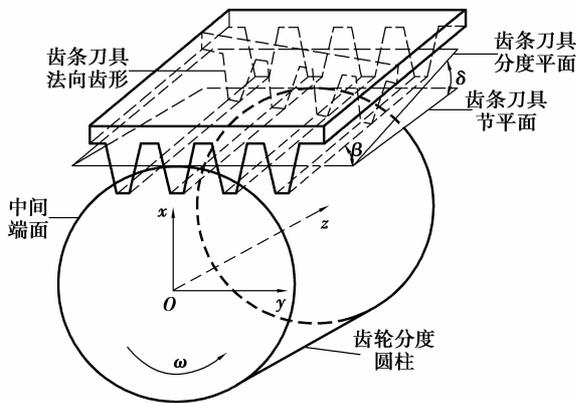


图 1 利用齿条刀具加工变齿厚斜齿轮示意图

2 平行轴变齿厚斜齿轮传动接触的数学模型

2.1 标准安装时接触数学模型

为了研究标准安装时平行轴变齿厚斜齿轮传动的齿面接触情况,建立如图 2 所示的啮合坐标系: s_0 ($o_0-x_0y_0z_0$) 为空间固定的坐标系, z_0 轴与小齿轮的轴线重合, s_1 ($o_1-x_1y_1z_1$) 为与小齿轮固连的动坐标系, s_2 ($o_2-x_2y_2z_2$) 为与大齿轮固连的动坐标系, φ_1

和 φ_2 则分别为小齿轮和大齿轮在啮合过程中转过的角度, A 为中心距。

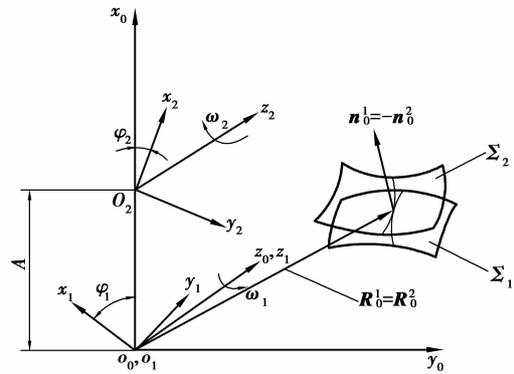


图 2 标准安装啮合坐标系

根据齿轮啮合原理的坐标变换理论^[12],小齿轮齿面上任意一点在在空间坐标系 s_0 中的位置矢量为

$$\mathbf{R}_0^1(u_1, l_1, \varphi_1) = \begin{bmatrix} x_1^1 \cos \varphi_1 + y_1^1 \sin \varphi_1 \\ -x_1^1 \sin \varphi_1 + y_1^1 \cos \varphi_1 \\ n_{1z}^1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

单位法矢量为

$$\mathbf{n}_0^1(u_1, l_1, \varphi_1) = \begin{bmatrix} n_{1x}^1 \cos \varphi_1 + n_{1y}^1 \sin \varphi_1 \\ -n_{1x}^1 \sin \varphi_1 + n_{1y}^1 \cos \varphi_1 \\ n_{1z}^1 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad (4)$$

同理,可以得到大齿轮齿面上任意一点在空间坐标系 s_0 中的位置矢量及单位法矢量分别为

$$\mathbf{R}_0^2(u_2, l_2, \varphi_2) = \begin{bmatrix} x_2^2 \cos \varphi_2 - y_2^2 \sin \varphi_2 + A \\ x_2^2 \sin \varphi_2 + y_2^2 \cos \varphi_2 \\ z_2^2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$\mathbf{n}_0^2(u_2, l_2, \varphi_2) = \begin{bmatrix} n_{2x}^2 \cos \varphi_2 - n_{2y}^2 \sin \varphi_2 \\ n_{2x}^2 \sin \varphi_2 + n_{2y}^2 \cos \varphi_2 \\ n_{2z}^2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

式中: x_1^1, y_1^1, z_1^1 为小齿轮齿面 Σ_1 上任意一点在坐标系 s_1 中位置矢量在 x_1, y_1, z_1 轴的分量; x_2^2, y_2^2, z_2^2 为大齿轮齿面 Σ_2 上任意一点在坐标系 s_2 中位置矢量在 x_2, y_2, z_2 轴的分量; $n_{1x}^1, n_{1y}^1, n_{1z}^1$ 为小齿轮齿面 Σ_1 上任意一点在坐标系 s_1 中单位法矢量在 x_1, y_1, z_1 轴的分量; $n_{2x}^2, n_{2y}^2, n_{2z}^2$ 为大齿轮齿面 Σ_2 上任意一点在坐标系 s_2 中单位法矢量在 x_2, y_2, z_2 轴的分量。

在齿轮啮合过程中,两齿面连续相切接触。由

此,在固定坐标系中,任一时刻两齿轮都有公共接触点,且公共接触点处都有公法线^[13-15],即有如下的称之为齿轮接触基本方程组的 2 个方程成立

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{R}_0^1(u_1, l_1, \varphi_1) &= \mathbf{R}_0^2(u_2, l_2, \varphi_2), \\ \mathbf{n}_0^1(u_1, l_1, \varphi_1) &= -\mathbf{n}_0^2(u_2, l_2, \varphi_2). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

上述 2 个方程为矢量方程,将其向坐标轴投影后可写成标量方程。其中,由于有 $|\mathbf{n}_0^1| = |\mathbf{n}_0^2|$,故由上面的 2 个方程可得到 5 个独立的标量方程,而未知数有 $u_1, l_1, \varphi_1, u_2, l_2$ 和 φ_2 共 6 个,若把 φ_1 设为已知,则平行轴变齿厚斜齿轮接触分析的方程组即为 5 个方程、5 个未知数的非线性方程组。

2.2 安装误差时接触数学模型

齿轮实际装配时,可能发生的装配误差有 2 种,分别为中心距安装误差和轴线安装误差,其中轴线安装误差又可分为水平轴线安装误差,垂直轴线安装误差。

为了研究存在安装误差时平行轴变齿厚斜齿轮传动的齿面接触情况,建立了如图 3 所示的啮合坐标系。其中,坐标系 $s_0(o_0-x_0y_0z_0)$ 和 $s_2(o_2-x_2y_2z_2)$ 分别为空间固定以及和大齿轮固连的坐标系。 $s_g(o_g-x_gy_gz_g)$ 、 $s_e(o_e-x_e y_e z_e)$ 、 $s_h(o_h-x_h y_h z_h)$ 、 $s_v(o_v-x_v y_v z_v)$ 为辅助坐标系。 $s_g(o_g-x_g y_g z_g)$ 为标准安装时,大齿轮的固定坐标系。坐标 ΔE 确定了原点 o_e 相对于原点 o_g 的位置, $\vec{o_g o_e} = \Delta E = (\Delta x_g, \Delta y_g, \Delta z_g)$ 。 $s_h(o_h-x_h y_h z_h)$ 模拟了大齿轮的水平轴线安装误差,相对坐标系 $s_e(o_e-x_e y_e z_e)$ 转过了 $\Delta\lambda_h$ 角度,坐标系 $s_v(o_v-x_v y_v z_v)$ 模拟了大齿轮的垂直轴线安装误差,相对坐标系 $s_h(o_h-x_h y_h z_h)$ 转过了 $\Delta\lambda_v$ 角度。

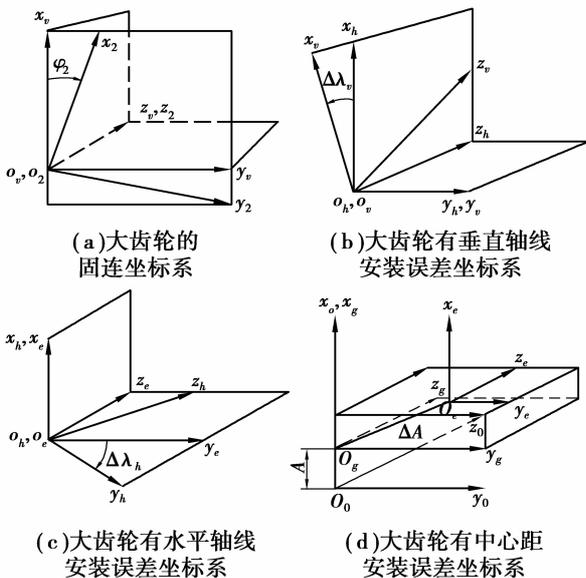


图 3 安装误差坐标系

根据齿轮啮合原理的坐标变换理论^[12],大齿轮齿面上任意一点空间固定坐标系 $s_0(o_0-x_0y_0z_0)$ 的位置矢量为

$$\mathbf{R}_0^2(u_2, L_2, \varphi_2) = \begin{bmatrix} x_2^2 \cos\varphi_2 \cos\Delta\lambda_v - y_2^2 \cos\Delta\lambda_v \sin\varphi_2 + z_2^2 \sin\Delta\lambda_v + \Delta x + A \\ x_2^2 (\cos\Delta\lambda_h \sin\varphi_2 - \sin\Delta\lambda_h \sin\Delta\lambda_v \cos\varphi_2) + y_2^2 (\cos\Delta\lambda_h \cos\varphi_2 + \sin\Delta\lambda_h \sin\Delta\lambda_v \sin\varphi_2) + z_2^2 \sin\Delta\lambda_h \cos\Delta\lambda_v + \Delta y \\ x_2^2 (-\sin\Delta\lambda_h \sin\varphi_2 - \cos\Delta\lambda_h \sin\Delta\lambda_v \cos\varphi_2) + y_2^2 (-\sin\Delta\lambda_h \cos\varphi_2 + \cos\Delta\lambda_h \sin\Delta\lambda_v \sin\varphi_2) + z_2^2 \cos\Delta\lambda_h \cos\Delta\lambda_v + \Delta z \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

单位法矢量为

$$\mathbf{n}_0^2(u_2, L_2, \varphi_2) = \begin{bmatrix} n_{2x}^2 \cos\varphi_2 \cos\Delta\lambda_v - n_{2y}^2 \cos\Delta\lambda_v \sin\varphi_2 + n_{2z}^2 \sin\Delta\lambda_v \\ n_{2x}^2 (\cos\Delta\lambda_h \sin\varphi_2 - \sin\Delta\lambda_h \cos\varphi_2) + n_{2y}^2 (\cos\Delta\lambda_h \cos\varphi_2 + \sin\Delta\lambda_h \sin\Delta\lambda_v \sin\varphi_2) + n_{2z}^2 \sin\Delta\lambda_h \cos\Delta\lambda_v \\ n_{2x}^2 (-\sin\Delta\lambda_h \sin\varphi_2 - \cos\Delta\lambda_h \sin\Delta\lambda_v \cos\varphi_2) + n_{2y}^2 (-\sin\Delta\lambda_h \cos\varphi_2 + \cos\Delta\lambda_h \sin\Delta\lambda_v \sin\varphi_2) + n_{2z}^2 \cos\Delta\lambda_h \cos\Delta\lambda_v \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

图 4(a)表示理想齿轮传动的两齿面沿着一条线 L_1-L_2 接触。现假定两齿轮有安装误差,并且齿轮的两轴线相交或相错。这样,小齿轮齿面的边缘 Σ_1 将于大齿轮的齿面 Σ_2 在点 M 接触^[16],如图 4(b)所示。

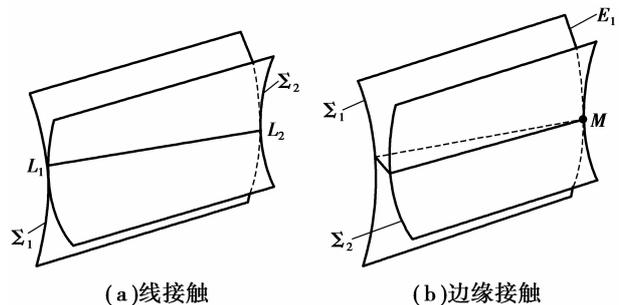


图 4 线接触、边缘接触示意图

齿轮对由线接触变成了边缘接触。上述的齿轮接触非线性方程组已经不能成立,须用下面的方程组

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{R}_0^1(u_1(l_1), l_1, \varphi_1) &= \mathbf{R}_0^2(u_2, l_2, \varphi_2), \\ t(u_1(l_1), l_1, \varphi_1) \cdot \mathbf{n}_0^2(u_2, l_2, \varphi_2) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中: $\mathbf{R}_0^1(u_1(L_1), L_1, \varphi_1)$ 为变齿厚小齿轮的齿面边缘; $t = \frac{\partial \mathbf{R}_0^1}{\partial L_1}$ 为边缘的切线。

若把 φ_1 设为已知, 则方程组是 1 个含有 4 个未知数 l_1, φ_1, u_2, l_2 和 φ_2 的非线性方程组。

3 平行轴变齿厚斜齿轮传动接触分析

3.1 变齿厚斜齿轮的齿面生成

由上述推导的变齿厚斜齿轮相关公式, 根据表 1 中给定的参数, 运用 Matlab 编程可以获得变齿厚斜小、大齿轮齿面上点的三维坐标数据, 并生成其精确的齿面。

表 1 变齿厚小、大齿轮的参数

齿数 z_1	齿数 z_2	压力角 $\alpha_n / (^\circ)$	模数 m_n / mm	齿顶倾角 $\delta / (^\circ)$
20	20	20	3	6
螺旋角 $\beta_1 / (^\circ)$	螺旋角 $\beta_2 / (^\circ)$	齿宽 b_1 / mm	齿宽 b_2 / mm	中心距 A / mm
9(右旋)	-9(左旋)	15	15	109

3.2 标准安装的齿轮接触分析实例

齿轮接触分析可以用于模拟两齿轮的接触情形, 找出两齿轮在啮合的过程中接触点在两齿面上的位置, 并可以决定相对应的角位移。若是在两齿轮放置位置出现误差时, 仍可以用齿轮接触分析对接触点的位置及对应的角位移进行求解。文中利用前面建立的数学模型, 结合表 1 给定的参数, 根据图 5 的程序框图, 利用 Matlab 编程, 对其接触的非线

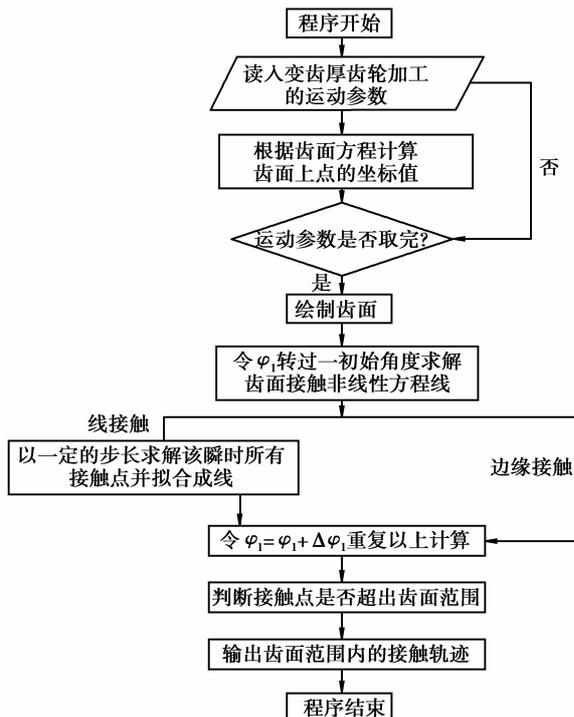


图 5 齿面接触分析框图

性方程组进行求解, 可以得到不同安装状态下的接触轨迹及传动误差。

3.2.1 标准安装

图 6 为标准安装状态下, 当 φ_1 分别转过 $-9^\circ, -6^\circ, -3^\circ, 0^\circ, 3^\circ, 6^\circ, 9^\circ$ 时, 小齿轮的齿面接触线。

将接触分析的计算结果的 φ_2 值及 φ_1 分别转过的角度代入下式(11)中

$$TE = (\varphi_2 - \varphi_{20}) - \frac{z_1}{z_2}(\varphi_1 - \varphi_{10}), \quad (11)$$

式中: TE 为大齿轮的传动误差数值; φ_1, φ_2 为小齿轮、大齿轮分别转过的角度; z_1, z_2 为小齿轮、大齿轮的齿数; $\varphi_{10}, \varphi_{20}$ 为小齿轮、大齿轮的初始转过角度。

可得标准安装时, 平行轴变齿厚斜齿轮传动的传动误差为 0。

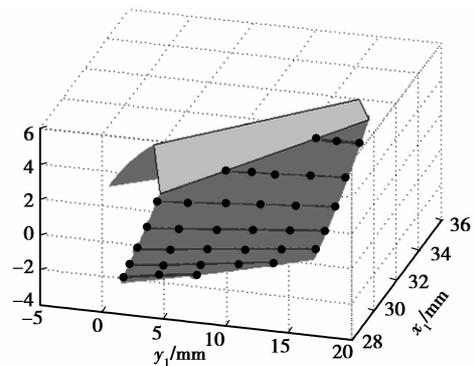


图 6 标准安装不同瞬时的接触线

3.2.2 中心距安装误差

为了研究该齿轮传动在存在中心距安装误差时的接触情况, 假设中心距从 A 变化为 $A + \Delta A$, 且 $\Delta x_g = \Delta y_g = \Delta z_g = 0.5 \text{ mm}$, 因为大、小齿轮的两轴线仍然平行, 所以啮合状态和标准安装状态相同。

图 7 为存在中心距安装误差且 $\Delta x_g = \Delta y_g = \Delta z_g = 0.5 \text{ mm}$ 时, 当 φ_1 分别转过 $-9^\circ, -6^\circ, -3^\circ, 0^\circ, 3^\circ, 6^\circ, 9^\circ$ 的接触线。

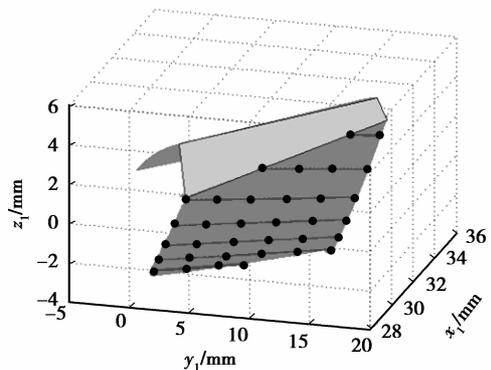


图 7 中心距安装误差下不同瞬时的接触线

有中心距安装误差时,将接触分析的计算结果 φ_2 值及 φ_1 分别转过的角度代入式(10),可得存在中心距装误差时,平行轴变齿厚斜齿轮传动的传动误差仍为 0。

3.2.3 轴线安装误差

为了研究该齿轮传动在存在轴线安装误差时的接触情况,假设中心距 A 不变,水平轴线安装误差和垂直轴线安装误差同时存在,且 $\Delta\lambda_h=0.5^\circ, \Delta\lambda_v=-0.5^\circ$ 。图 8 为 φ_1 分别转过 $-6^\circ, -3^\circ, 0^\circ, 3^\circ, 6^\circ, 9^\circ$ 时,该安装状态下的接触迹线。

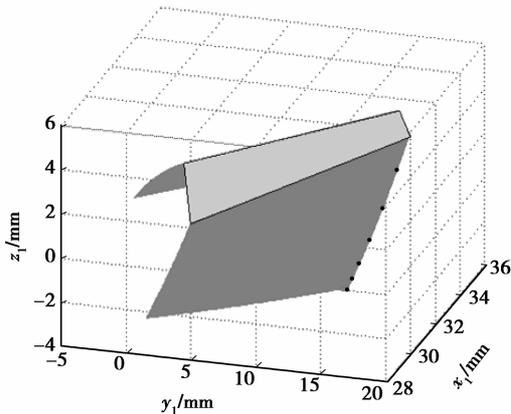


图 8 水平、垂直安装误差的接触轨迹

图 9 为该安装状态下的传动误差曲线,曲线表示了每个周期内(小齿轮转过 $\frac{360}{z_1}$ 度)的传动误差,横轴代表小齿轮转过的角度,纵轴代表传动误差值,单位为弧秒(rad/s)。

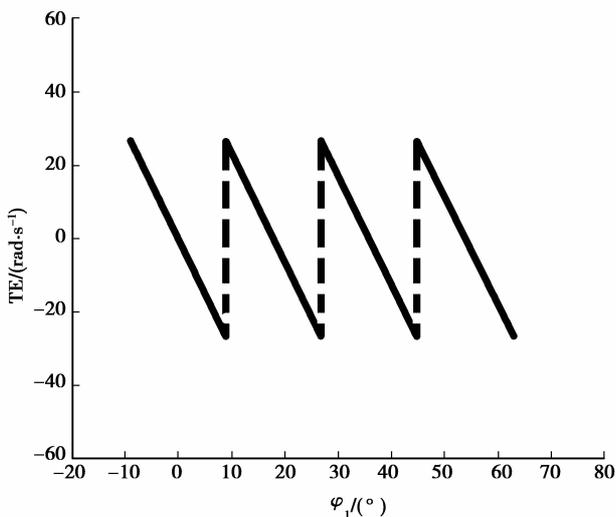


图 9 水平、垂直轴线安装误差的传动误差曲线

分别计算仅存在水平轴线安装误差且 $\Delta\lambda_h=0.5^\circ$ 及仅存在垂直轴线安装误差且 $\Delta\lambda_v=-0.5^\circ$ 时

的传动误差曲线,如图 10、图 11 所示。

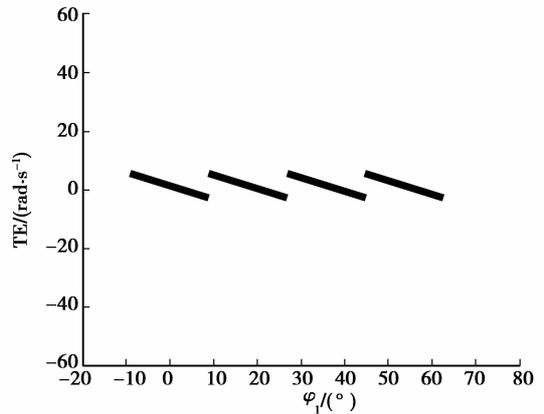


图 10 水平轴线安装误差的传动误差曲线

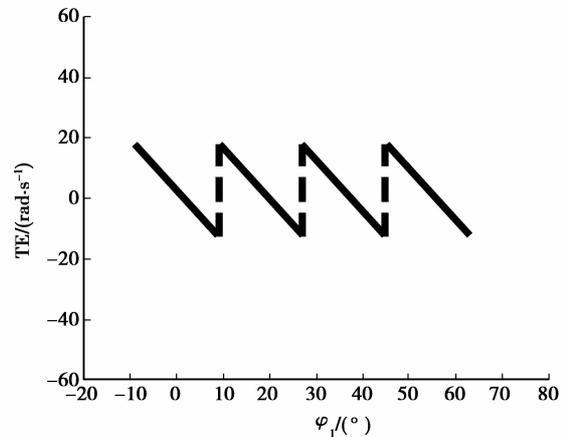


图 11 垂直轴线安装误差的传动误差曲线

3.2.4 综合安装误差

综合以上各种安装情形,即假设中心距安装误差、水平轴线安装误差和垂直轴线安装误差同时存在,且 $\Delta x_g=\Delta y_g=\Delta z_g=0.5\text{ mm}, \Delta\lambda_h=0.5^\circ, \Delta\lambda_v=-0.5^\circ$ 。图 12 为 φ_1 分别转过 $-6^\circ, -3^\circ, 0^\circ, 3^\circ, 6^\circ, 9^\circ$ 时,该安装状态下的接触迹线,图 13 为该安装状态下的传动误差曲线。

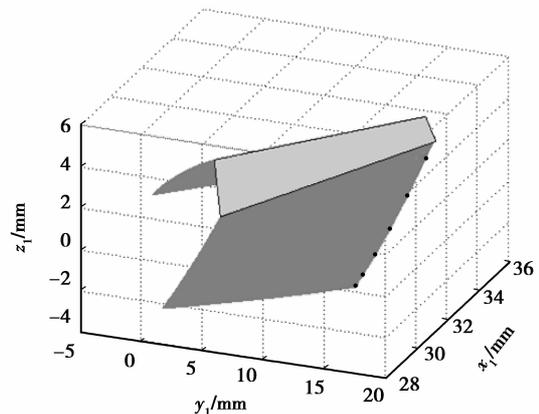


图 12 综合安装误差的接触轨迹

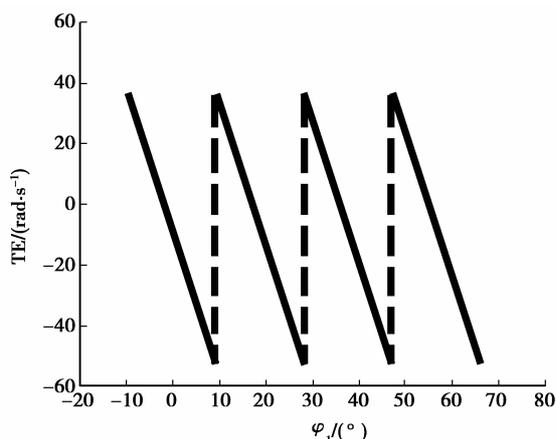


图 13 综合安装误差的传动误差曲线

通过对不同安装误差状态下的接触情况进行分析、对比可以得知:1)当存在中心距安装误差时,接触状态和标准安装状态时相同,几乎不引起传动误差,只是接触线的位置沿齿高方向移动,即平行轴变齿厚斜齿轮传动对中心距安装误差并不敏感。2)由于轴线安装误差的存在,齿面接触变成了边缘接触,并引起传动误差的明显改变,传动误差曲线的变化都是以其啮合周期为周期的,且在啮入、啮出时发生突变。3)垂直安装误差对传动误差的影响比水平轴线安装误差明显。

4 结 论

从齿轮啮合原理及加工的角度,针对平行轴变齿厚斜齿轮传动,分别推导出了变齿厚斜小、大齿轮的齿面方程,并且在同一固定坐标系中,建立了该齿轮传动轮齿接触分析的数学模型,其模型分别考虑了标准安装及安装误差时的轮齿接触分析。利用 Matlab 编程对该轮齿接触模型的非线性方程组进行了求解,综合分析了标准安装、中心距安装误差及轴线安装误差对轮齿接触的影响,获得了不同安装状态下的接触轨迹及传动误差,得到了平行轴变齿厚斜齿轮传动轮齿接触的变化规律。

参考文献:

- [1] 李瑰贤,吴俊飞,李华敏,等. 平行轴内啮合渐开线变齿厚斜齿轮的设计与计算[J]. 中国机械工程, 2000, 11(8):886-889.
LI Guixian, WU Junfei, LI Huamin, et al. The design and calculation of internal involute beveloid gears with parallel axes[J]. China Mechanical Engineering, 2000, 11(8):886-889.
- [2] Mitome, K. Conical involute gear: part 1. design and production system [J]. Bulletin of the JSME, 1983,

26(212):299-305.

- [3] Mitome, K. Conical involute gear: part 2. design and production system of involute pinion-type cutter [J]. Bulletin of the JSME, 1983, 26(212):306-312.
- [4] Mitome, K. Conical involute gear: part 3. tooth action of a pair of gears [J]. Bulletin of the JSME, 1985, 28(245):2757-2764.
- [5] Mitome, K. Design of miter conical involute gears based on tooth bearing [J]. JSME International, Part C, 1995, 38(2):307-311.
- [6] 石万凯,秦大同,徐戊娇,制造误差和载荷耦合条件下蜗杆传动的接触分析[J]. 重庆大学学报:自然科学版, 2003, 26(4):1-5.
SHI Wankai, QIN Datong, XU Wujiao. Contact analysis of worm gearing under the condition of the errors and the load [J]. Journal of Chongqing University: Natural Science Edition, 2003, 26(4):1-5.
- [7] 朱才朝,罗召霞,宁杰,等. 新型双曲柄内齿行星减速器的接触分析[J]. 重庆大学学报, 2009, 32(4):402-407.
ZHU Caichao, LUO Zhaoxia, NING Jie, et al. Contact analysis of a new-style planetary reducer with a double crank and internal gear board [J]. Journal of Chongqing University, 2009, 32(4):402-407.
- [8] Liu C C, Tsay C B. Contact characteristics of beveloid gears [J]. Mechanism and Machine Theory, 2002, 37(4):333-350.
- [9] Brauer J. Analytical geometry of straight conical involute gears [J]. Mechanism and Machine Theory, 2002, 37(1):127-141.
- [10] Tsai S J, Wu S H. Geometrical design of conical gear drives with profile-shifted transmission [C] // Proceedings of the Twelfth World Congress in Mechanism and Machine Science; IFTOMM 2007, June 17-21, 2007, Besancon, France. [S. l.]: DMG Lib, 2007:1-6.
- [11] Mitome K. Inclining work-arbor taper hobbing of conical gear using cylindrical hob [J]. Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design, 1986, 108(1):135-141.
- [12] 吴序堂. 齿轮啮合原理[M]. 2版. 西安:西安交通大学出版社, 2009.
- [13] Fan Q, Wilcox L. New developments in tooth contact analysis(TCA) and loaded TCA for spiral bevel and hypoid gear drives [J]. Gear Technology, 2007, 5:24-36.
- [14] 田行斌. 弧齿锥齿轮啮合质量的计算机仿真与控制 [D]. 西安:西北工业大学博士学位论文, 2000.
- [15] Janninck W L. Contact surface topology of worm gear teeth [J]. Gear Technology, 1988, 5(2):31-47.
- [16] Litvin F L. 齿轮几何学与应用理论[M]. 国楷, 叶凌云, 范琳, 译. 上海:上海科学技术出版社, 2008.