

文章编号:1000-582X(2013)05-113-06

# 按非 Fourier 定律分析陶瓷薄膜 受热沉积作用的热力耦合问题

张晓敏, 陈立群, 张 龙

(重庆大学 资源及环境科学学院工程力学系, 重庆 400044)

**摘 要:**考虑热传导的非 Fourier 定律,并且在温度控制方程中计入应变和应力变化的热效应,在应力本构方程中计入了温度变化的影响,得出了各向同性线性热弹性温度梯度非 Fourier 物质的热力双向耦合方程,且对有限厚度陶瓷薄膜,给出了边界受单一脉冲热沉积的典型一维瞬态问题的数值结果。讨论了延迟时间对温度增加量和应力分布的影响。主要结论:对陶瓷类介质,由于热波波速和膨胀波波速有极大的数量级差异,热力耦合对传播速度影响甚微,即以十分接近热波波速和膨胀波波速传播。由于外加作用是以热学量给出的脉冲热沉积,因此传播的主要控制速度是热波波速。传播的力学量属高阶小量。

**关键词:**热力耦合;非傅里叶定律;热沉积;陶瓷薄膜

**中图分类号:**O3

**文献标志码:**A

## Analysis of thermo-mechanical interaction in ceramic membranes subjected to heat deposition using non-Fourier law

ZHANG Xiaomin, CHEN Liqun, ZHANG Long

(Department of Engineering Mechanics, College of Resources and Environmental Science, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

**Abstract:** In the paper, the influence of strain and heat effect caused by the variation of stresses in the temperature governing equation, and the influence of temperature variation in the constitutive equations and the non-Fourier effect of heat conduction are all considered, and the thermo-mechanical equation of isotropy and linear thermo-elastic material including the temperature gradient is deduced. The influence of relax time on the space-time distributions of temperature increment and stresses are discussed in the ceramic membranes with finite thickness for 1-D transient question which subjects to single pulse heat deposition. The result shows that, for the ceramic, the difference of speed between heat wave and expand wave reaches the order of magnitude, and the couple effect of thermo-mechanics has little influence on the speed of propagation. Since the single pulse heat deposition belongs to the thermal physical quantities, the heat wave is the domain speed of propagation, and the mechanical quantities belong to the high-order small quantities.

**Key words:** thermo-mechanical coupling; non-Fourier law; heat deposition; ceramic membrane

**收稿日期:**2012-12-07

**基金项目:**国家自然科学基金资助项目(10802103);重庆市自然科学基金面上项目(CSTC2012JJA00009);中央高校基本科研业务费资助(CDJZR12240069)

**作者简介:**张晓敏(1974-),重庆大学工程力学系副教授,研究方向为固体力学,(E-mail)xiaomin@cqu.edu.cn。

极高温度梯度和极大温度变率情况下热力耦合传播问题是许多现代工程技术领域必须面对的关键性问题,其中最典型的工程领域是大气中运载工具中热防护及失效问题和强激光作用下防护层及失效问题。这是传热学与固体力学关联的问题。要推进热防护技术的进步,从应用基础上需要对极高温度、温度梯度和极高温升率下热力耦合问题的分析原理和方法进行更深层次的研究<sup>[1-3]</sup>。

这个问题涉及对传统的 Fourier 定律的质疑。对 Fourier 定律的质疑起自上世纪中期发现液体 He II 中的第二声现象<sup>[4-5]</sup>即所谓热传导的波传播现象,并且称热的波传播速度为第二声速(相应地称膨胀波传播速度为第一波速)。时至今日,对高强度加热条件下,以及显著细结构材料或非均匀材料常温下的热传导,已确认存在波的传播现象,并测出了一些材料的松弛时间。有的材料的松弛时间达到 30 s<sup>[6]</sup>。

这些问题正是所谓热传导的非 Fourier 现象。于是,对于极大松弛时间,瞬态问题,特别是与强热沉积,极高的温升率,小尺度物体和极短时间间隔相关的热传导问题得到重视<sup>[7-9]</sup>;与此相应,热力耦合问题的研究也得到极大的重视并取得了大量的研究成果<sup>[10-13]</sup>。

笔者同时考虑热传导的非 Fourier 定律、温度控制方程中计入应变和应力变化的影响,讨论极高温度、温度梯度和极高温升率下的热力耦合问题,对有限厚度陶瓷薄膜,给出了边界受脉冲热沉积的典型一维瞬态问题的温度增加量和应力的时空分布。

## 1 理论分析

将所要研究的模型物质称为各向同性线性热弹性温度梯度物质,其本构方程描写为

$$\sigma_{kl} = \lambda \delta_{kl} \varepsilon_{mm} + 2G \varepsilon_{kl} - \beta \delta_{kl} \theta, \quad (1)$$

$$q_j = -k \theta_{,j}, \quad (2)$$

式中: $\sigma_{kl}$ 和 $q_j$ 分别为应力张量和热流矢量; $\theta$ 为即时温度 $T$ 相对参考状态常值温度 $T_0$ 的增加量,即 $\theta = T - T_0$ ;  $k$ 为热传导系数; $\varepsilon_{ji}$ 为小变形应变张量,其与位移分量 $u_j$ 的关系为

$$\varepsilon_{ji} = \frac{(u_{j,i} + u_{i,j})}{2}. \quad (3)$$

应力温度系数 $\beta$ 与Lame弹性常数 $\lambda$ 和 $G$ 、热膨胀系数 $\alpha$ 、泊松比 $\nu$ 以及杨氏模量 $E$ 的关系为

$$\beta = (3\lambda + 2G)\alpha = \frac{\alpha E}{1 - 2\nu}. \quad (4)$$

本构方程(1)、(2)描写的各向同性线性热弹性

温度梯度物质其实就是一种 Fourier 热传导物质。将其中的热传导 Fourier 定律(2)用如下 C-V 型非 Fourier 热传导定律<sup>[14-15]</sup>代替

$$q_j + t_0 \dot{q}_j = -k \theta_{,j}, \quad (5)$$

便得到笔者将要讨论的各向同性线性热弹性温度梯度非 Fourier 物质<sup>[16]</sup>。这里引入的参数 $t_0$ 为延迟时间。

对于一维问题,各场分量与 $x_2, x_3$ 无关,仅与 $x_1$ (= $x$ )和 $t$ 有关,且 $u_2 = u_3 = 0, q_2 = q_3 = 0$ 。记 $u = u_1, q = q_1$ ,控制方程可简化。 $0 \leq x \leq l, 0 \leq t < \Delta t$ :

$$\varepsilon_{11} = u', \quad (6)$$

$$\sigma_{11} = (\lambda + 2G)\varepsilon_{11} - \beta \theta, \quad (7)$$

$$\sigma_{11,1} + \rho(f_1 - \ddot{u}) = 0, \quad (8)$$

$$-q' + R = \rho C_\varepsilon \dot{\theta} + T_0 \beta \dot{\varepsilon}_{11}, \quad (9)$$

$$q(x, t) + t_0 \dot{q}(x, t) = -k \theta'(x, t). \quad (10)$$

这里方程(8)~(10)分别为动量方程,热平衡方程<sup>[17]</sup>和 C-V 型非 Fourier 定律。

将式(6)~(10)结合,得出关于 $u(x, t)$ 和 $\theta(x, t)$ 的微分方程组。 $0 \leq x \leq l, 0 \leq t < \Delta t$ :

$$\frac{\lambda + 2G}{\rho} u''(x, t) - \ddot{u}(x, t) - \frac{\beta}{\rho} \theta'(x, t) + f(x, t) = 0, \quad (11)$$

$$\frac{T_0 \beta}{\rho C_\varepsilon} [\ddot{u}'(x, t) + \frac{1}{t_0} \dot{u}'(x, t)] + \ddot{\theta}(x, t) + \frac{1}{t_0} \dot{\theta}(x, t) - \frac{k}{\rho C_\varepsilon t_0} \theta''(x, t) - \frac{1}{\rho C_\varepsilon t_0} [R(x, t) + \frac{1}{t_0} R(x, t)] = 0. \quad (12)$$

引入记号 $\varepsilon(x, t)$ 表示应变分量 $\varepsilon_{11}(x, t)$ ,

$$\varepsilon(x, t) = \varepsilon_{11}(x, t). \quad (13)$$

微分方程组(11)和(12)又可以写为用应变和温度增加量表示的形式。 $0 \leq x \leq l, 0 \leq t < \Delta t$ :

$$\frac{\lambda + 2G}{\rho} \varepsilon''(x, t) - \ddot{\varepsilon}(x, t) - \frac{\beta}{\rho} \theta''(x, t) + f'(x, t) = 0, \quad (14)$$

$$\frac{T_0 \beta}{\rho C_\varepsilon} [\ddot{\varepsilon}(x, t) + \frac{1}{t_0} \dot{\varepsilon}(x, t)] + \ddot{\theta}(x, t) + \frac{1}{t_0} \dot{\theta}(x, t) - \frac{k}{\rho C_\varepsilon t_0} \theta''(x, t) - \frac{1}{\rho C_\varepsilon t_0} [\dot{R}(x, t) + \frac{1}{t_0} R(x, t)] = 0. \quad (15)$$

这些表达式中用到偏导数简记:

$$\theta'(x, t) = \frac{\partial \theta(x, t)}{\partial x}, \theta''(x, t) = \frac{\partial^2 \theta(x, t)}{\partial x^2},$$

$$\dot{\theta}(x, t) = \frac{\partial \theta(x, t)}{\partial t}, \ddot{\theta}(x, t) = \frac{\partial^2 \theta(x, t)}{\partial t^2}.$$

作为待求函数,分析中可以取用  $(u, \theta)$ ,也可以取用  $(\epsilon, \theta)$ 。算出  $\epsilon(x, t)$  和  $\theta$  后可以按式(7)求出应力分量  $\sigma_{11}$ 。

这里引入了传播尺寸  $l$  和传播持续时间  $\Delta t$ 。连同参数  $\rho, C_e, k, T_0, t_0, E, \nu, \alpha$  一起共 10 个参数,构成一组求解未知函数  $u(x, t)$  和  $\theta(x, t)$  的模型,它的背景正是 C-V 型非 Fourier 热传导介质热力耦合短程一维问题。

## 2 算例及讨论

边界条件:陶瓷薄膜在区间  $0 \leq x \leq l$  两端应力自由,在左端  $x=0$  受单一脉冲热沉积作用,即(见图 1)

$$q(t) = \begin{cases} q_0 \sin(\omega t) & 0 \leq t \leq \pi/\omega, \\ 0 & t > \pi/\omega. \end{cases} \quad (16)$$

这里  $q_0$  和  $\omega$  为已知常量。右端  $x=l$  为绝热状态即  $q=0$ 。

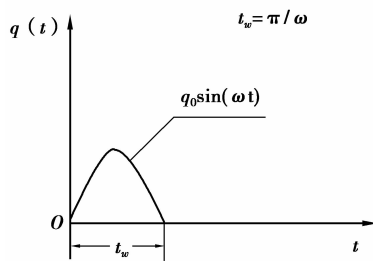


图 1 单一脉冲热沉积示意图

初始条件:

$$\epsilon(x, t) = \theta(x, t) = \dot{\epsilon}(x, t) = \dot{\theta}(x, t) = 0. \quad (17)$$

忽略体力和体热源,又假设各材料参数均为常数,所取模型参数见表 1。

表 1 模型参数

| 参数       | 数值                 | 单位                |
|----------|--------------------|-------------------|
| $\rho$   | 2 500              | kg/m <sup>3</sup> |
| $C_e$    | 900                | J/(kg · K)        |
| $k$      | 2                  | W/(m · K)         |
| $E$      | 17                 | GPa               |
| $\nu$    | 0.14               |                   |
| $\alpha$ | $1 \times 10^{-5}$ | 1/K               |
| $T_0$    | 273                | K                 |

取模型尺寸为  $l=3 \times 10^{-5}$  m,计算时间为  $\Delta t=2 \times 10^{-4}$  s,建立一维问题坐标系  $ox$ ,取  $a, b, c$  三点,其位置分别为  $x=0.2 \times 10^{-5}$  m,  $x=0.4 \times 10^{-5}$  m,

$x=0.6 \times 10^{-5}$  m。

对于延迟时间  $t_0=1 \times 10^{-4}$  s,材料的热波波速和膨胀波波速分别为  $V_2=0.0943$  m/s 和  $V_1=2669.224$  m/s。

图 2 为  $t_0=1 \times 10^{-4}$  s 时不同时间下温度增加量的分布。根据非 Fourier 介质的热力耦合传播理论,热学量和力学量是以波的形式传播,在波尚未传播到的区域其温度变化为零。由于热波波速和膨胀波波速有极大的数量级差异,主要外加作用以热学量给出,热力耦合对传播速度影响甚微,即以十分接近热波波速和膨胀波波速传播。

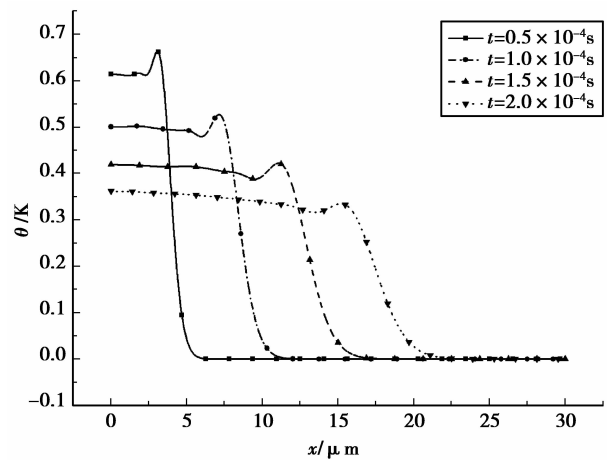


图 2  $t_0=1 \times 10^{-4}$  s 时不同时间下温度增加量的分布

传播根据材料参数计算出的热波速度为  $V_2=0.0943$  m/s,其在  $x$  方向传播的距离为  $x=V_2 t$ ,在  $t=0.5 \times 10^{-4}$  s,  $t=1.0 \times 10^{-4}$  s,  $t=1.5 \times 10^{-4}$  s,  $t=2.0 \times 10^{-4}$  s 所对应的传播距离为分别为  $x=4.7 \times 10^{-6}$  m,  $x=9.4 \times 10^{-6}$  m,  $x=1.4 \times 10^{-5}$  m,  $x=1.9 \times 10^{-5}$  m。从图中可以看出  $t=0.5 \times 10^{-4}$  s,  $t=1.0 \times 10^{-4}$  s,  $t=1.5 \times 10^{-4}$  s,  $t=2.0 \times 10^{-4}$  s 时刻,其分别在  $x=4.7 \times 10^{-6}$  m,  $x=9.4 \times 10^{-6}$  m,  $x=1.4 \times 10^{-5}$  m,  $x=1.9 \times 10^{-5}$  m 附近具有一个温度突变,并随着时间的推移该温度突变变得越来越平缓,并且热扰动的区域为有限区域,在超出热波传播的这个区域,还没受到热扰动的作用;由于热的扩散,随着时间的推移其温度增加量越来越低,然而其波形保持不变,当  $t \rightarrow \infty$  时,温度的突变将消失,最终整个薄膜的温度将趋于一致;由此说明热是波的形式传播,其以有限的速度传播且速度  $V_2=0.0943$  m/s。

图 3 给出了  $t_0=1 \times 10^{-4}$  s 时  $x$  轴上  $o, a, b, c$  四点的温度增加量随时间的变化曲线,  $a, b, c$  的坐标为  $x=0.2 \times 10^{-5}$  m,  $x=0.4 \times 10^{-5}$  m,  $x=0.6 \times 10^{-5}$  m;根据热波波速  $V_2=0.0943$  m/s,可知热波

传播到  $a, b, c$  时的时刻分别为  $t = 2.1 \times 10^{-5} \text{ s}$ ,  $t = 4.2 \times 10^{-5} \text{ s}$ ,  $t = 6.4 \times 10^{-5} \text{ s}$ 。从图3中可以看出在时刻  $t = 2.1 \times 10^{-5} \text{ s}$ ,  $t = 4.2 \times 10^{-5} \text{ s}$ ,  $t = 6.4 \times 10^{-5} \text{ s}$  分别在  $a, b, c$  三点温度开始发生变化, 由于热是以波的形式传播, 其温度变化的趋势与边界点  $o$  一致, 且由于热的耗散, 距离边界点  $o$  越远的点其温度越小。

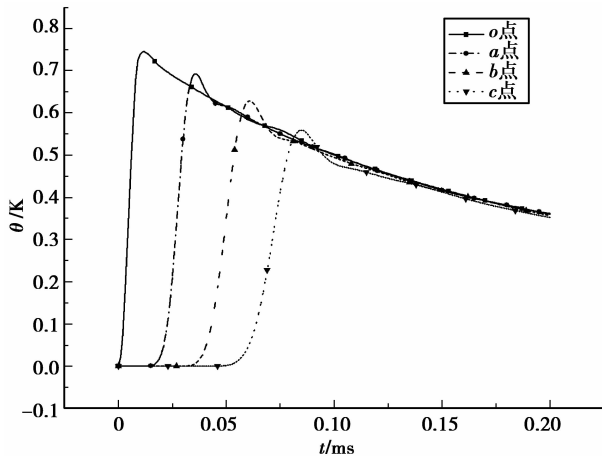


图3  $t_0 = 1 \times 10^{-4} \text{ s}$  时  $x$  轴上  $o, a, b, c$  四点的温度增加量随时间的变化曲线

图4给出了  $t_0 = 1 \times 10^{-4} \text{ s}$  时不同时间下的应力分布, 由于两边界都为自由边界, 其两端的应力始终为零, 对于给定的时刻  $t = 0.5 \times 10^{-4} \text{ s}$ ,  $t = 1.0 \times 10^{-4} \text{ s}$ ,  $t = 1.5 \times 10^{-4} \text{ s}$ ,  $t = 2.0 \times 10^{-4} \text{ s}$ , 应力分别在  $x = 4.7 \times 10^{-6} \text{ m}$ ,  $x = 9.4 \times 10^{-6} \text{ m}$ ,  $x = 1.4 \times 10^{-5} \text{ m}$ ,  $x = 1.9 \times 10^{-5} \text{ m}$  附近发生突变, 这与温度突变的位置一致, 并且随着时间的推移, 应力突变越来越小, 当时刻足够大时, 应力的突变将随着温度突变的消失而消失。

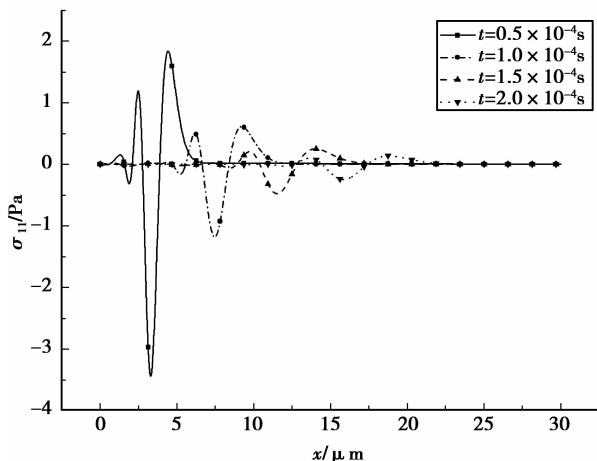


图4  $t_0 = 1 \times 10^{-4} \text{ s}$  时不同时间下的应力分布

图5给出了  $t_0 = 1 \times 10^{-4} \text{ s}$  时  $x$  轴上点  $a, b, c$  的应力随时间的变化曲线。从图中可以看出应力在热沉积开始作用在边界上时就已经产生突变, 而从图3中可以看出温度增加量并没有从开始时刻发生突变, 这说明在给定的材料, 给定的边界条件下应力、应变对温度的影响甚微, 这仍是由于热波波速和膨胀波波速有极大的数量级差异, 且主要外加作用以热学量给出。在热波没有传播到的区域, 膨胀波早已在薄膜中往返很多次了, 而应力产生的突变正是由于膨胀波往返传播的叠加作用, 这种作用随着时间的推移很快就变得越来越小了。

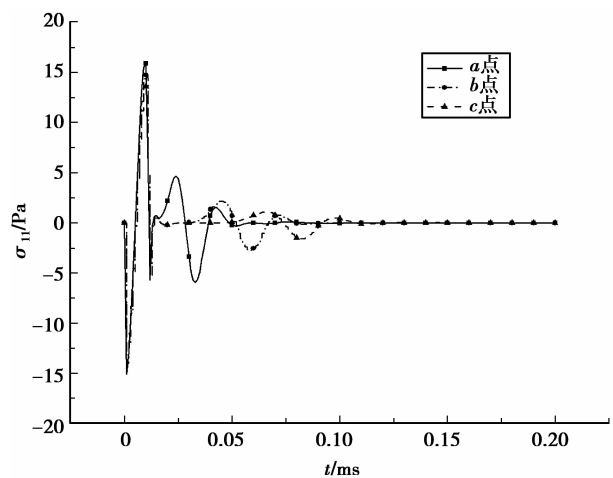


图5  $t_0 = 1 \times 10^{-4} \text{ s}$  时  $x$  轴上点  $a, b, c$  的应力随时间的变化曲线

类似的计算可以证明, 如果材料的第一声速和第二声速差别不很大, 且  $l, V_1 \Delta t$  和  $V_2 \Delta t$  属同一数量级, 那么热力耦合对传播速度影响甚大, 即以高于热波波速和低于膨胀波波速传播。如果这两组波速属同一数量级, 相应的温度增加量  $\theta$  和位移  $u$  的时空分布将明显地表现双向热力耦合现象<sup>[18-19]</sup>。然而陶瓷类材料不属于这类材料。

图6为延迟时间为  $t_0 = 1.0 \times 10^{-4} \text{ s}$ ,  $t_0 = 1.5 \times 10^{-4} \text{ s}$ ,  $t_0 = 2.0 \times 10^{-4} \text{ s}$  下  $t = 2 \times 10^{-4} \text{ s}$  时的温度分布, 对应于延迟时间为  $t_0 = 1.0 \times 10^{-4} \text{ s}$ ,  $t_0 = 1.5 \times 10^{-4} \text{ s}$ ,  $t_0 = 2.0 \times 10^{-4} \text{ s}$  时的热波波速分别为  $V_2 = 0.0943 \text{ m/s}$ ,  $V_2 = 0.0943 \text{ m/s}$ ,  $V_2 = 0.0943 \text{ m/s}$ , 其在  $t = 2.0 \times 10^{-4} \text{ s}$  时热传播的距离分别为  $x = 1.9 \times 10^{-5} \text{ m}$ ,  $x = 1.5 \times 10^{-5} \text{ m}$ ,  $x = 1.3 \times 10^{-5} \text{ m}$ 。可以看出延迟时间越小, 热波波速越大, 在  $t = 2.0 \times 10^{-4} \text{ s}$  时热扰动的区域越大。各延迟时间的边界条件是一致的, 根据能量守恒, 热扰动区域越大其温度越小, 即在相同时刻, 延迟时间越大, 热扰动区域温度增加越小。

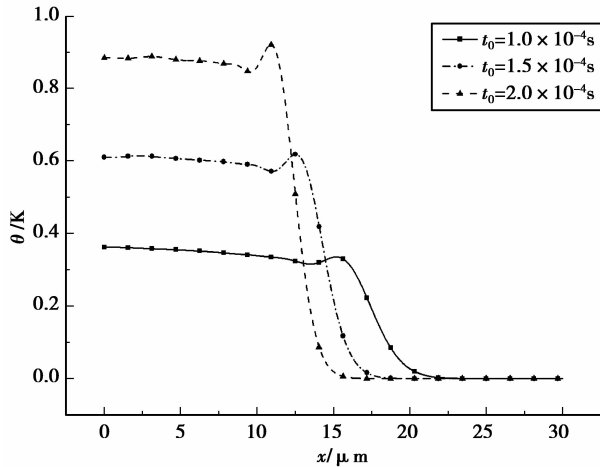


图6 不同延迟时间下  $t=2 \times 10^{-4}$  s 时温度增加量分布

图7为延迟时间为  $t_0=1.0 \times 10^{-4}$  s,  $t_0=1.5 \times 10^{-4}$  s,  $t_0=2.0 \times 10^{-4}$  s 下  $t=2 \times 10^{-4}$  s 时的应力分布,可以看出应力发生突变的位置与温度发生突变的位置一致,在时刻  $t=2 \times 10^{-4}$  s,延迟时间越小,应力突变越小,且应力发生突变的位置距离边界点  $o$  越远。

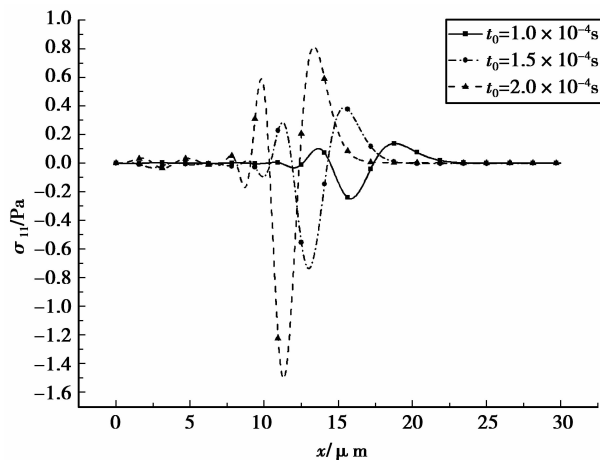


图7 不同延迟时间下  $t=2 \times 10^{-4}$  s 时的应力分布

### 3 结 语

考虑热传导的非 Fourier 定律,并且在温度控制方程中计入应变和应力变化的热效应,在应力本构方程中计入了温度变化的影响,得出了各向同性线性热弹性温度梯度非 Fourier 物质的热力双向耦合方程,且对有限厚度陶瓷薄膜,给出了边界受单一脉冲热沉积的典型一维瞬态问题的数值结果。

通过分析计算结果得出的结论主要是:

1) 由于热波波速和膨胀波波速有极大的数量级

差异,热力耦合对传播速度影响甚微,即以十分接近热波波速和膨胀波波速传播。由于外加作用是以热学量给出的脉冲热沉积,因此传播的主要控制速度是热波波速。传播的力学量属高阶小量。

2) 在给定时刻热扰动的区域是有限的,且随着时间的推移,热扰动的区域增大,其区域为  $x=V_2t$ ,且在  $x=V_2t$  处温度发生突变,而这种突变随着时间的增大而变得平缓。

3) 在温度发生突变处,应力也具有突变,且应力的突变随着温度的突变变得平缓而平缓。

### 参考文献:

- [1] Tamma K K, Zhou X M. Macroscale and microscale thermal transport and thermo-mechanical interactions: some noteworthy perspectives[J]. Journal of Thermal Stresses, 1998, 21(3/4):405-449.
- [2] 李名锐, 胡汉平. 短脉冲激光辐照的非傅里叶热力耦合效应[J]. 中国激光, 2009, 36(8): 2004-2008. LI Mingrui, HU Hanping. Effects of nonfourier thermal-mechanical coupling in materials irradiated by short-pulse laser[J]. Chinese Journal of Lasers, 2009, 36(8): 2004-2008.
- [3] 尹益辉, 王伟平, 陈裕泽. 激光辐照下多层圆柱体中三维瞬态温度场的解析解[J]. 爆炸与冲击, 2008, 28(1):44-49. YIN Yihui, WANG Weiping, CHEN Yuze. Analytical solutions of 3D transient temperature field in a multilayer cylinder irradiated by high power laser beam[J]. Explosion and Shock Waves, 2008, 28(1):44-49.
- [4] Landau L D. The theory of superfluidity of helium II[J]. Physical Review, 1941, 60(4):356-358.
- [5] Peshkov V. Second sound in helium II [J]. Journal of Physics, 1944, 381(8):71.
- [6] Jackson H E, Walker C T. Second Sound in NaF[J]. Physical Review Letters, 1970, 25(1): 26-28.
- [7] Jackson H E, Walker C T. Thermal conductivity, second sound and phonon-phonon interactions in NaF[J]. Physical Review B, 1971, 3(4):1428-1439.
- [8] 黄海明, 孙岳. 脉冲强激光辐照下材料响应的非傅里叶效应[J]. 强激光与粒子束, 2009, 21(6): 808-812. HUANG Haiming, SUN Yue. Non-fourier response of target irradiated by multi-pulse high power laser[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2009, 21(6): 808-812.
- [9] 杨洪钦, 陈建玲, 王喻华, 等. 激光辐照生物组织傅里叶与非傅里叶热传导效应[J]. 中国激光, 2009, 36(10): 2582-2586. YANG Hongqin, CHEN Jianling, WANG Yuhua, et al. Fourier and non-fourier heat conduction effects in biological tissue under laser irradiation [J]. Chinese

- Journal of Lasers, 2009, 36(10): 2582-2586.
- [10] 张士元,郑百林,贺鹏飞. 基于非傅立叶热传导半无限大体热冲击力学分析[J]. 力学季刊, 2009, 30(3): 420-426.  
ZHANG Shiyuan, ZHENG Bailin, HE Pengfei. Mechanics analysis of semi-infinite body under thermal shock with non-fourier model[J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 2009, 30(3): 420-426.
- [11] 许光映,唐志波. 热冲击空心柱内温度场的非傅里叶效应研究[J]. 机械强度, 2011, 33(3): 379-383.  
XU Guangying, TANG Zhibo. Non-fourier heat conduction in the hollow cylinder subjected to boundary thermal shock [J]. Journal of Mechanical Strength, 2011, 33(3): 379-383.
- [12] Rogers S J. Transport of heat and approach to second sound in some isotropically pure alkali-halide crystals[J]. Physical Review B, 1971, 3(7): 1440-1457.
- [13] Hosseini S M, Shahabian F. Transient analysis of thermo-elastic waves in thick hollow cylinders using a stochastic hybrid numerical method, considering Gaussian mechanical properties [J]. Applied Mathematical Modelling, 2011, 35(10): 4697-4714.
- [14] Tzou D Y. A unified field approach for heat conduction from micro-to-macro scales [J]. Journal of Heat Transfer, 1995, 117(1): 8-16.
- [15] 刘静. 微米/纳米尺度传热学[M]. 北京: 科学出版社, 2003.
- [16] 张晓敏,严波,彭向和,等. 偶应力理论的等效量定义[J]. 应用力学学报, 2008, 25(4): 683-686.  
ZHANG Xiaomin, YAN Bo, PENG Xianghe, et al. Definitions of couple stress and field equivalent measurement [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2008, 25(4): 683-686.
- [17] Fung Y C. Foundations of solid mechanics: international series in dynamics[M]. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1965.
- [18] 张晓敏. 强热沉积下热力耦合问题研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2006.
- [19] 张晓敏,张培源,彭向和. 三相有限延迟型非 Fourier 介质热力耦合传播模式和群速度[J]. 应用力学学报, 2005, 22(4): 511-516.  
ZHANG Xiaomin, ZHANG Peiyuan, PENG Xianghe. Thermo-mechanical coupling transport model and group speed in three-phase-finite lag non-fourier media [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2005, 22(4): 511-516.

(编辑 郑洁)

~~~~~

(上接第 106 页)

- [14] Wu F Q, Wang S J. A stress-strain relation for jointed rock masses [J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2001(38): 591-598.
- [15] Bringkman J R. An experimental study of the effects of shock and gas penetration in blasting[C]//Proceedings of the 3rd International Symposium on Rock Fragmentation by Blasting-Flagblast, August 26-31, 1990, Brisbane, Australia. [S. l.]: Australasian Institute of Mining and Metallurgy, 1990: 55-66.
- [16] 王汉军,付跃升,蓝成仁. 定向致裂爆破法在煤矿瓦斯抽放中的应用研究[J]. 安全与环境学报, 2001, 1(4): 50-52.  
WANG Hanjun, FU Yuesheng, LAN CHENG Ren. Application of direction split blasting on gas taking out in coal mine[J]. Journal of Safety and Environment, 2001, 1(4): 50-52.
- [17] 傅雪海,王文峰,岳建华,等. 枣庄八一矿瓦斯中 H<sub>2</sub>S 气体异常成因分析[J]. 煤炭学报, 2006, 31(2): 206-210.  
FU Xuehai, WANG Wenfeng, YUE Jianhua, et al. Genesis analyses of H<sub>2</sub>S gas abnormality in gas of Baiyi coal mine in Zaozhuang [J]. Journal of China Coal Society, 2006, 31(2): 206-210.
- [18] 刘平,胡敏. 煤矿硫化氢的形成机理及综合防治措施[J]. 中州煤炭, 2009(5): 69-70.  
LIU Ping, HU Min. Formation mechanism of sulfureted hydrogen in coal mine and comprehensive control countermeasures [J]. Zhongzhou Coal, 2009 (5): 69-70.
- [19] 王可新,傅雪海. 煤矿瓦斯中 H<sub>2</sub>S 异常的治理方法分析[J]. 煤炭科学技术, 2007, 35(1): 94-96.  
WANG Kexin, FU Xuehai. Analysis on control method of H<sub>2</sub>S anomaly in mine gas [J]. Coal Science and Technology, 2007, 35(1): 94-96.
- [20] 冯周卫,李立,王兴浩,等. 超前探水注浆以及预防 H<sub>2</sub>S 技术的应用[J]. 煤炭技术, 2006, 25(8): 101-102.  
FENG Zhouwei, LI Li, WANG Xinghao, et al. Application of H<sub>2</sub>S technique beforehand explore water and inject cement slurry and prevention [J]. Coal Technology, 2006, 25(8): 101-102.

(编辑 郑洁)