

文章编号:1000-582X(2013)01-086-06

单边核磁共振磁体梯度磁场设计的 Gram-Schmidt 正交化拟合方法

何 为,何晓龙,徐 征,郭 盼

(重庆大学 电气工程学院;输配电装备及系统安全与新技术国家重点实验室 400044)

摘 要:针对传统圆形 Halbach 磁体结构封闭难以应用于开放式核磁共振中的缺点,提出一种半椭圆形分布的开放式 Halbach 磁体结构。调节各磁体模块中心点所在椭圆曲线的长轴长度,计算 YOZ 平面内不同高度上磁场的平坦程度,使用 Gram-Schmidt 数据拟合方法,得到一种平坦程度最优的磁体结构。优化结果表明:该结构磁体可在 YOZ 平面上 50 mm×50 mm 范围内产生水平方向平坦,垂直方向近似梯度变化的磁场,梯度值为 2 mT/mm,且获得一个面积为 4 mm×4 mm,均匀度为 1.3×10^{-3} ,场强为 0.073 9 T 的均匀磁场区域。根据优化设计结果,搭建了实际磁体系统,并对该磁体系统的磁场进行测量,测量结果与设计结果一致。该开放式磁体优点在于垂直方向的梯度磁场由永磁体结构自然形成,不需额外的梯度线圈,从而简化了梯度编码系统的设计。

关键词:核磁共振;曲线拟合;单边磁体;梯度磁场

中图分类号:TM153.1

文献标志码:A

The Gram-Schmidt orthogonal data fitting method for the designing of the gradient magnetic field of the unilateral NMR

HE Wei, HE Xiaolong, XU Zheng, GUO Pan

(State Key Laboratory of Power Transmission Equipment & System Security and New Technology, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: By considering the shortcomings of the traditional Halbach magnet structure which is closed and cannot be applied to the open NMR, an open and semi-circle Halbach magnet structure is proposed. Adjusting the semi-major axis of the elliptic curve which the center of magnets are placed on and calculating the flatness of the magnetic field on different heights, a magnet structure with best flatness is achieved by data fitting method. The optimizing result shows that the best magnet structure can generate a magnetic fields which flatly distributes in the horizontal direction of the 50 mm×50 mm area in the YOZ plane. The gradient is distributed in the vertical direction with gradient of 2 mT/mm. Magnetic field is uniformly distributed in the area of 4 mm×4 mm with uniformity of 1.3×10^{-3} and magnetic field of 0.073 9 T. An actual magnet model is constructed based on the result of the optimal design; the measurement result is consistent with the design. The advantage of this magnet structure is that the gradient magnetic field is generated by the permanent magnet naturally, and the extra gradient coil isn't needed, so the designing of the gradient coding system is simplified.

Key words: NMR; curve fitting; unilateral magnet; gradient magnetic field

收稿日期:2012-09-05

基金项目:中央高校基本科研业务经费资助项目(CDJZR10150021)

作者简介:何为(1957-),男,重庆大学教授,博士生导师,主要从事电磁场理论在生物医学中的应用研究;
(E-mail)hewei@cqu.edu.cn。

单边核磁共振仪^[1-9]相对于传统的封闭式核磁共振仪来说,其结构开放不包含被测物,可从物体表面对被测物进行检测,同时体积较小便于携带,因而广泛应用于食品分析和质量控制、材料科学领域、地球物理领域等。在单边核磁共振仪中主磁场的产生主要依赖于永磁体,典型磁体结构有 U 型磁体^[10], Halbach 磁体^[11],以及桶状^[10]等。同时永磁体也有被用来产生梯度磁场,文献[10]中指出单根条状磁体在其上下表面中心沿着磁化方向上一段距离内,磁场具有较好的梯度特性。在假设高磁导率材料表面为等标量磁位面的基础上,利用分离变量法设计出一种在水平方向产生均匀场,而垂直方向产生梯度磁场的磁体结构^[12]。

综上所述,目前所设计的单边核磁共振磁体因不可产生梯度磁场需要额外梯度线圈,但单边核磁共振的梯度线圈设计理论尚不成熟,而利用分离变量法设计的磁体可产生梯度磁场,但结构封闭难以应用于单边核磁共振中。因此目前没有提出一种无需梯度线圈的单边磁体结构设计方法。

笔者拟通过数据拟合的方法对传统 Halbach 磁体的结构进行改进和优化,得到一种新的单边磁体结构,它在指定区域内产生的磁场,水平方向上具有较好的平坦特性,垂直方向上梯度变化特性,同时具有一定的均匀区域,磁体结构不需额外的梯度线圈^[13],简化了梯度编码系统设计。

1 磁体磁场计算

关于永磁体磁场的计算采用以磁荷法为基础的标量磁位法^[14],为了提高计算精度,使用二阶有限元算法^[15],得到如下有限元方程:

$$K\varphi = R, \quad (1)$$

$$K_{ij} = \int_{V_e} \mu \nabla N_i \cdot \nabla N_j dV, i, j \in 1, 2, \dots, 10, \quad (2)$$

$$R_i = \int_{S_j} \mathbf{n} \cdot \mathbf{B}_r N_i ds \quad i \in 1, 2, \dots, 6, \quad (3)$$

其中: \mathbf{n} 为磁体表面的单位外法向量; \mathbf{B}_r 为磁体的剩磁; N_i 为二阶四面体单元的形状函数。标量磁位 φ 被求出后便可得到永磁体周围空间磁场分布。

2 单边磁体结构

Halbach 磁体可在其圆柱空腔内产生均匀磁场,因而受到人们关注。图 1 为 16 个形状大小及剩磁完全相同的磁棒搭建的 Halbach 磁体^[11]。但其结构封闭难以应用于单边核磁共振中,因此仅保留

下方 9 个磁棒,如图 2 所示。

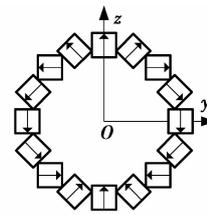


图 1 Halbach 磁体结构

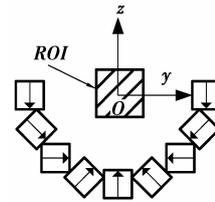


图 2 单边磁体结构

图中磁体尺寸为 $3 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$,剩磁为 1.28 T ,箭头表示剩磁方向。在 YOZ 平面内以坐标原点为中心,5 cm 长的正方形区域 ROI 内绘制磁场的 Z 轴分量,如图 3 所示。

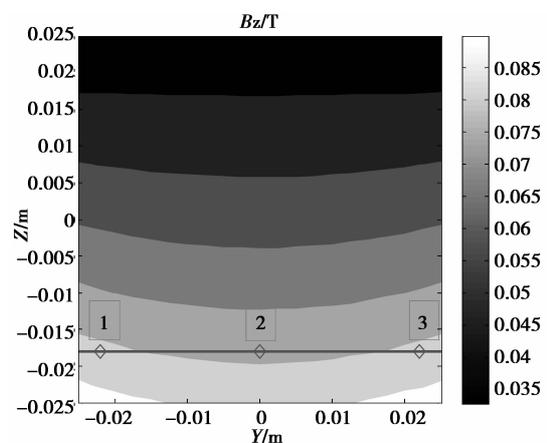


图 3 ROI 区域磁场 B_z 分量等位线

从图 3 可以看出,磁场沿 Z 轴方向呈现近似梯度变化,且等位线向 Z 轴负方向凹陷。其原因是 1, 3 两点到磁体的距离较近,磁场较强,而 2 点到磁体的距离较远,磁场较弱。因此可以推断:若将图 2 中两边磁体向 Y 轴中间移动,同时将磁体向下移(图 7 中结构 1),见移动示意图 4,则 ROI 区域内磁场等位线将向下凹陷更厉害,如图 5 所示;若对图 2 磁体进行相反操作(图 7 中结构 3),则 ROI 内磁场等位线将向 Z 轴上方凹陷,如图 6 所示。

图 7 中的结构 1 对应于图 2 结构。从图 7 可以看出,当磁体结构由 1 到 2 再到 3 时,磁体中心所在

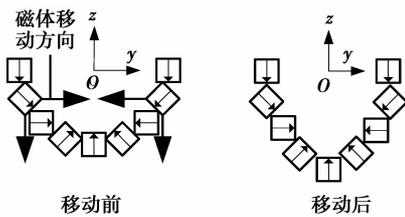


图 4 磁体结构移动示意图

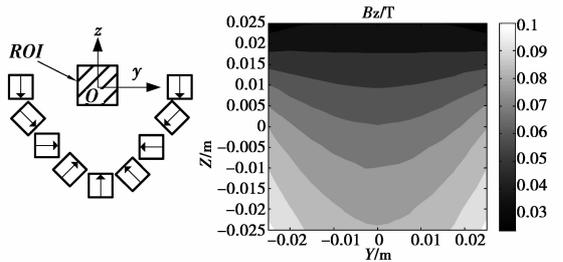


图 5 磁体结构 1 及其在 ROI 内磁场等位线

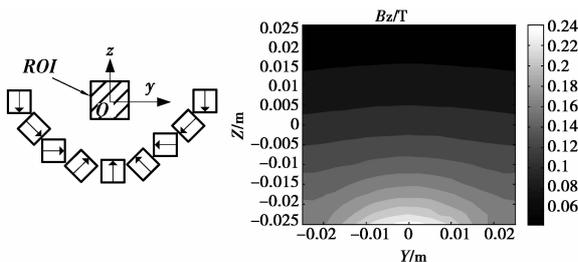


图 6 磁体结构 3 及其在 ROI 内磁场等位线

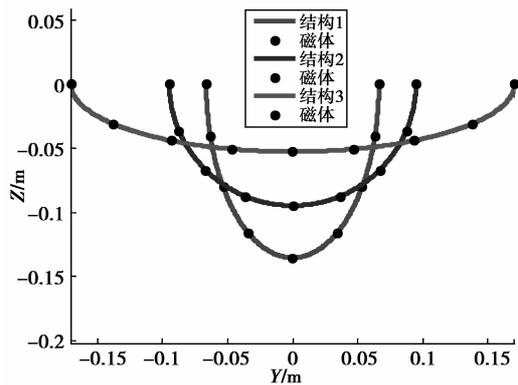


图 7 3 种磁体结构

曲线逐渐平坦,而 ROI 区域内等位线则由向在 Z 轴负方向凹陷(图 5)到稍微平坦(图 3)再到向 Z 轴正方向凹陷(图 6),因此必然存在一种磁体结构,它在 ROI 区域内产生的磁场等位线平坦特性最好,且具有近似梯度分布特性,而这种磁体结构和磁场正是单边核磁共振所需要的。

3 磁体结构优化

对于图 7 所示的不同磁体结构,可以用椭圆曲线来模拟,让磁体中心点等弧长摆放在椭圆曲线上,通过调节椭圆半长轴长度来改变磁体结构。

YOZ 平面内的椭圆方程如下所示:

$$\frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1, \quad (2)$$

式中: a, b 为椭圆半长轴和半短轴的长度。为了便于磁体结构优化,添加如下约束条件,而仅保留一个独立变量 a :

$$a \cdot b = r \cdot r = r^2, \quad (3)$$

r 为 Halbach 磁体^[17]中心所在圆周半径,此时磁体结构仅由 a 决定,当 $a < b$ 以及 $a = b = r$ 和 $a > b$ 时,可分别实现图 7 所示 3 种磁体结构。

为了描述等位线的平坦特性,在 ROI 区域内沿 Z 轴方向上等间距选取 21 条线段,每条线段上等间距选取 21 点,形成 441 个格点,分别计算每条线段上各点的磁场 Z 轴分量。用下面公式近似表征该区域等位线图的平坦特性:

$$\text{Std} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \text{std}_i, \quad (4)$$

$$\text{Std}_i = \frac{1}{m} \sqrt{\sum_{j=1}^m (B_{z_{ij}} - \overline{B_{z_i}})^2}, \quad (5)$$

其中 $B_{z_{ij}}$ 为第 i 条线段上第 j 个点的磁场 Z 轴分量; $\overline{B_{z_i}}$ 为第 i 条线段上所有场点磁场 Z 轴分量的平均值; Std_i 为第 i 条线段上所有场点磁场 Z 轴分量的标准方差;而 Std 则为对应于所有线段标准方差的平均值,近似表征等位线的平坦特征,其值越小则说明所有线段上磁场 Z 轴分量数值越相近,等位线越平坦。

让公式(2)中椭圆半长轴 a 从 $0.7r$ 开始,以 $0.05r$ 为步进,逐渐变化到 $2r$,分别计算每种磁体结构在 ROI 区域内磁场 Z 轴分量等位线的 Std 值,以 a 为横坐标, Std 为纵坐标,绘出散点图如图 8 所示。

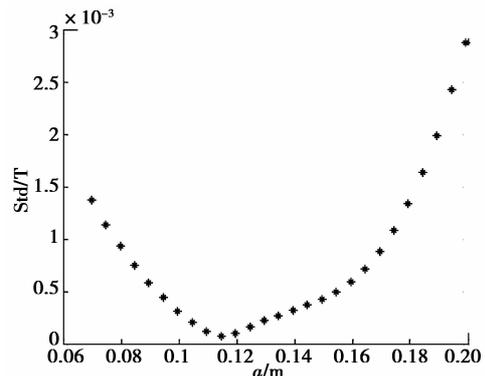


图 8 Std 关于半长轴 a 的散点图

观察图 8 可以发现 Std 关于 a 的散点图存在最低点,为了寻找最低点的位置,对数据点进行拟合。由于使用一般多项式拟合时,拟合方程呈现病态特性,使得计算误差较大,因此利用正交多项式做数据拟合^[16]。正交多项式采用 Gram-Schmidt 正交化方法产生:

$$P_k = x^k - \sum_{j=0}^{k-1} \alpha_{jk} P_j(x), k = 0, 1, \dots, m, \quad (6)$$

$$\alpha_{jk} = \frac{\sum_{i=0}^n x_i^k P_j(x_i)}{\sum_{i=0}^n P_j^2(x_i)}, j = 0, 1, \dots, k-1, \quad (7)$$

$$k = 0, 1, \dots, m,$$

拟合系数为

$$\alpha_j = \frac{\sum_{i=0}^n f_i P_j(x_i)}{\sum_{i=0}^n P_j^2(x_i)}, j = 0, 1, \dots, m, \quad (8)$$

拟合方程为

$$y = \sum_{j=0}^m \alpha_j P_j(x). \quad (9)$$

逐渐提高拟合多项式次数,便可找到平方误差满足要求的拟合方程。笔者拟合平方误差要求小于 10^{-8} ,得到拟合方程(下式)和拟合曲线(见图 9)。

$$\text{Std} = -242\,676.4a^7 + 213\,909a^6 - 78\,124.2a^5 + 15\,294.2a^4 - 1\,730.7a^3 + 113.55a^2 - 4.06a + 0.083\,8, \quad (10)$$

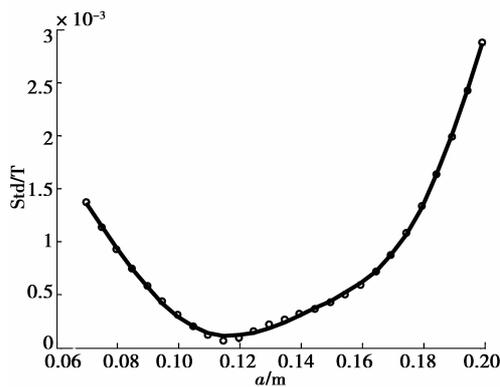


图 9 Std 关于半长轴 a 的拟合曲线

让拟合方程(10)对变量 a 求导,得到与最低点对应的 a 值为 0.116 7 m,与其对应的磁场 B_z 分量等位线图如图 10 所示。

根据所设计磁体尺寸,购买所需的磁体模块,搭建磁体系统(见图 11),在三维磁场测量平台(见图 12)上测量磁体系统在 ROI 区域内产生的磁场,如

图 13,14 所示。

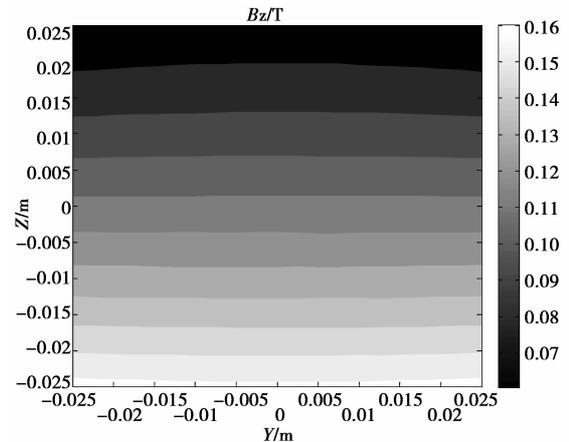


图 10 最优磁体结构磁场 Z 轴分量等位线

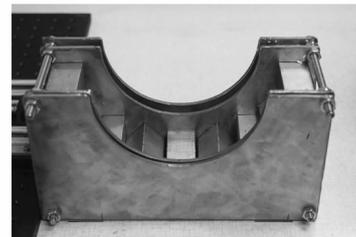


图 11 实际磁体系统



图 12 三维磁场测量平台

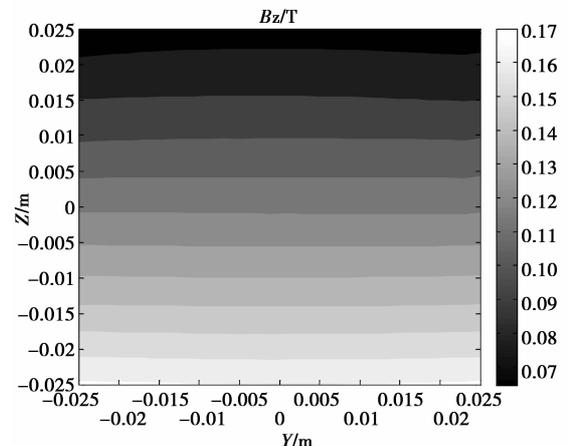


图 13 磁体系统磁场的 Z 轴分量实测等位线图

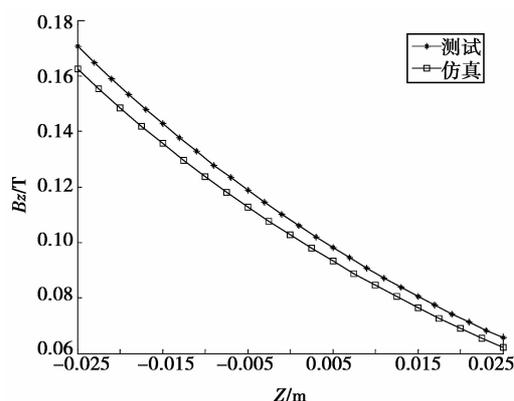


图 14 磁体系统在 Z 轴上磁场 Z 轴分量的实测值和仿真值变化规律比较

从图 10、图 13 和图 14 可以看出,磁场 Z 轴分量的仿真计算值和实测值均具有较好的平坦特性,且磁场沿 Z 轴方向具有较好的梯度特性,梯度约为: 2 mT/mm。图 13 和 14 中磁场 Z 轴分量的实测值虽然比仿真计算值稍大些,但并不会影响整体磁场的平坦特性和梯度变化特性。测量值稍微偏大的原因可能为:

1) 仿真计算用的磁体单元剩磁为 1.28T,而实际购买磁体单元之间存在差异,其剩磁不能精确为 1.28T。

2) 测量磁场的贝尔高斯计存在一定测量误差。

3) 三维磁场测量平台存在测量点的定位误差。

同时对不同高度的 Z 平面磁场进行仿真计算,发现在 $z = 17 \text{ mm}$ 高度上, $-2 \text{ mm} < x < 2 \text{ mm}$, $-2 \text{ mm} < y < 2 \text{ mm}$, 范围内磁场较为均匀,均匀度为 1.3×10^{-3} ,场强为 0.073 9T,由于该区域面积较小,考虑到测量和定位误差,并未对该区域进行实际测量。

4 总 语

笔者对半边 Halbach 磁体的结构进行改进和优化,得到一种新的单边 Halbach 结构磁体,根据优化结果搭建了实际磁体结构,该结构磁场的仿真计算和实际测量结果均表明,它可在 $50 \text{ mm} \times 50 \text{ mm}$ 区域内产生平坦特性和梯度特性较好(2 mT/mm)的磁场,且在 $4 \text{ mm} \times 4 \text{ mm}$ 区域内获得均匀度为 1.3×10^{-3} ,场强为 0.073 9T 的磁场,对于这样的均匀度,相对于单边核磁共振中 $6.0 \times 10^{-4} \sim 1.0 \times 10^{-3}$ 的均匀度要求来说,还具有一定的差距。笔者工作还存在一定的不足之处:优化过程仅仅针对磁体结构,而不包括磁体模块的磁化方向;由于仅以磁

场的梯度特性为优化目标,并未对磁场均匀度进行优化。针对不足,可在现有磁体结构的基础上,以均匀度为优化目标,改变磁体模块的磁化方向,以获得均匀度和梯度性能较好的单边磁体结构。

参考文献:

- [1] Chang W H, Chen J H, Hwang L P. Single-sided mobile NMR apparatus using the transverse flux of a single permanent magnet [J]. *Magnetic Resonance Imaging*, 2010, 28(1):129-138.
- [2] Demas V, Prado P J. Compact magnets for magnetic resonance[J]. *Magnetic Resonance in Porous Media*, 2008, 1081:36-39.
- [3] Badea E, Miu L, Budrugaec P, et al. Study of deterioration of historical parchments by various thermal analysis techniques complemented by SEM, FTIR, UV-Vis-NIR and unilateral NMR investigations[J]. *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, 2009, 91(1): 17-27.
- [4] Capitani D, Proietti N, Gobino M, et al. An integrated study for mapping the moisture distribution in an ancient damaged wall painting [J]. *Analytical Bioanalytical Chemistry*, 2009, 395(7): 2245-2253.
- [5] Senni L, Caponero M, Casieri C, et al. Moisture content and strain relation in wood by Bragg grating sensor and unilateral NMR [J]. *Wood Science and Technology*, 2010, 44(1):165-175.
- [6] Federico E D, Centeno S A, Kehlet C, et al. Unilateral NMR applied to the conservation of works of art[J]. *Analytical Bioanalytical Chemistry*, 2010, 396(1):213-220.
- [7] Pourmand P, Wang L, Dvinskikh S V. Assessment of moisture protective properties of wood coatings by a portable NMR sensor [J]. *Journal of Coatings Technology and Research*, 2011, 8(5):649-654.
- [8] Masic A, Chierotti M R, Gobetto R, et al. Solid-state and unilateral NMR study of deterioration of a Dead Sea Scroll fragment [J]. *Analytical Bioanalytical Chemistry*, 2012, 402(4):1551-1557.
- [9] Proietti N, Presciutti F, Tullio V D, et al. Unilateral NMR, ^{13}C CPMAS NMR spectroscopy and micro-analytical techniques for studying the materials and state of conservation of an ancient Egyptian wooden sarcophagus[J]. *Analytical Bioanalytical Chemistry*, 2011, 399(9):3117-3131.
- [10] Blümich B, Perlo J, Casanova F. Mobile single-sided NMR[J]. *Progress in Nuclear Magnetic Resonance Spectroscopy*, 2008, 52(4):197-269.
- [11] Raich, H, Blümmler P. Design and construction of a

- dipolar halbach array with a homogeneous field from identical bar magnets; NMR mandhalas[J]. Concepts in Magnetic Resonance, 2004, 23B(1):16-25.
- [12] Glover P M, Aptaker P S, Bowler J R, et al. A novel high-gradient permanent magnet for the profiling of planar films and coatings [J]. Journal of Magnetic Resonance, 1999, 139(1):90-97.
- [13] 熊国欣,李立本. 核磁共振成像原理[M]. 北京: 科学出版社, 2007.
- [14] 刘福贵,杨庆新. 三维永久磁铁磁场的标量磁位数值计算[J]. 河北工业大学学报, 1997,26(3):49-54.
- LIU Fugui, YANG Qingxin. Magnetic scalar potential finite element method applied in 3-D permanent magnetic fields [J]. Journal of Hebei University of Technology, 1997,26(3):49-54.
- [15] 金建铭. 电磁场有限元方法[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社,1998.
- [16] 王开荣,杨大地. 应用数值分析[M]. 北京: 高等教育出版社,2010.
- (编辑 王维朗)
-
- (上接第 74 页)
- TANG Zhide, WU Mingpeng, YU Xiaochuang, et al. Power supply and electromagnetic simulation of implantable medical devices[J]. Journal of Chongqing University, 2010,33(9):56-61.
- [9] Hackworth S A, Sun M G, Sciabassi R J. Skin-electrode circuit model for use in optimizing energy transfer in volume conduction systems [C] // Proceedings of the 31st Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society, September 3-6, 2009, Minneapolis, Minnesota, USA. Piscataway: IEEE Press, 2009: 4508-4551.
- [10] Grant P F, Lowery M M. Electric field distribution in a finite-volume head model of deep brain stimulation[J]. Medical Engineering & Physics, 2009, 31 (9): 1095-1103.
- [11] 蔡国营,王亚军,谢晶,等. 超级电容器储能特性研究[J]. 电源世界,2009,38(1):33-38.
- CAI Guoying, WANG Yajun, XIE Jing, et al. Research on the energy-storage characteristics of super capacity [J]. The World of Power Supply, 2009, 38(1):33-38.
- [12] Ma J M, Yang Q X, Chen H Y. Transcutaneous energy and information transmission system with optimized transformer parameters for the artificial heart[J]. IEEE Transactions on Applied Superconductivity, 2010, 20(3):798-801.
- [13] 迪丽娜·马合木提,江世臣,张学学,等. 皮肤组织传热过程的研究[J]. 西安交通大学学报, 2006,40(3): 369-372.
- MAHEMUTY Dilina, JIANG Shichen, ZHANG Xuexue, et al. Investigation to heat conduction model in skin tissue[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2006,40(3):369-372.
- [14] 卓子寒,冯礼,王旭飞,等. 直接接触加热治疗皮肤疾病的温度场仿真分析[J]. 航天医学与医学工程,2010, 23(1):42-46.
- ZHUO Zihan, FENG Li, WANG Xufei, et al. Emulating analysis of the temperature field for hyperthermia treatment of skin diseases with direct heating[J]. Space Medicine & Medical Engineering, 2010, 23(1):42-46.
- [15] Federal Communications Commission. Body tissue dielectric parameters[EB/OL]. [2011-01-21]http://transition.fcc.gov/oet/rfsafety/dielectric.html.
- [16] Institute for Applied Physics. Dielectric properties of body tissues[EB/OL]. [2011-01-28] http://niremf.ifac.cnr.it/tissprop/.
- (编辑 王维朗)