

文章编号: 1000-582X(2012)12-100-06

利用正交 Hilbert 谱模拟非平稳随机地震动

胡灿阳^{1,2}, 陈清军², 徐庆阳¹

(1. 南京审计学院 江苏省公共工程审计重点实验室, 南京 210029; 2. 同济大学 土木工程
防灾国家重点实验室, 上海 200092)

摘要: 基于样本记录正交 HHT 变换的 Hilbert 谱提出了非平稳随机地震动过程的模拟方法。利用正交 EMD 法对 IMF 分量进行处理, 克服了传统 EMD 分解存在能量泄漏的缺点, 使正交 HHT 法可以精确分析非平稳信号的时-频特性。在此基础上, 把样本的 Hilbert 谱均值作为地震动随机过程的目标 Hilbert 谱, 引入随机相位角来进行非平稳随机地震动过程的仿真, 并且给出了随机过程的统计特性函数。通过对 2 个地震动记录的模拟, 验证了模拟的地震动样本, 能完全反映原记录强度和频率的非平稳特性, 在时频分布上和原记录非常接近, 具有相同的统计特征, 并且模拟样本之间也具有良好的离散性。

关键词: 非平稳地震动; 正交 HHT; Hilbert 谱; 随机相位角; 模拟; 样本

中图分类号: P315.9

文献标志码: A

Simulation of nonstationary stochastic earthquake ground motion based on orthogonal Hilbert spectrum

HU Canyang^{1,2}, CHEN Qingjun², XU Qingyang¹

(1. Nanjin Audit University Jiangsu Key Laboratory of Public Project Audit, Nanjing 210029, Jiangsu, China; 2. State Key laboratory for Disaster Reduction in Civil Engineering, Tongji University, Shanghai, 200092, China)

Abstract: A new method is proposed for the simulation of nonstationary stochastic earthquake ground motion based on orthogonal Hilbert-Huang transform (OHHT) spectra of its sample observations. Orthogonal EMD method is introduced to treat with IMF. OHHT avoids leakage of energy compared with conventional HHT, and it can be used for analysis of nonstationary signal. The average of the Hilbert spectra over the samples is defined as the Hilbert spectrum of the earthquake motion process and used as the target in the simulation of the process. Random Phase is also introduced to simulate nonstationary earthquake. The statistic characteristics function of stochastic process is given in the paper. Simulations of two earthquake ground motion are carried out. The results show that the samples can accurately reflect amplitude and frequency nonstationary of records. Samples and record of same earthquake ground motion process have same statistic characteristics.

Key words: nonstationary earthquake ground motion; orthogonal Hilbert-Huang transform; Hilbert spectrum; random phase angles; simulation; sample

收稿日期: 2012-07-18

基金项目: 科技部国家重点实验室基础研究资助项目 (SLDRCE08-B-03); 江苏省自然科学基金面上项目 (BK2011693); 江苏省高校自然科学研究项目 (10KJB560003)

作者简介: 胡灿阳 (1974-), 男, 博士, 主要从事工程抗震与工程审计等研究, (E-mail) hcyang0607@yahoo. cn.

地震动作为一种非平稳信号,它的非平稳特性对结构或者土层的非线性响应具有影响^[1-3]。学术界和工程界都已经认识到,在人工生成结构抗震设计用的地震加速度时程中应包含频谱非平稳特征,否则可能低估结构的非线性地震反应,导致结构不能达到预定的抗震安全要求。因此,非平稳地震动的模拟就成为结构抗震分析中的首要问题。国内外的学者已经利用时频分析工具建立了一些非平稳地震动模型^[4-10]。在过去 20 年中,小波分析作为非平稳信号的一种有效分析方法吸引了无数科学家的注意,但是它的分析结果严重依赖小波基函数的选择,这就意味着,对于特殊的情况需要不断调整小波基函数。HHT 变换^[11]能够根据信号自身的特点提取固有模态函数,因此它特别适用于非平稳、非线性信号的分析与处理。文中利用正交化 HHT 变换^[12]的 Hilbert 谱作为目标谱,通过引入随机相位角来进行非平稳地震地面运动过程的模拟。

1 正交 HHT 变换的 Hilbert 谱

在实际应用中发现,Huang 给出的 EMD 分解得到的 IMF 分量之间不是完全正交的。由图 1 可见,利用传统的 HHT 变换进行非平稳地震地面运动谱密度估计时,会存在较为严重的能量泄漏,El Centro 波的能量泄漏高达 40%。为了保证分解中不存在能量泄漏,应保证 EMD 分解得到的各阶 IMF 分量之间具有严格意义上的正交性。通过对 EMD 分解得到的各阶 IMF 分量进行正交化处理^[12],即可得到完全正交的各阶 IMF 分量,其步骤如下:

1) 先将原信号进行 EMD 分解,得到 n 个 IMF 分量 $c'_1(t), c'_2(t) \cdots c'_n(t)$ 和残差 $r_n(t)$ 。把 EMD 分解得到时程信号 $X(t)$ 中除了残差的最后一阶 IMF 分量 $c'_n(t)$, 记作 $c_1(t)$; 即令 $c_1(t) = c'_n(t)$, 称为时程信号 $X(t)$ 的第 1 阶正交化 IMF 分量;

2) 从 $c'_{n-1}(t)$ 中消除所含的 $c_1(t)$ 分量, 即可得到时程信号 $X(t)$ 的第 2 阶正交化 IMF 分量 $c_2(t)$:

$$c_2(t) = c'_{n-1}(t) - \beta_{21}c_1(t), \quad (1)$$

式中, β_{21} 称为 $c'_{n-1}(t)$ 与 $c_1(t)$ 之间的正交化系数。可将式(1)的两边同乘 $c_1(t)$ 并对时间 t 进行积分, 并利用 $c_2(t)$ 与 $c_1(t)$ 的正交性, 得到

$$\int_0^{t_1} c_1(t)c_2(t)dt = \int_0^{t_1} c'_{n-1}(t)c_1(t)dt - \beta_{21} \int_0^{t_1} c_1^2(t)dt = 0, \quad (2)$$

式中, t_1 表示地震波持时。

$$\text{即} \quad \beta_{21} = \frac{\int_0^{t_1} c'_{n-1}(t)c_1(t)dt}{\int_0^{t_1} c_1^2(t)dt}, \quad (3)$$

将 β_{21} 表示成离散形式

$$\beta_{21} = \frac{\{c'_{n-1}\}\{c_1\}^T}{\{c_1\}\{c_1\}^T} = \frac{\sum_{i=1}^N c_{n-1,i}c_{1i}}{\sum_{i=1}^N c_{1i}^2}. \quad (4)$$

3) 同上方法, 从 EMD 分解得到时程信号 $X(t)$ 的第 $j+1$ 阶初始 IMF 分量中消除所有 $n-j$ 阶正交化 IMF 分量, 可得到时程信号 $X(t)$ 的第 $j+1$ 阶正交化 IMF 分量 $c_{j+1}(t)$ ($j=1, \dots, n-1$)。具体的正交化计算为

$$c_{j+1}(t) = c'_{n-j}(t) - \sum_{i=1}^j \beta_{j+1,i}c_i(t). \quad (5)$$

将式(5)的两边同乘 $c_k(t)$, ($k \leq j$), 并对时间 t 进行积分, 利用 $c_k(t)$ 与 $c_i(t)$ ($i \neq k$) 以及 $c_{j+1}(t)$ 间的正交性, 可得到 $\beta_{j+1,i}$ 。

$$\int_0^{t_1} c_{j+1}(t)c_k(t)dt = \int_0^{t_1} c'_{n-j}(t)c_k(t)dt - \sum_{i=1}^j \beta_{j+1,i} \int_0^{t_1} c_k(t)c_i(t)dt = 0, \quad (6)$$

当 $i=k$ 时即可得到

$$\beta_{j+1,i} = \frac{\int_0^{t_1} c'_{n-j}(t)c_i(t)dt}{\int_0^{t_1} c_i^2(t)dt}, \quad (7)$$

将 $\beta_{j+1,i}$ 表示成离散形式为

$$\beta_{j+1,i} = \frac{\{c'_{n-j}\}\{c_i\}^T}{\{c_i\}\{c_i\}^T} = \frac{\sum_{m=1}^N c'_{n-j,m}c_{i,m}}{\sum_{m=1}^N c_{i,m}^2}. \quad (8)$$

经过上述步骤以后, $X(t)$ 有如下分解形式:

$$X(t) = \sum_{j=1}^n c_j^*(t) + r_n(t) = \sum_{j=1}^n a_j^* c_j(t) + r_n(t), \quad (9)$$

式中, $a_j^* = \sum_{i=j}^n \beta_{i,j}$ ($j=1, 2, \dots, n$), $\beta_{i,j} = 1$ ($i=j$)。

显然, 分量 $c_j(t)$ ($j=1, 2, \dots, n$) 之间是完全正交的, 将各 $c_j(t)$ ($j=1, 2, \dots, n$) 分量作线性变换不会改变各分量之间的正交性, 因此, $c_j^*(t)$ ($j=1, 2, \dots, n$) 之间是完全正交的。这样, 信号 $X(t)$ 被分解成为 n 个正交的 IMF 分量 $c_j^*(t)$ ($j=1, 2, \dots, n$) 及余量 $r_n(t)$ 的和。得到正交化 IMF 分量的过程并没有改变原来的筛分过程(EMD), 只是通过对原始 IMF 分量进行数学上的重构。因此, 得到的 IMF 分

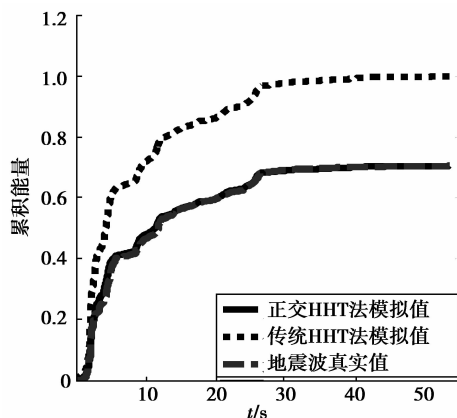
量既完全正交也没有改变原有 IMF 分量的特点。

对于正交 IMF 分量 $c_j^*(t)$ 做 Hilbert 变换可以得到解析信号为

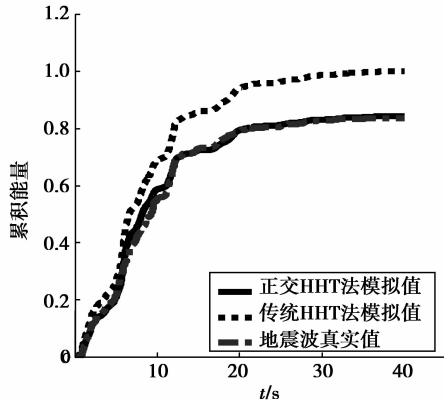
$$X(t) = \operatorname{Re} \sum_{j=1}^n a_j(t) e^{i\theta_j(t)} + r_n(t), \quad (10)$$

其中: $a_j(t)$ 和 $\theta_j(t)$ 分别为 j 阶信号的瞬时幅值和瞬时相位。

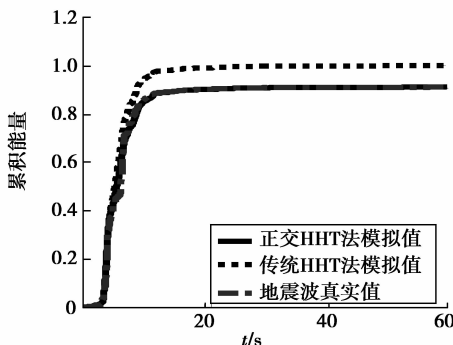
图 1 给出了 El Centro 地震地面记录、Holliste 地震地面记录和 Northridge 地震地面记录, 分别采



(a) El Centro 波累积能量归一化 Husid 图



(b) Holliste 波累积能量归一化 Husid 图



(c) Northridge 波累积能量归一化 Husid 图

图 1 OHHT 和 HHT 估计的地震波能量归一化 Husid 图

用正交化 HHT 法(OHHT)和 Huang 给出的 HHT 法所估计的地震波局部谱密度能量归一化 Husid 图^[13]。

2 非平稳地震动过程的模拟

现实中无法记录到大量具有相同统计特征的实际地震波, 因此需要进行地震波的模拟, 以便进行结构响应的时程分析。在进行地震动的模拟中, 可以把已知地震记录正交 HHT 变换后的 Hilbert 谱作为目标谱来进行非平稳地震动过程的模拟。

基于正交 HHT 方法的 Hilbert 谱能够精确描述样本幅值和频率成分随时间的变化, 不同样本的 Hilbert 谱是不同的。因此, 地震动随机过程的 Hilbert 谱可以认为是所有样本 Hilbert 谱的期望值:

$$H_m(\omega, t) = E[H(\omega, t)]. \quad (11)$$

通过上式, 可以得到随机过程幅值和频率随时间的变化特性。对于地震这样的随机过程往往只能记录到一个或者几个样本, 这些样本 Hilbert 谱的整体平均值即可认为是随机过程的 Hilbert 谱。

从方程(10)可以看出, 随机过程可以通过引入一个随机变量来表示:

$$X(t) = \operatorname{Re} \sum_{j=1}^n a_j(t) e^{i[\theta_j(t) + \varphi_j]} + r_n(t), \quad (12)$$

其中, φ_j 是独立的相位角, 它服从于 $[0, 2\pi]$ 均匀分布, 这样 $X(t)$ 就成为一个随机过程。这个随机过程的均值、协方差和方差分别是

$$\mu_X(t) = \operatorname{Re} \sum_{j=1}^n a_j(t) e^{i\theta_j(t)} E(e^{i\varphi_j}) + r_n(t) = r_n(t). \quad (13)$$

$$K_{XX}(t_1, t_2) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n a_j(t_1) a_j(t_2) \cos[\theta_j(t_1) - \theta_j(t_2)]. \quad (14)$$

$$\sigma_x^2(t) = E\{[X(t) - \mu_x(t)]^2\} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n a_j^2(t). \quad (15)$$

根据中心极限定理, 当 n 足够大时, $X(t)$ 趋于高斯分布。式(12)是通过 Hilbert 变换后生成的随机过程, 它的 m 个样本函数组成样本空间 $[X_1(t), X_2(t), \dots, X_m(t)]$ 。其中第 k 个样本为

$$X_k(t) = \operatorname{Re} \sum_{j=1}^n a_{jk}(t) e^{i[\theta_{jk}(t) + \varphi_{jk}]} + r_{nk}(t). \quad (16)$$

它的均值、协方差和方差可以由式(13)~式(15)求得。可见, Hilbert 谱可以方便的表示任一样本的幅值函数和瞬时频率。第 p 个和第 q 个样本

的互协方差函数为

$$K_{x_p x_q}(t_1, t_2) = E\{[X_p(t_1) - r_{np}(t_1)] \cdot [X_q(t_2) - r_{nq}(t_1)]\} = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n a_{jp}(t_1) a_{kq}(t_2) E\{\cos[\theta_{jp}(t_1) + \varphi_{jp}] \times \cos[\theta_{kq}(t_2) + \varphi_{kq}]\}, \quad (17)$$

引入随机相位偏移关系,上式也可以表示为

$$K_{X_p X_q}(t_1, t_2) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n a_{jp}(t_1) a_{jq}(t_2) \cdot \cos[\theta_{jp}(t_1) - \theta_{jq}(t_2) + \psi_{jp} - \psi_{jq}]. \quad (18)$$

其中 2 个样本同阶 IMF 分量的相位偏移关系为

$$\varphi_{j1} - \varphi_{jq} = \psi_{jq}, \quad (j = 1, 2, \dots, n, q = 2, 3, \dots, m). \quad (19)$$

这样就得到了模拟非平稳地震动过程的统计特征函数。

3 模拟验证

由式(12)可以看出,通过 Hilbert 谱分析模型可以很方便地进行非平稳过程的仿真,在式(12)中,改变随机相位角可以得到地震动随机过程的样本函数。模拟地震动随机过程的 Hilbert 谱均值和目标 Hilbert 谱是一致的,样本平均也和目标值相一致,因此,符合模拟标准。

通过对 El Centro 地震记录和 Landers 地震记录进行模拟来验证上述方法的正确性。图 2 和图 3 分别给出了 2 个地震记录和各自相应的 3 个样本时程,可以看出模拟样本能够很好地反映原记录的强度非平稳特征。

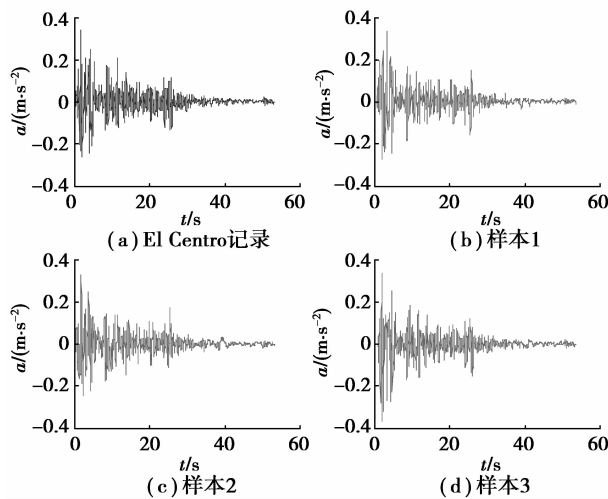


图 2 El Centro 记录和模拟样本

模拟样本的傅立叶谱分别由图 4 和图 5 给出,由图可见 2 个地震记录的模拟样本均能很好的反映

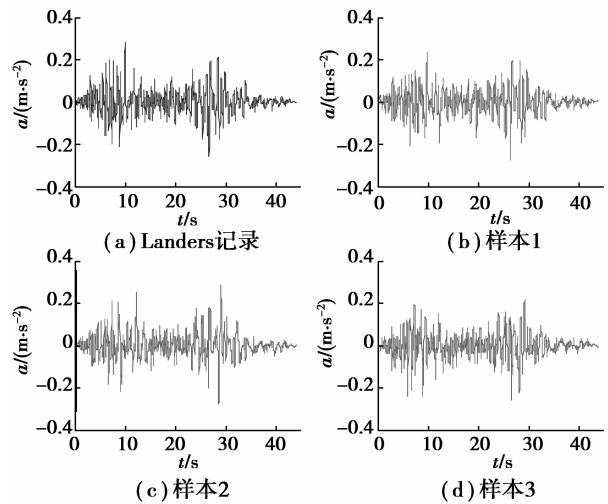


图 3 Landers 记录和模拟样本

原记录的频谱特征。

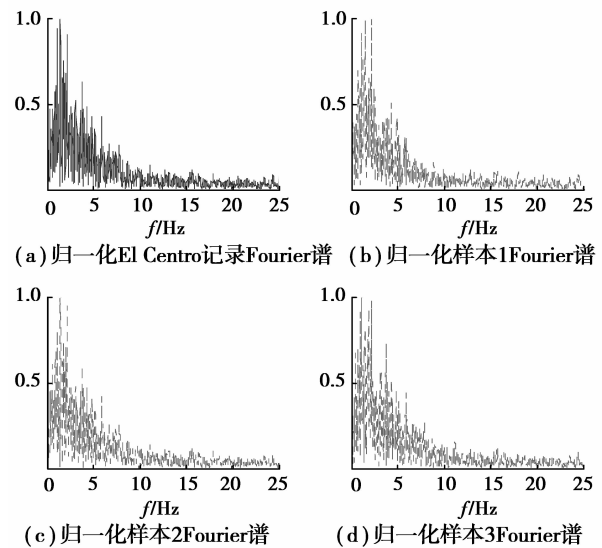


图 4 El Centro 记录和模拟样本的傅立叶谱

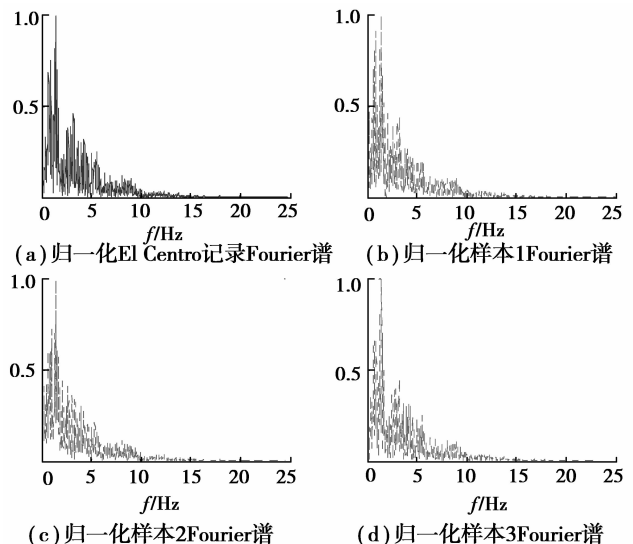


图 5 Landers 记录和模拟样本的傅立叶谱

为了更直观地同时反映样本的时-频特性,图 6 和图 7 分别给出了 2 个记录及其相应 3 个样本的局部能量时-频分布图,可以看出样本都能够很好地描述原记录的时-频非平稳特性。

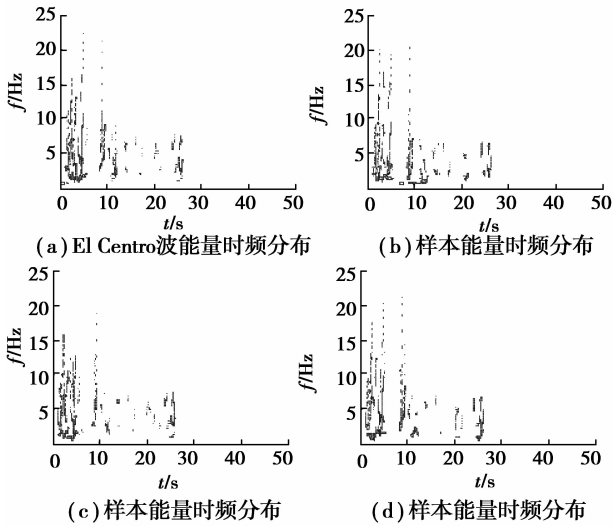


图 6 El Centro 记录和模拟样本能量时-频分布

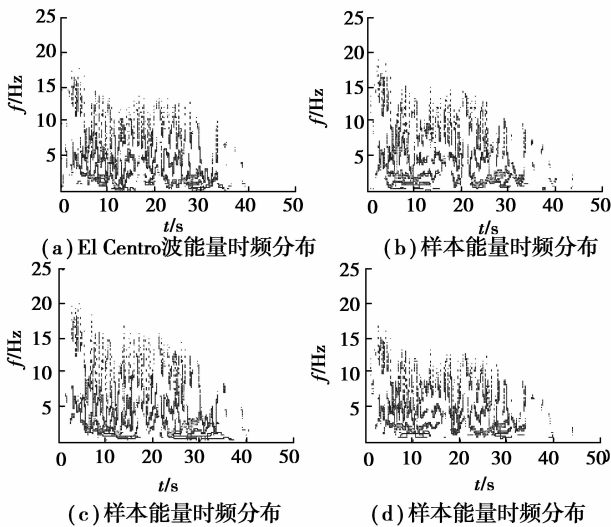


图 7 Landers 记录和模拟样本能量时-频分布

图 8 和图 9 给出了 El Centro 波和 Landers 波以及相应 4 个样本的反应谱曲线,样本反应谱曲线的大小和变化趋势均和原地震记录相符合的很好,再次验证了模拟样本的正确和有效性。

通过文中方法产生的模拟样本可以和原地震记录做为同一随机过程的样本,随机过程的均值、协方差和方差分别由公式(13)~(15)给出,随机过程的 Hilbert 谱函数为式(11)。

图 10 和图 11 给出了 2 个地震记录样本和相应 3 个模拟样本的自相关系数,反映了样本的自相关

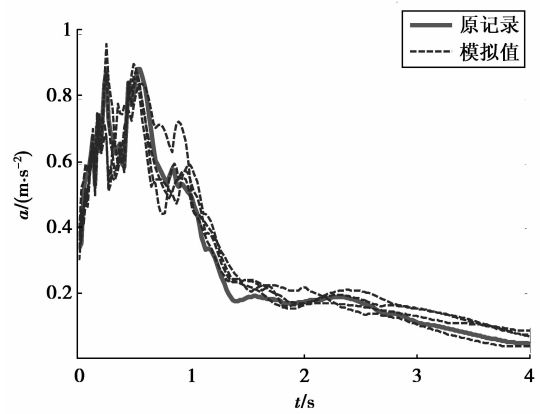


图 8 El Centro 记录和模拟样本的加速度反应谱

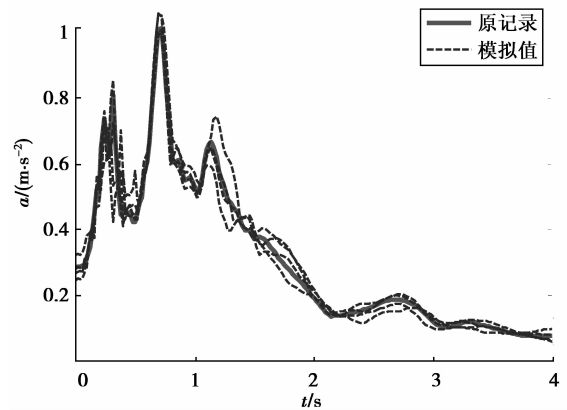


图 9 Landers 记录和模拟样本的加速度反应谱

性和原记录自相关性符合的很好。

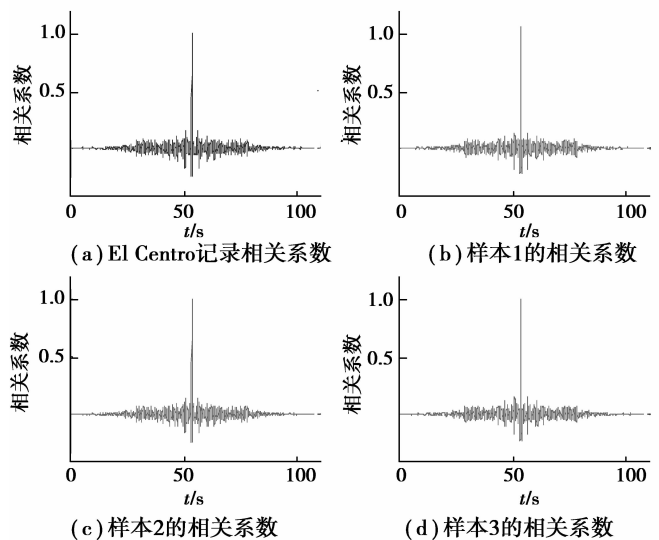


图 10 El Centro 记录和模拟样本的相关系数

图 12 分别是用文中方法产生 2 个地震波 10 000 个样本的标准差曲线。El Centro 波有 1 组

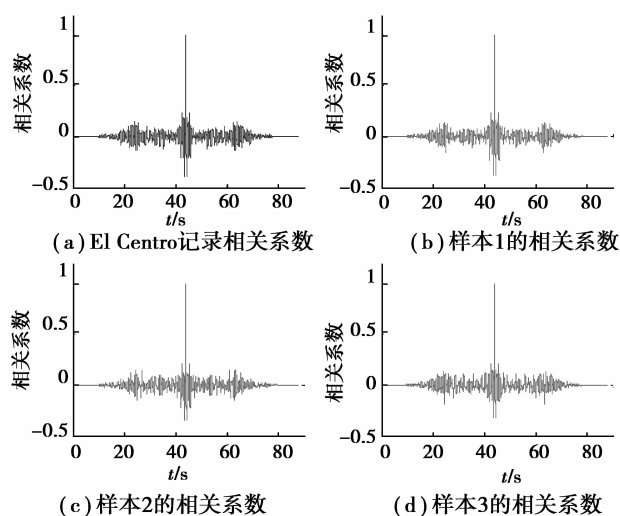


图 11 Landers 记录和模拟样本的相关系数

主要峰值,利用文中方法产生的 3 个样本最大峰值分别为相应标准差的 1.874 6,1.865 4,1.929 4 倍;Landers 波有 2 组主要峰值,3 个样本的第 1 组最大峰值分别为相应标准差的 2.215 8,2.387 7,2.265 2 倍,3 个样本的第 2 组最大峰值分别为相应标准差的 2.516 4,2.292 6,1.837 6 倍。从样本过程峰值大小的离散程度来看,模拟产生地震波强度大小还是很理想的。

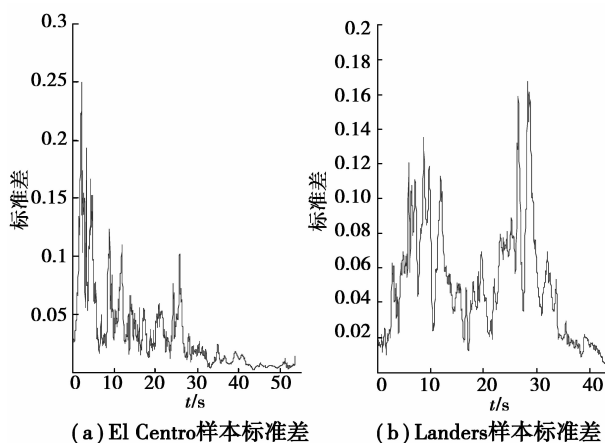


图 12 10 000 个样本的标准差

4 结 论

地震动模拟的困难在于难以同时反映实际地震地面运动的时-频非平稳性。文中首先运用正交 HHT 变换来克服传统 HHT 变换具有的能量泄漏现象,这样可以得到原地震记录的真实 Hilbert 谱,在此基础上通过引入随机相位角来产生模拟地震动

样本,进而产生地震动随机过程。地震动样本和原地震记录均属于同一非平稳随机过程,文中也给出了基于 Hilbert 谱的随机过程均值、方差和协方差函数。提取了非平稳随机地震动自身的物理特性,在没有改变它的基础上进行了非平稳地震随机过程的模拟。既不需要假定一个函数作为目标谱,也不用进行分段平稳假设。通过对于 El Centro 记录和 Landers 记录进行模拟,验证了文中方法进行非平稳随机地震动过程模拟时,在强度、频率、反应谱和统计特征等方面都具有很高的精度。

参考文献:

- [1] 王君杰,周晶. 地震动频谱非平稳性对结构非线性反应的影响[J]. 地震工程与工程振动, 1997,17(2):16-20.
WANG Junjie, ZHOU Jing. Effects of frequency nonstationarity of seismic ground motion on inelastic response of structures[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 1997,17(2):16-20.
- [2] 吴再光,林皋,韩国城. 水平成层地基非平稳随机地震反应分析[J]. 土木工程学报, 1992,25(3):60-67.
WU Zaiguang, LIN Gao, HAN Guocheng. Nonstationary stochastic seismic response analysis of horizontal layered foundations [J]. China Civil Engineering Journal, 1992,25(3):60-67
- [3] Spanosa P D, Giaralish A, Politis N P. Time-frequency representation of earthquake accelerograms and inelastic structural response records using the adaptive chirplet decomposition and empirical mode decomposition[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2007, 27(6):675-689.
- [4] Peng Yongbo, Li Jie. Investigation on starting-time of phase evolution and simulation of earthquake ground motions[J]. Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2011,31(4):158-166.
- [5] 曹晖,赖明,白绍良. 基于小波变换的地震地面运动仿真研究[J]. 土木工程学报, 2002,35(4):40-46.
CAO Hui, LAI Ming, BAI Shaoliang. Study on the simulation of earthquake ground motions based on wavelet transform[J]. China Civil Engineering Journal, 2002,35(4):40-46.
- [6] 梁建文. 非平稳地震动过程模拟方法(I)[J]. 地震学报, 2005,27(2):213-224.
LIANG Jianwen. Simulation of non-stationary ground motion processes(I) [J]. Acta Seismologica Sinica, 2005, 27(2):213-224.

(下转第 138 页)

- face images under pose and illumination variations[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, part B: cybernetics, 2007,37(4): 847-862.
- [5] Kachenoura A, Albera L, Senhadji L, et al. Ica: a potential tool for bci systems [J]. IEEE on Signal Processing Magazine, 2008, 25(1): 57-68.
- [6] Bruneli R, Poggio T. Face recognition: feature versus templates[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1993, 15(10): 1042-1052.
- [7] Li S Z, Hou X W, Zhang H J, et al. Learning spatially localized, parts-based representation[C]// Proceedings of the 2001 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, December 8-14, 2001, Kauai, HI, USA. Piscataway: IEEE, 2001,1:207-212.
- [8] Heisele B, Ho P, Poggio T. Face recognition with support vector machines: global versus component-based approach[C]// Proceedings of the Eighth IEEE International Conference on Computer Vision, July 9-12, 2001, Vancouver, Canada. Piscataway: IEEE, 2001,2:688-694.
- [9] Ivanov Y, Heisele B, Serre T. Using component features for face recognition[C]// Proceedings of the 6th IEEE International Conference on Automatic Face and Gesture Recognition, May 17-19, 2004, Seoul, Korea. Piscataway: IEEE, 2004:421 - 426.
- [10] Zhang T P, Fang B, Tang Y Y, et al. Topology preserving non-negative matrix factorization for face recognition [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2008, 17(4): 574-584.
- [11] <http://www.umedm.com/Article/2008/20080109231904-1294.html> [Z]
- [12] Martinez A M, Benavente R. The AR face database [EB/OL]. [2010-05-30]. <http://www2.ece.ohio-state.edu/~aleix/ARdatabase.html>.
- [13] Schapire R E. The strength of weak learnability[J]. Machine Learning, 1990, 5(2):197-227.
- [14] Friedman J, Hastie T, Tibshirani R. Additive logistic regression: a statistical view of boosting: with discussion and a rejoinder by the authors[J]. Annals of Statistics, 2000,28(2):337-407.
- [15] Zhu J, Zou H, Rosset S, et al. Multi-class sda boost[J]. Statistics and Its Interface, 2009,2:349-360.

(编辑 侯 湘)

~~~~~

(上接第 105 页)

- [7] 樊剑,袁涌,曾志和. 基于谐小波变换的地震波非平稳随机模型建立[J]. 华中科技大学学报:自然科学版, 2010,38(4):118-120.  
FAN Jian, YUAN Yong, ZENG Zhihe. Establishment of nonstationary stochastic model of earthquake record using harmonic wavelet transforms [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology: Natural Science Edition; 2010,38(4):118-120.
- [8] He J. An efficient numerical method for estimating reliabilities of linear structures under fully nonstationary earthquake [J]. Structural Safety, 2010, 32 (3): 200-208.
- [9] Cacciola P. A stochastic approach for generating spectrum compatible fully nonstationary earthquakes[J]. Computer & Structures, 2010,88(15/16):889-901.
- [10] Abbas A M, Manohar C S. Reliability-based vector nonstationary random critical earthquake excitations for parametrically excited systems [J]. Structural Safety, 2007,29(1):32-48.
- [11] Takewaki I. Critical envelope functions for non-stationary random earthquake input[J]. Computer & Structures, 2004,82(20/21):1671-1683.
- [12] Huang N E, Shen Z, Long S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis[J]. The Royal Society, 1998, 454:903-995.
- [13] 楼梦麟,黄天立. 正交化经验模式分解方法[J]. 同济大学学报:自然科学版, 2007,35(3):293-298.  
LOU Menglin, HUANG Tianli. Orthogonal empirical mode decomposition[J]. Journal of Tongji University: Natural Science Edition,2007,35(3):293-298.
- [14] Husid R L. Analisis de terremotos: analisis general[J]. Revista del IDIEM, 1969, 8(1): 21-42.

(编辑 陈移峰)