

文章编号: 1000-582X(2012)12-155-08

## 短时同频等长信号频率估计的加权融合算法

肖 玮, 涂亚庆, 刘良兵, 张海涛  
(后勤工程学院 后勤信息工程系, 重庆 401311)

**摘 要:** 针对低信噪比条件下短时正弦信号的高精度频率估计问题, 提出一种同频等长信号加权融合算法。首先, 建立同频等长信号频谱模型, 构造具有相位连续化特性和噪声对消特性的相位补偿矩阵; 然后, 利用相位补偿矩阵对同频等长信号频谱进行加权融合, 使之基本达到与其总长度相等的相位连续信号频谱的分析效果; 最后, 谱峰搜索加权融合后的频谱, 获得高精度的频率估计值。算法分析与仿真实验表明, 与现有方法相比, 本算法精度较高, 计算量较小, 抗噪性较强, 普适性好, 适用于任意类型的同频等长信号。

**关键词:** 频率估计; 加权融合; 短时同频等长信号; 低信噪比; 噪声对消  
**中图分类号:** TN957.51 **文献标志码:** A

## Weighted fusion algorithm for frequency estimation of the short signal with the same frequency and length

XIAO Wei, TU Yaqing, LUI Liangbing, ZHANG Haitao

(Department of Information Engineering, Logistical Engineering University, Chongqing 401311, China)

**Abstract:** For high precise frequency estimation of the short sinusoid signal at low signal-to-noise ratio (SNR), a weighted fusion algorithm for frequency estimation of the short signal with the same frequency and length (SFL-Signal) is proposed. The spectrum model of SFL-Signal and the phase compensation matrix with phase coherent and noise cancellation are constructed. Secondly, the SFL-signal spectrum is weight-fused with the phase compensation matrix to obtain the result almost the same as that of the spectrum of the phase-coherent sinusoid signal. Consequently, high frequency estimation precision is obtained with spectral peak searching of the weight-fusion spectrum. Algorithm analysis and simulation results show that, compared with the existing methods, the proposed algorithm works better in term of precision, calculation complexity, noise immunity, and fits for any type of SFL-Signal.

**Key words:** frequency estimation; weighted fusion; the short signal with the same frequency and length (short SFL-Signal); low signal-to-noise ratio; noise cancellation

近年来对低信噪比条件下短时正弦信号频率估计的研究在电子对抗<sup>[1]</sup>、电力系统<sup>[2]</sup>、医学<sup>[3]</sup>、生物学<sup>[4]</sup>、天体物理学<sup>[5]</sup>、工业测量<sup>[6]</sup>和雷达<sup>[7]</sup>等领域具

有重要地位, 逐步成为国内外研究的热点和难点问题。短时正弦信号持续时间短, 导致频谱泄漏严重、主瓣较宽、抗噪性差<sup>[8]</sup>。现有估计方法主要分三类:

收稿日期: 2012-06-12

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61271449, 61201450, 60871098); 重庆市自然科学基金资助项目(CSCT2012JJA1047, CSCT2012JJA0877, CSCT2011BA2015)

作者简介: 肖玮(1982-), 女, 后勤工程学院博士, 主要从事信号处理与嵌入式方向研究, (Tel)132202585921; (E-mail)yqtqcq@sina.com。

1) 硬件改造法<sup>[9]</sup>。该方法实时性好,但精度有限,且与硬件成本相关<sup>[10]</sup>。2) 直接频谱分析法。该方法利用常规频谱分析方法辅以数学手段对单段信号进行频谱分析<sup>[1-7,11-12]</sup>。从信息论角度来看,由于单段信号持续时间短,包含的信息量有限,因此即使采用频谱校正等方法也难以克服信息量不足、频谱泄漏严重对估计精度的影响。3) 信息融合法。该方法主要利用多段信号间的内在联系,如频率相等、相位关联等对多段信号进行信息融合,使其近似达到成倍延长被测信号持续时间的效果<sup>[13-14]</sup>,从而弥补单段信号包含信息量不足的缺陷,从源头上为提高频率估计精度提供良好的条件<sup>[15]</sup>,具有良好的发展前景。由于起步较晚,也存在一些问题:部分算法计算量大,实时性差,如直接相位积累法<sup>[16]</sup>,多段同频等长信号融合算法<sup>[17]</sup>(简称其为“原融合算法”)等,虽然已有快速算法<sup>[18]</sup>,但却是以牺牲精度为代价;部分算法普适性差,需要添加一些在工程中较难满足的条件,如基于 Yule-Walker 方程法<sup>[19]</sup>,要求各段信号满足特定迭代关系;如频谱积累法<sup>[20]</sup>,要求各段信号的相位连续;如直接相位积累法<sup>[16]</sup>,要求

各段信号间的空闲间隔时间已知;部分算法抗噪性差,精度较低,如旋转相位积累法<sup>[16]</sup>。

针对信息融合法存在的诸多问题,对短时同频等长信号提出一种精度较高、算量较小、抗普适性较好的新型加权融合算法。重点给出相位补偿矩阵的构造原理及其相位连续化特性和噪声对消特性的原理证明,谱峰搜索获取频率估计值的原理证明。并在仿真实验中设置多种应用环境参数与原融合算法<sup>[17]</sup>和 Chirp-Z 法进行定量对比分析。

## 1 算法原理

算法的基本思想如图 1 所示:首先,建立短时同频等长信号频谱模型;其次,构造具有相位连续化特性和噪声对消特性的相位补偿矩阵;再次,利用相位补偿矩阵对同频等长信号频谱进行加权融合,有效解决因信号持续时间短、相位不连续导致的频谱问题,使之基本达到与其总长度相等的相位连续信号的频谱分析效果;最后,谱峰搜索加权融合后的频谱,获得高精度的频率估计值。

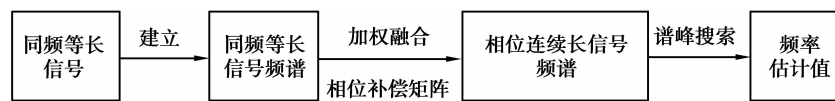


图 1 算法基本思想

### 1.1 信号模型

由于实信号的频谱为共轭对称,剔除负频率部分不会造成任何信息损失,也不会带来虚假信息<sup>[8]</sup>,故在讨论中,只考虑频谱的正频率部分。

根据文献[17]中的定义,多段同频等长信号  $x$  中第  $m$  段信号  $x_m$  表示为

$$x_m(n_m) = \cos[\theta(m) + 2\pi f_0 n_m / f_s], \quad (1)$$

式中,  $m \in [1, M]$ ,  $n_m \in [1, N_0]$ ,  $N_0$ 、 $f_0$ 、 $f_s$  和  $\theta(m)$  分别表示  $x_m$  的采样点数、频率、采样频率和初相,  $M$  表示  $x$  中包含信号的段数,则  $x$  的采样点数  $N = MN_0$ 。

工程应用中易知  $f_0$  的大致取值范围  $ff = [f_{\min}, f_{\max}]$ 。将  $ff$  线性等分,分别构成一个长度为  $A$  的序列  $f_A$  和一个长度为  $B$  的序列  $f_B$ ;其中,  $f_A(a)$  表示  $f_A$  中第  $a$  个元素,  $a \in [1, A]$ ;  $f_B(b)$  表示  $f_B$  中第  $b$  个元素,  $b \in [1, B]$ 。  $f_A(a_b)$  表示在序列  $f_A$  中与  $f_B(b)$  最接近的元素,即  $f_A(a_b) \approx f_B(b)$ 。计算  $x_m$  在频率点  $f_A(a)$  的 DTFT (discrete time fourier transform),记其正频率部分为  $X_m[f_A(a)]$ ,

$$\begin{aligned} X_m[f_A(a)] &= 0.5 \sum_{n_m=1}^{N_0} e^{j[\theta(m)+2\pi n_m f_0 / f_s]} e^{-j2\pi n_m f_A(a) / f_s} = \\ &= 0.5 \sum_{n_m=1}^{N_0} e^{j\{\theta(m)+2\pi n_m [f_0 - f_A(a)] / f_s\}} = \\ &= \frac{\sin[N_0 g_0(a)]}{2 \sin g_0(a)} e^{j\theta(m)}, \end{aligned} \quad (2)$$

其中  $g_0(a) = \pi[f_0 - f_A(a)] / f_s$ 。

不失一般性,考虑噪声和干扰  $w(n)$  对  $x_m$  的影响,令  $\theta_z(m, a)$  表示被噪声污染后  $X_m[f_A(a)]$  的相位特性,由式(3)计算

$$\theta_z(m, a) = \text{angle}\{X_m[f_A(a)] + W[f_A(a)]\}, \quad (3)$$

其中,  $\text{angle}(t)$  表示计算复数  $t$  相位的函数,  $W[f_A(a)]$  表示噪声和干扰  $w(n)$  在频率点  $f_A(a)$  的 DTFT 的正频率部分,  $f_A(a_0)$  表示  $f_0$  的估计值,即  $f_A(a_0) \approx f_0$ ,因此有  $\theta_z(m, a_0) \approx \theta(m)$ ,故在考虑噪声和干扰情况下用  $\theta_z(m, a_0)$  代替式(3)中的  $\theta(m)$ 。

$s$  是一段正弦采样信号,

$$s(n_s) = \cos[\theta(1) + 2\pi f_0 n_s / f_s], n_s \in [1, N], \quad (4)$$

将  $s$  平分为  $M$  段采样点数均为  $N_0$  的相位连续信号,计算  $s$  在频率点  $f_A(a)$  的 DTFT,记其正频率部分为  $S[f_A(a)]$ ,

$$S[f_A(a)] = \sum_{m=1}^M \sum_{n_m=1}^{N_0} 0.5 e^{j(\theta(1)+2g_0(a)[(m-1)N_0+n_m])} = \sum_{m=1}^M \frac{\sin[N_0 g_0(a)]}{2\text{sing}_0(a)} e^{j(\theta(1)+g_0(a)[(2m-1)N_0+1]}. \quad (5)$$

## 1.2 相位补偿矩阵的加权融合

虽然  $x$  和  $s$  的信号参数完全相同,但由于  $x$  中任意相邻两段信号的相位一般不连续,即  $\theta(m+1) \neq \theta(m) + 2\pi f_0 N_0 / f_s$ ,因此不能将  $x$  看成是一段与  $s$  完全相同的信号。又因为  $x$  中各段信号的持续时间较短,导致频谱主瓣较宽、频谱泄漏严重、抗噪性差,其频谱分析精度远远低于相同总长度的相位连续信号。为此,构造相位补偿矩阵  $\mathbf{D}$  对  $X_m[f_A(a)]$  进行加权融合,使其基本达到与  $x$  总长度相同的相位连续信号频谱  $S[f_A(a)]$  的分析效果(证明过程见性质 1)。由于  $\mathbf{D}$  具有噪声对消特性,因此  $\mathbf{D}$  对  $X_m[f_A(a)]$  进行加权融合的同时,能够实现噪声对消,增强抗噪性,提高频谱分析精度。

相位补偿矩阵  $\mathbf{D}$  的构造  $s_b$  为一段正弦采样信号,

$$s_b(n_s) = \cos[\theta_z(1, a_b) + 2\pi f_B(b) n_s / f_s], \quad (6)$$

将  $s_b$  平分为  $M$  段采样点数均为  $N_0$  的相位连续信号,计算  $s_b$  在频率点  $f_A(a)$  的 DTFT,记其正频率部分为  $S_b[f_A(a)]$ ,

$$S_b[f_A(a)] = \sum_{m=1}^M \sum_{n_m=1}^{N_0} 0.5 e^{j(\theta_z(1, a_b) + 2\pi f_B(b) [(m-1)N_0 + n_m])} = \sum_{m=1}^M \frac{\sin[N_0 g_b(a)]}{2\text{sing}_b(a)} e^{j(\theta_z(1, a_b) + g_b(a) [(2m-1)N_0 + 1])}, \quad (7)$$

其中,  $g_b(a) = \pi[f_B(b) - f_A(a)] / f_s$ 。

$y_b$  为同频等长信号,由  $M$  段频率均为  $f_B(b)$  的正弦采样信号构成,  $y_{mb}$  表示  $y_b$  中第  $m$  段信号,  $m \in [1, M]$ ,

$$y_{mb}(n_m) = \cos[\theta_z(m, a_b) + 2\pi n_m f_B(b) / f_s], \quad n_m \in [1, N_0], \quad (8)$$

计算  $y_{mb}$  在频率点  $f_A(a)$  的 DTFT,记其正频率部分为  $Y_{mb}[f_A(a)]$ ,

$$Y_{mb}[f_A(a)] = 0.5 \sum_{n_m=1}^{N_0} e^{j[\theta_z(m, a_b) + 2\pi n_m f_B(b) / f_s]} e^{-j2\pi n_m f_A(a) / f_s} = \frac{\sin[N_0 g_b(a)]}{2\text{sing}_b(a)} e^{j\theta_z(m, a_b)}, \quad (9)$$

构造相位补偿矩阵  $\mathbf{D}$  对  $Y_{mb}[f_A(a)]$  进行加权融合后得到  $y_b$  的加权融合频谱第  $a$  个元素  $Y'_b[f_A(a)]$ ,

$$Y'_b[f_A(a)] = \sum_{m=1}^M \{e^{-jD(m, a, b)} Y_{mb}[f_A(a)]\} =$$

$$\sum_{m=1}^M \frac{\sin[N_0 g_b(a)]}{2\text{sing}_b(a)} e^{j[\theta_z(m, a_b) - D(m, a, b)]}, \quad (10)$$

其中,  $D(m, a, b)$  表示  $D$  中第  $(m, a, b)$  处的元素。

欲使  $Y'_b[f_A(a)]$  达到与  $y_b$  总长度相同的相位连续信号频谱  $S_b[f_A(a)]$  的分析效果,必有下式成立

$$Y'_b[f_A(a)] = S_b[f_A(a)], \quad (11)$$

据式(11)即可生成  $D$ , 计算如式(12)所示,

$$D(m, a, b) = \theta_z(m, a_b) - \theta_z(1, a_b) - g_b(a) [(2m-1)N_0 + 1], \quad (12)$$

性质 1: 相位补偿矩阵的相位连续化特性。

序列  $f_B$  中必存在一元素  $f_B(b_0)$ , 其在相位补偿矩阵  $\mathbf{D}$  中的对应值  $D(m, a, b_0)$  对  $X_m[f_A(a)]$  进行加权融合后,必有下式成立

$$X'_{b_0}[f_A(a)] = \sum_{m=1}^M \{e^{-jD(m, a, b_0)} X_m[f_A(a)]\} \approx S[f_A(a)]. \quad (13)$$

证明: 因为  $f_B$  由  $f_0$  的取值范围  $f_{\text{scope}}$  线性等分生成, 因此  $f_B$  中必存在一元素  $f_B(b_0)$ , 有  $f_B(b_0) \approx f_0$ , 且  $f_A(a_{b_0}) \approx f_B(b_0)$ ,  $f_A(a_0) \approx f_0$ , 所以  $f_A(a_0) \approx f_B(b_0) \approx f_A(a_{b_0}) \approx f_0$ ,  $\theta_z(m, a_0) \approx \theta_z(m, a_{b_0}) \approx \theta(m)$ , 故

$$\begin{aligned} X'_{b_0}[f_A(a)] &= \sum_{m=1}^M \{e^{-jD(m, a, b_0)} X_m[f_A(a)]\} \approx \\ &\sum_{m=1}^M \{e^{-jD(m, a, b_0)} Y_{mb_0}[f_A(a)]\} \approx \\ &Y'_{b_0}[f_A(a)], \quad (14) \\ S[f_A(a)] &= \sum_{m=1}^M \frac{\sin[N_0 g_0(a)]}{2\text{sing}_0(a)} e^{j(\theta(1) + g_0(a) [(2m-1)N_0 + 1])} \approx \\ &\sum_{m=1}^M \frac{\sin[N_0 g_{b_0}(a)]}{2\text{sing}_{b_0}(a)} e^{j(\theta_z(1, a_{b_0}) + g_{b_0}(a) [(2m-1)N_0 + 1])} \approx \\ &S_{b_0}[f_A(a)]. \quad (15) \end{aligned}$$

因为式(11)对任意  $b, b \in [1, B]$  成立, 所以

$$Y'_{b_0}[f_B(b)] = S_{b_0}[f_A(a)]. \quad (16)$$

联立式(14)–(16), 因此必有式(13)成立, 即  $X_m[f_A(a)]$  经  $D(m, a, b_0)$  加权融合后, 其频谱分析效果能够基本达到与  $x$  总长度相同的相位连续信号频谱  $S[f_A(a)]$  的分析效果。

在上述信号模型的基础上, 以  $M=4, N_0=50$ ,  $\text{SNR}=-5$  对相位补偿矩阵的相位连续化特性效果进行举例说明, 如图 2 所示。

图中竖线对应处的横坐标即为信号的真实频率。由于  $N_0=50$ , 因此  $X_m[f_A(a)]$  易受噪声影响, 导致频谱泄露严重, 如曲线 3 所示。因此谱峰搜索  $X_m[f_A(a)]$  的功率谱, 都不可能得到较高精度的频率估计结果。但  $X_m[f_A(a)]$  经过  $D(m, a, b_0)$  加权融合后, 得到  $X'_{b_0}[f_A(a)]$  (曲线 2 所示), 其频谱与

$S[f_A(a)]$ 相似(曲线 1 所示)。其中, $S[f_A(a)]$ 由采样点数为  $MN_0$  的相位连续正弦信号生成, $X_m[f_A(a)]$ 为采样点数  $N_0$  的正弦信号生成,通过谱峰搜索  $X'_{b_0}[f_A(a)]$  的功率谱,能够较好地估计出信号频率。

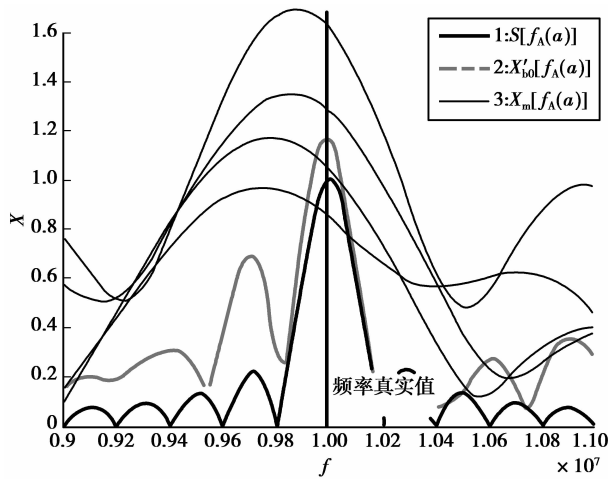


图 2 相位补偿矩阵的相位连续化特性效果示意图

性质 2: 相位补偿矩阵的噪声对消特性相位补偿矩阵  $D$  对  $X_m[f_A(a)]$  进行加权融合的同时,能够实现噪声对消,提高频谱抗噪性。

证明: 将  $\theta_z(m, a)$  改写成下式(17)的形式

$$\theta_z(m, a) = \theta_0(m, a) + z(m, a), \quad (17)$$

其中,  $\theta_0(m, a)$  表示不考虑噪声和干扰情况下  $X_m[f_A(a)]$  的相位特性,  $z(m, a)$  表示噪声干扰对  $\theta(m, a)$  的影响, 将式(17)代入考虑噪声和干扰情况下的加权融合频谱  $X'_b[f_A(a)]$ , 有

$$\begin{aligned} X'_b[f_A(a)] &= \sum_{m=1}^M \{e^{-jD(m, a, b)} X_m[f_A(a)]\} \approx \\ &\sum_{m=1}^M \frac{\sin[N_0 g_0(a)]}{2 \sin g_0(a)} e^{j[\theta_z(m, a_0) - D(m, a, b)]} \approx \\ &\sum_{m=1}^M \frac{\sin[N_0 g_0(a)]}{2 \sin g_0(a)} e^{j[\theta_0(m, a_0) - \theta_0(m, a_b) + \theta_0(1, a_b) + g_b(a)[(2m-1)N_0 + 1] \\ &\quad \cdot e^{j[z(m, a_0) + z(1, a_b) - z(m, a_b)]}, \quad (18) \end{aligned}$$

其中, 噪声对消因子  $e^{j[z(m, a_0) + z(1, a_b) - z(m, a_b)]}$  表明  $D$  对频谱  $X_m[f_A(a)]$  加权融合的同时, 利用自身所含的噪声干扰成分  $z(m, a_b)$  对  $X_m[f_A(a)]$  中的噪声干扰成分  $z(m, a_0)$  进行一定程度的对消, 因此能够提高加权融合频谱  $X'_b[f_A(a)]$  的抗噪性。

### 1.3 谱峰搜索

由以上推导可知, 经相位补偿矩阵  $D$  加权融合后,  $X'_{b_0}[f_A(a)]$  能够基本达到与  $x$  总长度相同的相位连续信号频谱  $S[f_A(a)]$  的分析效果。因此谱峰搜索  $X'_b[f_A(a)]$  的功率谱, 其谱峰对应处的  $f_A(a)$  即为  $f_0$  的估计值。

证明: 由式(17)知, 加权融合频谱  $X'_b[f_A(a)]$  与  $f_B(b)$  一一对应。又由性质 1 可知, 当且仅当  $f_B(b) = f_B(b_0)$  时, 有式(13)成立, 即  $X'_{b_0}[f_A(a)]$  能够达到与  $x$  总长度相同的相位连续信号频谱  $S[f_A(a)]$  的分析效果, 因此谱峰搜索  $X'_b[f_A(a)]$  的功率谱, 其谱峰对应的  $f_A(a)$  即为  $f_0$  的估计值。

## 2 算法流程及分析

### 2.1 算法流程

基于理论推导和证明, 得出频率估计的短时同频等长信号融合算法如下

- 1) 根据待估计频率  $f_0$  的大致取值范围  $ff$  生成频率序列  $f_A$  和序列  $f_B$ ;
- 2) 根据式(2)、式(3)计算  $x_m$  在频率点  $f_A(a)$  的 DTFT, 得到  $X_m[f_A(a)]$  和  $\theta_z(m, a)$ ;
- 3) 根据式(12)生成相位补偿矩阵  $D$ ;
- 4) 根据式(18), 用  $D(m, a, b)$  对  $X_m[f_A(a)]$  进行加权融合后得到加权融合频谱  $X'_b[f_A(a)]$ ;
- 5) 峰值搜索  $X'_b[f_A(a)]$  的功率谱, 其谱峰对应处的  $f_A(a)$  即为  $f_0$  的估计值。

### 2.2 算法分析

为验证算法, 将其计算量与多段同频等长信号融合算法<sup>[17]</sup> (以下简称“原融合算法”) 进行比较。由推导知, 算法和原融合算法计算量的最大差异在于计算相位补偿矩阵  $D$  和相位差补偿因子矩阵  $U$ <sup>[17]</sup> (为方便与  $D$  比较,  $U$  按文中的符号进行了等价代换), 其余部分的计算量相当。

$$\begin{aligned} U(m, a, b) &= \theta_1(b, m) - \theta_1(b, 1) - \\ &g_b(a)[2N_0(m-1)] - \pi(N_0+1)[f_B(b) - f_A(a_b)]/f_s, \quad (19) \end{aligned}$$

其中,  $\theta_1(m, b)$  表示基于  $X_m[f_A(a)]$  计算得到  $\theta(m)$  对应于  $f_B(b)$  的估计值。

因此, 计算设计的相位补偿矩阵  $D$  共需要  $5M \times A \times B$  次实数乘法和  $4M \times A \times B$  次实数加法; 而计算原融合算法中的相位差补偿因子矩阵  $U$  共需要  $8M \times A \times B$  次实数乘法和  $7M \times A \times B$  次实数加法。

以  $M=4, A=B=60$  为例, 原融合算法的实数乘法次数为 115 200, 实数加法次数为 100 800; 而研究算法的实数乘法次数为 72 000, 比前者降低 37.50%, 实数加法次数为 57 600, 比前者降低 42.86%。

## 3 仿真实验

为验证算法, 在 MATLAB7.0 仿真环境中对本文算法、原融合算法和具有频谱细化特性的 Chirp-Z 法进行了如下对比实验。前两种算法的频率估计对象是同频等长信号  $c_1, c_1$  由  $M$  段采样点数为  $N_0$ 、信

号频率为  $f_0$ 、采样频率为  $f_s$ 、初相为  $\theta(m)$  ( $m \in [1, M]$ ) 的正弦信号构成,其中  $\theta(m)$  满足幅度为  $2\pi$  的高斯分布。Chirp-Z 法的估计对象一段与  $c_1$  长度相等的相位连续正弦采样信号  $c_2$ ,  $c_2$  的频率为  $f_0$ , 采样频率为  $f_s$ , 初相为  $\theta(1)$ 。实验中所加噪声均为加性高斯白噪声。实验参数设置如表 1。

表 1 实验参数设置值

参数名	设定值
SNR/dB	-5
$f_0$ /MHz	10
$f_s$ /MHz	40
$f_{\min}$ /MHz	9
$f_{\max}$ /MHz	11
$M$	4
$N_0$	50
$A$	60
$B$	60

### 3.1 低信噪比条件下的对比实验

为比较算法、原融合算法和 Chirp-Z 法在较低信噪比条件下的频率估计精度,进行 1 000 次 Monte\_Carlo 实验,仿真实验结果如图 3 所示。由仿真结果所知,频率号频率号合效果号中包含的噪声各不相同,噪声为加性高斯白噪声研究算法、原融合算法和 Chirp-Z 法的频率估计均方根误差分别为  $[46.13, 92.01, 30.74]$  KHz,属于同一数量级,说明研究算法和原融合算法对同频等长信号频谱的加权融合后,其频谱分析精度基本达到了 Chirp-Z 法对相同总长度的相位连续信号频谱的分析精度,且研究算法的频率估计精度比原融合算法提高约 49.86%。从图 3 可知,虽然 Chirp-Z 法(其频率估计对象为一段与同频等长信号  $c_1$  总长度相同的相位连续信号  $c_2$ )的频率估计均方根误差最小,但存在少量误差较大的点,如横坐标分别为 278 和 814 的点,而算法却无误差较大的点,且毛刺较原融合算法少。

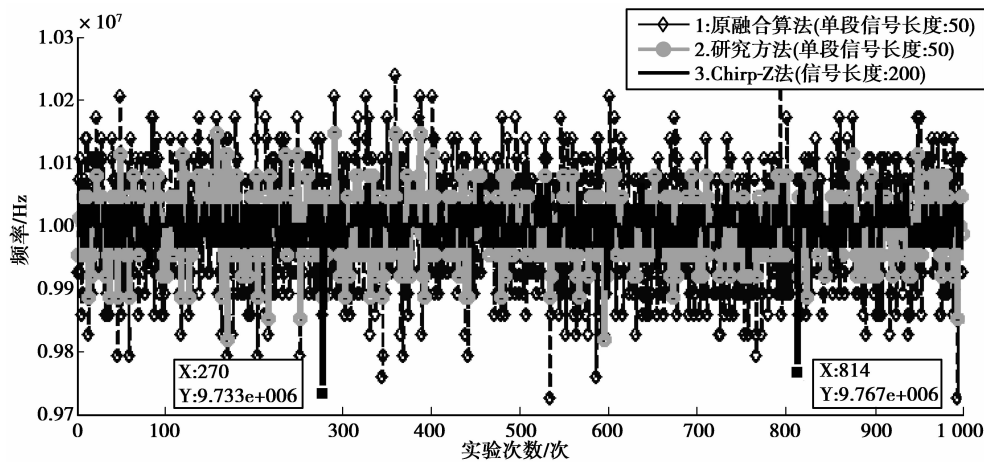


图 3 低信噪比条件下 3 种方法的频率估计结果图

### 3.2 不同信噪比条件下的对比实验

为测试 3 种方法在不同信噪比条件下的频率估计精度,进行了 10 组实验,每组实验包括 1 000 次 Monte\_Carlo 实验。实验中信噪比设置如图 4 横坐标所示,其余参数的取值参见表 1。由图 4 所示的实验结果知,在信噪比为 5 dB ~ -13 dB 的实验范围情况下,算法的频率估计精度一直高于原融合算法;其中,当信噪比低于 -1 dB 时,其优势更明显。当信噪比低于 -5 dB 时,算法的估计精度的远远高于 Chirp-Z 法。这是因为算法的相位补偿矩阵具有噪声对消功能,能有效实现频谱噪声对消,提高频率估计精度。这为低

信噪比条件下的长信号的频率估计提供了一条新思路,即将长信号平分构成多段同频等长信号,再运用算法进行频率估计。而当信噪比高于 -5 dB 时,Chirp-Z 法(估计相同长度且相位连续的信号)的估计精度略高于算法。这是因为当信噪比较高,采样频率一定的情况下,信号长度是决定频谱分析精度的主要因素,噪声是次要因素,因此即使算法能够实现噪声对消,提高频谱抗噪性,也难以改变分析信号长度较 Chirp-Z 法短的现实(算法分析的信号长度为 50 点,Chirp-Z 法为 200 点),故在信噪比高于 -5 dB 时,其频率估计精度略逊于 Chirp-Z 法。

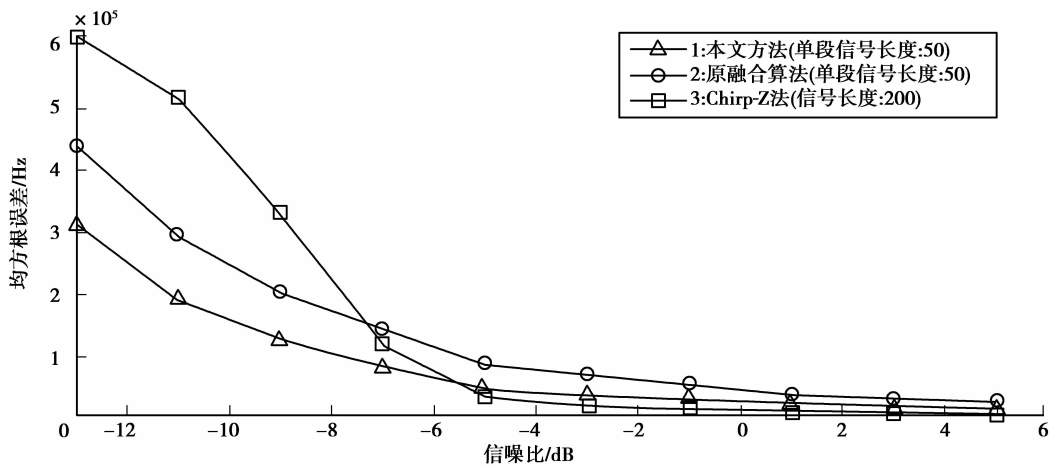


图 4 不同信噪比条件下 3 种方法的频率估计均方根误差对比图

### 3.3 不同单段信号长度条件下的对比实验

为测试 3 种方法在不同单段信号长度条件下的频率估计精度,进行了 9 组实验,每组实验包括 1 000 次随机实验。实验中单段信号长度  $N$  设置如图 5 横坐标所示(Chirp-Z 法分析的信号长度为  $4N$ ),其余参数的设置参见表 1。

由图 5 所示的实验结果知,随着单段信号长度的增加,3 种方法的精度都有所提高,但研究算法的精度始终高于原融合算法;当单段信号长度约小于 40 点(即信号总长度低于 160 点)时,研究算法、原融合算法的精度均高于 Chirp-Z 法;当单段信号长度约大于 40 点(即信号总长度低于 160 点)时,

Chirp-Z 法的精度略高于算法和原融合算法。这是因为当信噪比和采样频率一定的情况下,信号长度是决定频谱分析精度的主要因素,当单段信号长度较长时(如上述实验环境中大于 40 点的情况),抗噪性较好,算法中噪声对消功能优势体现不明显,而 Chirp-Z 法凭借分析信号的长度较算法和原融合算法长(大于 160 点),所以其精度略高于算法和原融合算法;而当单段信号长度较短时(如上述实验环境中小于 40 点的情况),Chirp-Z 法分析信号的长度也较短(小于 160 点),抗噪性减弱,研究算法的噪声对消功能优势明显,能够有效提高信号的抗噪性,因此在这种情况下研究算法的精度高于 Chirp-Z 法。

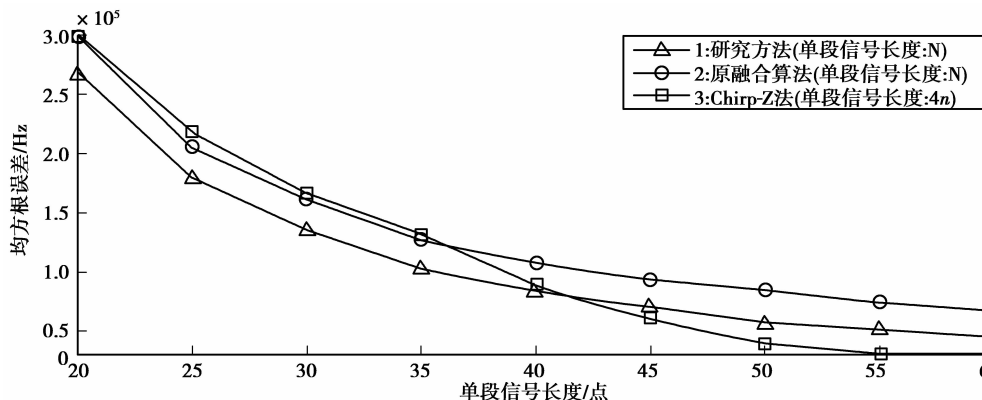


图 5 单段信号长度不同时 3 种方法的频率估计均方根误差对比图

## 4 结 论

为提高低信噪比条件下短时正弦信号的频率估计精度,针对同频等长信号,提出一种新型加权融合

算法。通过构造相位补偿矩阵加权融合同频等长信号频谱,谱峰搜索加权融合后的频谱等措施,获得高精度的频率估计值。重点给出了构造相位补偿矩阵的理论推导及其相位连续化特性和噪声对消特性的

证明,谱峰搜索获取频率估计值的原理证明。算法分析与仿真实验表明:

1)精度较高。在信噪比为 $-5$  dB、单段信号长度为 $50$ 点、信号段数为 $4$ 的情况下,与原融合算法相比,估计精度提高约 $49.86\%$ ,计算量降低约 $37.50\% \sim 42.86\%$ ;与 Chirp-Z 法(频率估计对象信号长度为 $200$ 点)相比,两者的估计精度处于同一数量级。在信噪比为 $-5$  dB、信号段数为 $4$ ,单段信号长度 $N$ 为 $20 \sim 60$ 点的实验范围内,算法的估计精度一直高于原融合方法;当单段信号长度 $N_0$ 低于 $40$ 点时,算法的估计精度高于 Chirp-Z 法(其信号总长度为 $4N_0$ 点)。

2)抗噪性较好。在信噪比为 $5$  dB $\sim -13$  dB 的实验范围情况下,研究算法的频率估计精度一直高于原融合方法;在信噪比低于 $-5$  dB 情况下研究算法的估计精度远远高于 Chirp-Z 法(针对相同总长度相位连续信号)。

3)普适性较好。算法无需任何额外的辅助条件,能够适用于任意类型的同频等长信号。同时,也为低信噪比条件下的长信号的频率估计提供了一条新思路,即将长信号平分构成多段同频等长信号,再运用研究算法进行频率估计。

综上,研究结果对低信噪比条件下短时正弦信号的频率估计具有重要的理论意义和实用价值。

#### 参考文献:

- [1] 舒汀,赵卫宏,陆锦辉. 短序列条件下快速频率估计性能分[J]. 系统工程与电子技术, 2006, 28(10): 1509-1512.  
SHU Ting, ZHAO Weihong, LU Jinhui. Performance analysis for fast frequency estimation with short sequences[J]. Systems Engineering and Electronics, 2006, 28(10): 1509-1512.
- [2] Adanir T. Extremely short term frequency estimation (ESTFE) algorithm for underfrequency protection[J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2007, 29(4): 329-337.
- [3] Chen K F, Cao X, Li Y F. Sine wave fitting to short records initialized with the frequency retrieved from Hanning windowed FFT spectrum[J]. Measurement, 2009, 42(1): 127-135.
- [4] Yakushin S B, Xiang Y, Raphan T, et al. Spatial distribution of gravity-dependent gain changes in the vestibuloocular reflex[J]. Journal of Neurophysiology, 2005, 93(6): 3693-3698.
- [5] Vig S, Ghosh S K, Ojha D K. Warp signatures of the Galactic disk as seen in mid infrared from midcourse space experiment[J]. Astronomy and Astrophysics, 2005, 436: 867-877.
- [6] 陈志菲,孙进才,牛奕龙. 基于相干平均的正弦信号频率估计[J]. 西北工业大学学报, 2009, 27(3): 387-390.  
CHEN Zhifei, SUN Jincai, NIU Yilong. A better method of frequency estimation for sinusoidal signals using coherent average[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2009, 27(3): 387-390.
- [7] 罗丰,段沛沛,吴顺君. 基于 Burg 算法的短序列谱估计研究[J]. 西安电子科技大学学报: 自然科学版, 2005, 32(5): 724-728.  
LUO Feng, DUAN Peipei, WU Shunjun. Research on short sequence power spectrum estimates based on the Burg algorithm[J]. Journal of Xidian University: Natural Science Edition, 2005, 32(5): 724-728.
- [8] Proakis J G, Manolakis D K. Digital signal processing: principles, algorithms and applications[M]. 4th ed. NJ: Prentice Hall, 2006.
- [9] Cataliotti A, Cosentino V, Nuccio S. A new phase locked loop strategy for power quality instruments synchronization [C] // Proceedings of the IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, May 16-19, 2005, Ottawa, Ont. Piscataway: IEEE Press, 2005, 2: 941-946.
- [10] 王洪洋,廖桂生,周争光,等. 宽频带信号频率估计方法[J]. 西安电子科技大学学报: 自然科学版, 2005, 32(4): 566-569.  
WANG Hongyang, LIAO Guisheng, ZHOU Zhengguang, et al. Study of the estimation of frequencies from the wide band[J]. Journal of Xidian University: Natural Science Edition, 2005, 32(4): 566-569.
- [11] 阎振华,黄建国,韩晶. 改进的低信噪比短序列快速频率估计算法[J]. 系统工程与电子技术, 2009, 31(8): 1990-1992.  
YAN Zhenhua, HUANG Jianguo, HAN Jing. Improved algorithm for fast frequency estimation with short sequences at low SNR[J]. Systems Engineering and Electronics, 2009, 31(8): 1990-1992.
- [12] 牛鹏辉,涂亚庆,张海涛. 一种真正弦信号的短时频率估计新方法[J]. 电子测量与仪器学报, 2007, 21(6): 40-44.  
NIU Penghui, TU Yaqing, ZHANG Haitao. New method of short-time frequency estimation for real sinusoid[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrument, 2007, 21(6): 40-44.
- [13] 孟建. 相参信号频谱的精确估计[J]. 系统工程与电子技术, 1999, 21(10): 69-72.  
MENG Jian. Spectrum estimating of correlative signal[J].

- Systems Engineering and Electronics, 1999, 21(10): 69-72.
- [14] 王广松, 戴旭初. 基于频域相关的宽带干涉仪测向新算法[J]. 航天电子对抗, 2006, 22(4): 52-54, 61.  
WANG Guangsong, DAI Xuchu. A novel wideband interferometer direction finding algorithm based on spectrum correlation [J]. Aerospace Electronic Warfare, 2006, 22(4): 52-54, 61.
- [15] 欧连军, 邱红专, 张洪钺. 多个相关测量的融合算法及其最优性[J]. 信息与控制, 2005, 34(6): 690-695.  
OU Lianjun, QIU Hongzhan, ZHANG Hongyue. Multiple correlated measurements fusion algorithm and its optimality [J]. Information and Control, 2005, 34(6): 690-695.
- [16] 孟建. 分段采样信号的相位关联技术[J]. 系统工程与电子技术, 2004, 26(12): 1784-1786, 1797.  
MENG Jian. Phase association method of multisection sampled data[J]. Systems Engineering and Electronics, 2004, 26(12): 1784-1786, 1797.
- [17] 刘良兵, 涂亚庆, 张海涛. 频率估计的一种多段同频等长信号融合算法[J]. 系统仿真学报, 2009, 21(1): 194-198.  
LIU Liangbing, TU Yaqing, ZHANG Haitao. Fusion algorithm for frequency estimation of multi-section signals with same frequency and length[J]. Journal of System Simulation, 2009, 21(1): 194-198.
- [18] 刘良兵, 涂亚庆. 基于同频等长信号融合的频率估计快速迭代算法[J]. 重庆邮电大学学报: 自然科学版, 2008, 20(2): 148-155.  
LIU Liangbing, TU Yaqing. Fast iterative algorithm of frequency estimation based on information fusion among signals with same frequency and length[J]. Journal of Chongqing University of Posts and Telecommunications: Natural Science Edition, 2008, 20(2): 148-155.
- [19] Sills J A, Black Q R. Frequency estimation from short pulses of sinusoidal signals[C] // Proceedings of the IEEE Military Communications Conference, Oct 21-24, 1996, McLean, VA, USA. Piscataway: IEEE, 1996, 3: 979-983.
- [20] Becker K. New algorithm for frequency estimation from short coherent pulses of a sinusoidal signal[J]. IEEE, Part F: Radar and Signal Processing, 1990, 137(4): 283-288.

(编辑 侯 湘)

~~~~~

(上接第 148 页)

- [5] Ao W C, Cheng S M, Chen K C. Power and interference control with relaying in cooperative cognitive radio networks[C] // Proceedings of the 2010 IEEE International Communications Workshops (ICC), May 23-27, 2010, Capetown, South Africa. Piscataway: IEEE, 2010: 1-5.
- [6] 唐伦, 曾孝平, 陈前斌, 等. 认知无线网络基于正交频分复用的子载波和功率分配策略[J]. 重庆大学学报, 2010, 33(8): 17-22.  
TANG Lun, ZENG Xiaoping, CHEN Qianbin, et al. Novel strategy subcarrier and power allocation in OFDM-based cognitive radio networks[J]. Journal of Chongqing University, 2010, 33(8): 17-22.
- [7] 郭艳艳, 康桂霞, 张宁波, 等. 基于认知无线电系统的协作中继分布式功率分配算法[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(10): 2463-2467.
- [8] GUO Yanyan, KANG Guixia, ZHANG Ningbo, et al. A distributed power allocation for cooperative transmission in cognitive radio systems[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2010, 32(10): 2463-2467.
- [9] Zhang J W, Gursoy M C. Achievable rate and resource allocation strategies for imperfectly known fading relay channels [J]. EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking, 2009, 2009(40): 10. 1155/2009/458236.
- [10] Ren S L, Letaief K B, De Marca J R B. Outage reduction in cooperative networks with limited feedback [J]. IEEE Transactions on Communications, 2010, 58(3): 748-752.
- [11] Bhashyam S, Sabharwal S, Aazhang B. Feedback gain in multiple antenna systems[J]. IEEE Transactions on Communications, 2002, 50(5): 785-798.

(编辑 侯 湘)