

文章编号: 1000-582X(2013)05-119-05

## Hurst 指数分析地震震级趋势

谭海霞<sup>1</sup>, 王宏图<sup>2</sup>, 陈 林<sup>3</sup>

(1. 云南民族大学管理学院, 昆明 650500; 2. 重庆大学 西南资源开发及环境灾害控制工程教育部重点实验室, 重庆 400044; 3. 云南省地质矿产勘查院, 昆明 650051)

**摘 要:** 应用 Hurst 指数及分形维  $D$ 、相关系数  $C$  和  $V$  统计量图形以及散点图和拟合趋势线方法, 分析全球 7.0 级以上地震震级序列, 发现该序列是分形布朗运动, 均值回复过程(粉红噪声, 反持续性, 逆状态持续性), 且具频繁的逆转突变性或易变性, 长期情况下其震级呈现极微弱的下降趋势。可供地震研究和安全研究工作参考。

**关键词:** 地震; Hurst 指数; 时间序列分析; 分形布朗运动; 反持续性

**中图分类号:** TU391; P315.9

**文献标志码:** A

### Application of Hurst exponent to analyzing the trend of earthquake magnitude

TAN Haixia<sup>1</sup>, WANG Hongtu<sup>2</sup>, CHEN Lin<sup>3</sup>

(1. School of Management, Yunan University of Nationalities, Kunming 650500, China; 2. Key Laboratory for the Exploitation of Southwest Resources and Environmental Disaster Control Engineering, Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing 400044, China; 3. Exploration Institute of Geology and Mineral Resources of Yunnan, Kunming 650051, China)

**Abstract:** The sequence of global earthquake magnitude of 7.0 and more than 7.0 is analyzed by the methods of Hurst exponent, fractal dimension  $D$ , correlation coefficient  $C$  and  $V$ -statistics and the scatter diagram and fitting trend line. The results show that this sequence is a fractional Brownian motion, mean reversion process (pink noise, anti-persistence and persistence against the state), and with a frequent reversal mutation or volatility. In the long case, the magnitude shows a very slight downward trend. Conclusion of the study can provide reference for seismic studies and safety studies.

**Key words:** earthquakes; Hurst exponent ( $H$ ); time series analysis; fractional Brownian motion; anti-persistence

地震活动具有复杂性, 用传统的线性动力学理论来刻画复杂系统已显得越来越局限, 而非线性科学的理论去描述和研究复杂系统已成为近年来的热点。R/S 时间序列分析方法作为非线性时间序列

分析方法之一自 1965 年由 Hurst 提出以来, 已被广泛应用于研究分子布朗运动(FBM)和自然现象的分形特征, R/S 时间序列分析方法在地震学及地震预报中也有了一定的应用<sup>[1-4]</sup>。这些研究都各有特

收稿日期: 2012-12-07

基金项目: 国家自然科学基金(51104155); 重庆市科委自然科学基金计划资助项目(CSTC2012JJB00005); 重庆市国土局项目(2009-01)

作者简介: 谭海霞(1977-), 女, 重庆大学博士研究生, 主要从事安全工程、地质灾害等方面的研究, (E-mail)haix@cqu.edu.cn。

点,各有侧重,而关于地震震级变化趋势的分析大多是基于统计学,用平均值、均方差等统计特征量描述某地区过去不同震级地震发生的总体情况和涨落等特征<sup>[5-6]</sup>。大地震对人类的威胁极大,研究地震震级的变化趋势对地震研究和安全研究工作都有参考作用。笔者应用赫斯特指数(Hurst exponent)方法分析全球 7.0 级以上地震震级的变化趋势,旨在探讨地震震级变化趋势异常表现形态的客观性。

## 1 数据来源及震级总体趋势

从文献[7]取得全球 7.0 级以上地震震级数据,数据时期为 1898 年 4 月 15 日 7 点 12 分的 7.3 级地震到 2011 年 1 月 3 日 4 点 20 分 18 秒的智利中部 7.1 级地震,共计 2 194 个震级数据。数据总体趋势见图 1,从左至右是 1898 年往 2011 年方向, $X$  为地震发生顺序值, $Y$  为相应震级,趋势线为  $Y = -0.000\ 07X + 7.399$ ,斜率为  $-0.000\ 07$ ,即全球 7.0 级以上地震震级趋势有 10 万分之 7 的下降趋势,与“地球自转长期减慢”<sup>[8]</sup>相符合(地球自转影响地质构造应力及于影响地震震级)。

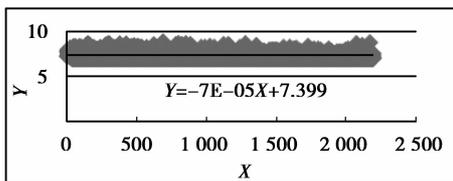


图 1 地震震级数据散点图及趋势线

## 2 Hurst 指数及相关概念

H. E. Hurst(1900—1978)在研究尼罗河水库水流量和贮存能力的关系时,发现用有偏的随机游走(分形布朗运动)能更好地描述水库的长期存贮能力,并用重标极差( $R/S$ )分析方法建立 Hurst 指数( $H$ ),作为判断时间序列数据遵从随机游走还是有偏的随机游走过程的指标。

### 2.1 重标极差法

重标极差法(rescaled range analysis,  $R/S$ )由 Hurst 提出,后经 Mandelbrot 补充和完善<sup>[9-13]</sup>,已经广泛地应用于判断时序的分形特征及长程相关性,区分随机与非随机系统,并确定趋势性的持续和强度。基本分析原理如下。

设震级时间序列为  $X = X_1, X_2, \dots, X_n$ ,则  $X$  序列的均值和标准差为:

$$\bar{X} = \frac{(X_1 + \dots + X_n)}{n}, \quad (1)$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}, i = 1, 2, \dots, n. \quad (2)$$

对数据进行标准化处理得序列  $Z, \bar{Z} = 0$ :

$$Z_i = \frac{X_i - \bar{X}}{S}, i = 1, 2, \dots, n, \quad (3)$$

由  $Y_1 = Z_1 - Z_i, i = 2, \dots, n; Y_2 = Z_2 - Z_i, i = 3, \dots, n; \dots Y_{n-1} = Z_{n-1} - Z_n$  得  $(n-1)$  个时间数据序列  $Y_i, i = 1, 2, \dots, n-1$ ,计算极差序列  $R_1, \dots, R_{n-1}$ :

$$R_i = \max(Y_i) - \min(Y_i), i = 1, 2, \dots, n-1. \quad (4)$$

计算  $Y_i$  的标准差  $S_i$ ,样本数为  $n_i$ ,并计算重标极差  $R/S$ ,得  $\left(\frac{R}{S}\right)_i, i = 1, 2, \dots, n-1$ 。

不同时间尺度对应不同的重标度极差  $(R/S)_n$ 。Mandelbrot 证明  $\log(R/S)_n$  与  $\log(n)$  之间存在线性关系:

$$\log\left(\frac{R}{S}\right)_n = H \cdot \log(n) + \log(b). \quad (5)$$

以  $\log(n)$  为自变量、 $\log(R/S)_n$  为因变量作双对数坐标散点图,采用最小二乘估计拟合直线,直线斜率  $H$  值即为 Hurst 指数, $b$  为常数,表征系统固有特性。

### 2.2 V 统计量

$V$  统计量是由 Hurst 提出,后经 Peters 改进,用于测量序列“长期记忆”的长度,其定义式为<sup>[11-14]</sup>:

$$V_n = \frac{\left(\frac{R_n}{S_n}\right)}{\sqrt{n}}. \quad (6)$$

其特征为:1)独立随机过程的时间序列, $V_n$  关于  $\log(n)$  的曲线是一条水平直线。2)如果序列具有状态持续性,即当  $H > 0.5$  时, $V_n$  关于  $\log(n)$  的曲线向上倾斜。3)如果序列具有逆状态持续性,即当  $H < 0.5$  时, $V_n$  关于  $\log(n)$  的曲线向下倾斜。4)当  $V_n$  关于  $\log(n)$  的曲线形状改变时,就产生了突变,长期记忆消失。用  $V$  统计量曲线可以直观地看出一个时间序列某一时刻的值对以后值的影响时间的界限。

### 2.3 相关系数 C 和分形维 D

为了度量现在对未来的影响,Mandelbrot 于 1968 年引入一个相关性度量指标<sup>[11-14]</sup>:

$$C = 2^{(2H-1)} - 1. \quad (7)$$

时间序列分形维  $D$  与 Hurst 指数有以下关系<sup>[15-16]</sup>:

$$D = 2 - H. \quad (8)$$

时间序列的分形维在 1 和 2 之间。随机游动的累积变化的分形维数是 1.50,一条线的分形维数是 1.0,一个几何平面的分形维数是 2.0。

1)当  $C=0, H=0.5, D=1.5$ , 是布朗运动的 Hurst 指数和维数, 变量之间是相互独立的, 相应的相关系数是零, 现在不会影响未来, 因此时间序列是随机的。

2)当  $-0.5 \leq C < 0, 0 \leq H < 0.5, D > 1.5$ , 变量之间是负相关的, 称之为反持续性的、遍历性的或均值回复的时间序列。如果某一时刻, 序列向上(下), 那么下一刻, 它可能反转向下(上)。由于频繁出现逆转, 因此反持续性的时间序列具有比随机噪声更剧烈的波动性。

3)当  $0 < C \leq 1, 0.5 < H \leq 1, D < 1.5$ , 是持续性或分形时间序列, 波动比较平缓, 其变量之间不是相互独立的, 而是正相关的。时间序列具有持久性或趋势增强性的特性, 如果某一时刻, 序列向上(向下), 那么, 下一时刻, 它可能继续向上(下)。H 越接近 1, 这种持续性越强。这种正相关性, 即长期记忆结构, 使得时间序列在时间现实方面显示自相似性, 即在不同时间尺度上有类似的统计特性。

#### 2.4 Hurst 指数判断依据

Hurst 指数的取值范围为  $0 < H \leq 1$ , 根据 H 的不同取值, 即可区分系统属性, 判断时间序列的相关性质<sup>[9-13]</sup>。

1)当  $0 \leq H < 0.5$ , 系统是反持久的或遍历性的, 经常被称为均值回复的。一个系统如果在前一个期间是向上(下)走的, 则在下一个期间多半向下(上)走, 这种反持久性行为的强度依赖于 H 距离零有多近, 距离零越近,  $C=2^{(2H-1)}-1$  中的 C 就越接近于 -0.5, 负相关, 这种时间序列具有比随机序列更强的突变性或易变性, 它是由频繁出现的逆转构成的。

2)当  $H=0.5$ , 标志着序列是随机的, 事件是随机的和不相关的。

3)当  $0.5 < H \leq 1$ , 是一个持久的或趋势性增强的序列。如果序列在前一个期间是向上(下)走的, 则在下一个期间将继续向上(下)走, 趋势明显。趋势增强行为的强度或持久性, 随 H 接近于 1 或  $C=2^{(2H-1)}-1$  的相关性而增加。H 越接近 0.5, 其噪声就越大, 趋势也就越不确定。持久性序列是分形布朗运动或有偏随机游动, 偏倚的强度依赖于 H 比 0.5 大多少。

随机的打乱序列次序计算 Hurst 指数。

1)如果序列是一个真正独立的序列, 没有长期记忆效应或相关性, 那么, Hurst 指数性质保持不变, 打乱序列次序对于序列的定性方面没有影响。

2)如果有长期记忆效应, 那么, 打乱序列次序将

破坏系统的结构, 计算的 Hurst 指数 H 值有明显差别或接近 0.5。

### 3 计算与分析

#### 3.1 计算变量数据

根据式(1)~(6)对 2011 年 1 月 3 日到 1898 年 4 月 15 日全球 7.0 级以上地震震级数据进行 R/S 分析, 重标极差 R/S、样本数 n、V 等值如表 1。

表 1 变量数据情况表

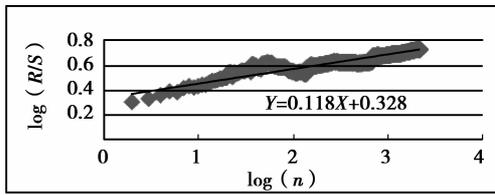
i	n	R/S	log(n)	log(R/S)	V
1	2193	5.364352	3.341237	0.729517	0.114525
2	2192	5.363609	3.341039	0.729457	0.114535
3	2191	5.362866	3.340841	0.729397	0.114545
4	2190	5.362396	3.340642	0.729359	0.114561
5	2189	5.361231	3.340444	0.729265	0.114563
6	2188	5.360012	3.340246	0.729166	0.114563
7	2187	5.359797	3.340047	0.729148	0.114584
8	2186	5.358717	3.339849	0.729061	0.114587
9	2185	5.358503	3.33965	0.729043	0.114609
10	2184	5.357759	3.339451	0.728983	0.114619
11	2183	5.356592	3.339253	0.728889	0.114620
12	2182	5.355847	3.339054	0.728828	0.114631
13	2181	5.354766	3.338855	0.728740	0.114634
14	2180	5.354552	3.338656	0.728723	0.114656
15	2179	5.353471	3.338456	0.728635	0.114659
16	2178	5.353258	3.338257	0.728618	0.114680
17	2177	5.353046	3.338058	0.728601	0.114702
18	2176	5.352566	3.337858	0.728562	0.114718
19	2175	5.352354	3.337659	0.728545	0.114740
20	2174	5.351182	3.337459	0.728450	0.114741
21	2173	5.350436	3.337260	0.728389	0.114752
...	...	...	...	...	...

#### 3.2 计算 Hurst 指数及分形维 D 和相关系数 C

##### 3.2.1 计算 Hurst 指数

根据表 1 数据绘制  $\log(R/S)$  与  $\log(n)$  图, 见图 2, 得趋势线

$$\log\left(\frac{R}{S}\right)_n = 0.118 \cdot \log(n) + 0.328. \quad (9)$$

图 2  $\log(R/S)$ 与  $\log(n)$ 图及趋势线

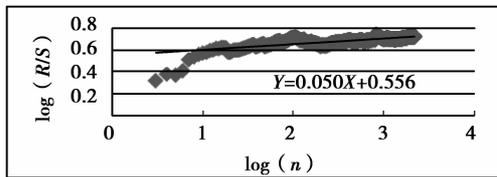
全球 7.0 级以上地震震级序列具有以下特征:

1)  $H=0.118 < 0.5$ , 是反持久的或遍历性的均值回复过程。2)  $D=1.882$ , 是分形维, 是一个有更多的逆转的系统。3) 相关系数  $C = 2^{(2H-1)} - 1 = -0.411$ , 为负相关, 且较接近  $-0.5$ , 是反持续性的时间序列, 具有比随机噪声更剧烈的波动性。

### 3.2.2 打乱序列次序后计算 Hurst 指数

打乱序列次序的  $\log(R/S)$  与  $\log(n)$  图, 见图 3, 得趋势线

$$\log\left(\frac{R}{S}\right)_n = 0.050 \cdot \log(n) + 0.556. \quad (10)$$

图 3 打乱数据序列次序的  $\log(R/S)$ 与  $\log(n)$ 图及趋势线

由图 3 可知: 1) Hurst 指数  $H=0.050 < 0.5$ , 是反持久的或遍历性的均值回复过程。2)  $D=1.950$ , 是分形维, 是一个有更多的逆转的系统。3) 相关系数  $C = 2^{(2H-1)} - 1 = -0.464$ , 为负相关, 且较接近  $-0.5$ , 是反持续性的时间序列, 具有比随机噪声更剧烈的波动性。

根据 Hurst 指数判据, 打乱序列次序后的 Hurst 指数性质保持不变, 说明全球 7.0 级以上地震震级序列是一个真正独立的序列, 没有长期记忆效应或相关性, 打乱序列次序对于序列的定性方面没有影响。

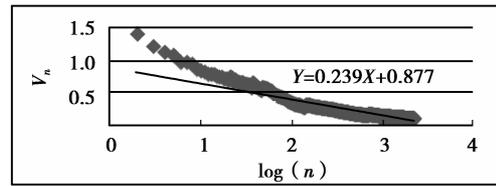
### 3.3 $V$ 统计量曲线图

根据表 1 中  $V$  及  $\log(n)$  数据, 做  $V_n$  关于  $\log(n)$  的曲线图如图 4, 得趋势线

$$V_n = -0.239 \log(n) + 0.877. \quad (11)$$

曲线是向下倾斜的, 全球 7.0 级以上地震震级

序列具有逆状态持续性。

图 4  $V_n$  关于  $\log(n)$  的曲线图及趋势线

## 4 结 语

应用基于  $R/S$  的 Hurst 指数分析法, 探讨了全球 7.0 级以上地震震级序列的变化趋势, 得到了一些有意义的结论, 可供地震研究和安全研究工作参考。

1) 地球自转减慢导致的构造应力减弱是地震震级下降的重要原因, 地震震级长期情况下有下降趋势, 且是长期的极缓慢的过程。

2) 依据  $R/S$  分析法计算的 Hurst 指数可知, 全球 7.0 级以上地震震级时间序列的 Hurst 指数均在  $(0, 0.5)$  范围之内, 表明该序列过程是分形布朗运动, 粉红噪声(反持续性)即均值回复过程。  $H=0.118$  较接近于 0, 因此该时间序列具有较强的反持久性。相关系数  $C=-0.411$ , 为负相关, 且较接近于  $-0.5$ , 该时间序列具有比随机序列更强的突变性或易变性, 且由频繁出现的逆转构成。

3) 打乱序列次序后  $H=0.050$ , 更接近于 0, 仍是分形布朗运动状况, 粉红噪声(反持续性)即均值回复过程属性不变。  $V_n$  关于  $\log(n)$  的曲线向下倾斜, 表明全球 7.0 级以上地震震级序列具有逆状态持续性, Hurst 指数分析得出的分形布朗运动、粉红噪声(反持续性)即均值回复过程是有效的。

通过对全球 7.0 级以上地震震级序列的长期相关性与持久性的分析表明, 发生 7.0 级以上地震长期情况下有极缓慢下降趋势, 而这一趋势又具有极强的反持久性, 因此短期内表现出频繁逆转。

### 参考文献:

- [1] 赵翠萍, 王海涛. 中国大陆部分大震前 Hurst 指数异常变化特征[J]. 内陆地震, 2001, 15(4): 331-337.  
ZHAO Cuiping, WANG Haitao. Anomalous features of Hurst exponent before some large earthquakes in China mainland[J]. Inland Earthquake, 2001, 15(4): 331-337.
- [2] 李娟, 陈颢. 地震活动性参数的变尺度(R/S)分析[J]. 地震学报, 2001, 23(2): 143-150.

- LI Juan, CHEN Yu. Rescaled range(R/S) analysis on seismic activity parameters [J]. Acta Seismologica Sinica, 2001, 23(2): 143-150.
- [3] 郭德科. 地震频次的 Hurst 指数在地震预报中的应用[J]. 华北地震科学, 2002, 20(3): 44-49.  
GUO Deke. Application of Hurst index of earthquake frequency in the prediction of earthquake[J]. North China Earthquake Sciences, 2002, 20(3): 44-49.
- [4] Jiménez A. Comparison of the Hurst and DEA exponents between the catalogue and its clusters: the California case[J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2011, 390(11): 2146-2154.
- [5] 陈椿庭. 中国六级以上强震史料的分档整理和统计[J]. 水利学报, 2003(12): 1-11.  
CHEN Chunting. Analysis on historical data of strong earthquake in China [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2003(12): 1-11.
- [6] Jiménez M J, Garcia-Fernandez M, Romero J. 1989-1995 earthquake sequences in the Galeras volcano region, SW Colombia, and possible volcano-earthquake interactions[J]. Tectonophysics, 2009, 463(1/2/3/4): 47-59.
- [7] 云南省昭通市防震减灾局地震信息系统. 全球 7.0 级以上地震信息[EB/OL]. [2011-01-05]. [http://www.eqzt.com/eqzt/seis/view\\_world.php?dzml=world7](http://www.eqzt.com/eqzt/seis/view_world.php?dzml=world7).
- [8] 马利华, 韩延本, 尹志强. 全球强震的分布及其与地球自转速率变化的关系[J]. 天文研究与技术, 2007, 4(4): 406-411.  
MA Lihua, HAN Yanben, YIN Zhiqiang. Distribution characteristics of global significant earthquakes and possible connection between earthquakes and earth's variable rotation rate [J]. Astronomical Research & Technology, 2007, 4(4): 406-411.
- [9] 埃德加. E. 彼得斯. 分形市场分析: 将混沌理论应用到投资与经济理论上[M]. 储海林, 殷勤, 译. 北京: 经济科学出版社, 2002.
- [10] 徐绪松, 马莉莉, 陈彦斌. R/S 分析的理论基础: 分数布朗运动[J]. 武汉大学学报: 理学版, 2004, 50(5): 547-550.  
XU Xusong, MA Lili, CHEN Yanbin. Theoretical basis of R/S analysis: fractional Brownian motion[J]. Journal of Wuhan University: Natural Science Edition, 2004, 50(5): 547-550.
- [11] Hurst H E. Long-term storage capacity of reservoirs: an experimental study[M]. [S. l.]: American Society of Civil Engineers, 1950.
- [12] Mandelbrot B B, Van Ness J W. Fractional Brownian motion, fractional noises and applications [J]. SIAM Review, 1968, 10(4): 422-437.
- [13] Mandelbrot B B, Wallis J R. Robustness of the rescaled range R/S in the measurement of noncyclic long run statistical dependence[J]. Water Resources Research, 1969, 5(5): 967-988.
- [14] Peters E E. Applying chaos analysis to investment and economics[M]. New York: Wiley, 1994.
- [15] Mandelbrot B B, Wallis J R. Some long-run properties of geophysical records [J]. Water Resource Research, 1969, 5(2): 321-340.
- [16] Mandelbrot B B. Statistical methodology for nonperiodic cycles: from the covariance to R/S analysis[J]. Annals of Economic and Social Measurement, 1972, 1(12): 257-288.

(编辑 郑洁)