

文章编号:1000-582X(2013)06-026-09

盾构机刀盘驱动多级行星轮系的动力学特性

赵 勇,秦大同

(重庆大学 机械传动国家重点实验室,重庆 400044)

摘 要:为揭示盾构机刀盘驱动多级行星轮系的动力学特性,考虑到各级之间由于初始啮合位置的不同使啮合刚度和啮合误差均产生相位差,以及各构件支承刚度、时变啮合刚度、啮合误差等影响因素,建立了盾构机刀盘驱动多级行星轮系纯扭转动力学模型并进行了动力学特性分析。固有特性分析表明,多级行星传动系统较单级传动系统呈现出独特多样的振动模态;通过动态响应分析,获得了各级传动动态啮合力的时域及频域响应。结果表明,中、高速级传动的激振力频率较系统的固有频率相近,易引起系统的谐振,应在设计中特别注意。并求得各级传动的动载系数,为该行星轮系的动态优化设计奠定了基础。

关键词:多级行星轮系;固有频率;动态响应;动载系数

中图分类号:TH132.425

文献标志码:A

Dynamic characteristics of multi-stage planetary gear trains in shield machine cutter drive

ZHAO Yong, QIN Datong

(The State Key Laboratory of Mechanical Transmission, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: A purely torsional dynamic model of multi-stage planetary gear trains is developed to investigate the dynamic characteristics of the transmission system in shield machine cutter drive. In the model, phase difference between mesh stiffness and error among each stage caused by different initial mesh positions is considered, and other factors such as component bearing stiffness, time-varying mesh stiffness and error are considered as well. Inherent characteristic analysis shows there are more unique and diverse vibration modes in multi-stage planetary gear trains than in single-stage planetary gear trains. Through dynamic response analysis, time-domain and frequency-domain response of dynamic meshing force of each stage is obtained. As the frequency of exciting force of medium-speed and high-speed stage is in proximity to the natural frequency of the system, harmonic resonance tends to occur, which needs to be paid great attention to. Dynamic factors of each stage are also computed and prepare the ground for the dynamic optimizing design of planetary gear trains.

Key words: multi-stage planetary gear trains; natural frequencies; dynamic response; dynamic factor

收稿日期:2013-02-07

基金项目:国家高技术发展计划资助项目(2007AA041802)

作者简介:赵勇(1978-),男,重庆大学博士研究生,主要从事机械传动系统动力学、可靠性研究。

秦大同(联系人),男,重庆大学教授,博士生导师,(Tel)023-65104217;(E-mail)dtqin@cqu.edu.cn。

盾构机是用于地下隧道掘进施工的重要装备,其刀盘驱动主减速器是进行掘进作业的传动装置,起着驱动刀盘切割岩土的作用。由于盾构机刀盘的工作转速低、输出扭矩大,刀盘驱动主减速器结构上通常采用三级 2K-H 行星传动串联的型式,其机构简图如图 1 所示。其中, s_i 、 p_i 、 c_i ($i=1,2,3$) 分别表示第 i 级的太阳轮、行星轮和行星架, r 表示内齿轮, 三级传动的内齿轮连成一体, 并固结在机架上。由于盾构机掘进施工的地质构造复杂, 掘进时刀盘驱动主减速器在变载荷工况下工作^[1-2]; 加上三级行星传动的结构较为复杂, 其动力学特性与通常的单级行星齿轮传动有较大的不同, 因此, 研究盾构机刀盘驱动主减速器传动系统的动力学特性, 对提高主减速器的运行平稳性和工作可靠性有着重要意义。

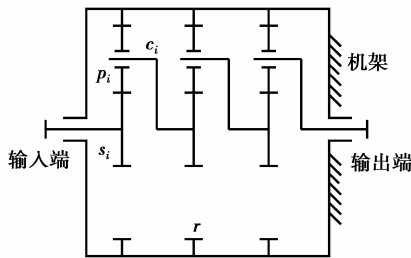


图 1 盾构机刀盘驱动主减速器机构简图

在行星传动动力学研究方面, Kahraman^[3] 建立了 2K-H 型直齿行星传动的纯扭转动力学模型, 并分析了系统的固有特性; Hbaieb^[4] 基于纯扭转动力学模型, 分析了行星轮系的时变啮合刚度对系统动力稳定性的影响; Ambarisha 等^[5-6] 研究了行星轮间啮合相位对行星轮模式的影响, 并建立行星轮系的集中参数模型和有限元模型, 对其非线性动力学响应进行了研究; Al-shyyab 等^[7] 建立了单级行星轮系非线性扭转振动模型, 并研究了分叉、混沌等非线性现象。国内学者杨建明等^[8] 基于纯扭转振动模型, 纠正了文献[3]中的不妥之处, 分析了系统固有振动特性及其对设计参数的灵敏度; 宋轶民等^[9] 进一步计入了影响系统动力学性能的 2 个关键因素, 建立了 2K-H 行星传动的修正扭转模型; 张俊等^[10] 建立了计入齿圈柔性的直齿行星传动精细化动力学模型, 分析了系统的固有特性; 段福海等^[11] 对钢/塑齿轮组合行星传动的振动特性进行了研究。

上述对行星传动动力学的研究大多以单级传动为对象, 对多级行星传动动力学的研究较少。目前见到的文献主要有赵永强^[12] 等对船用两级人字齿行星传动系统振动特性的研究以及 Al-shyyab^[13] 对

两级复合行星传动系统动力学特性的研究。文中以盾构机刀盘驱动主减速器三级行星轮系为研究对象, 计及轮齿时变啮合刚度、综合啮合误差等因素建立系统的纯扭转动力学模型, 并对系统的固有特性及动态响应进行了分析, 求得各级啮合传动的动态啮合力及动载系数, 为系统的动态优化设计奠定了基础。

1 行星传动系统动力学模型

文中采用集中参数法建立系统的动力学模型, 如图 2 所示为三级行星传动中某一级的动力学模型。

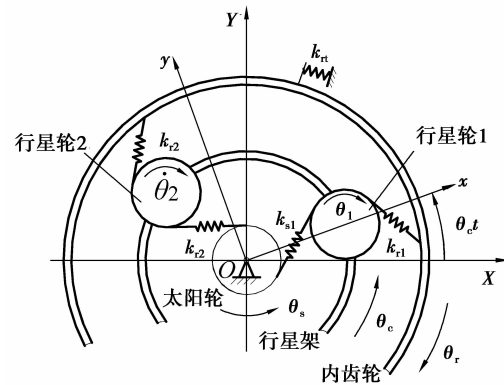


图 2 盾构机减速器传动系统纯扭转动力学模型

建模基于如下简化和假设:

- 1) 将系统简化为以各轮齿为弹簧, 齿轮本体及行星架为刚体的集中参数系统;
- 2) 各行星轮沿中心轮圆周均布, 且其质量、转动惯量均相同;
- 3) 由于内齿轮固连在机架上, 其径向支承刚度与轮齿啮合刚度的比值大于 10, 分析时仅考虑各构件的扭转振动^[3];
- 4) 系统中各构件支承刚度为常值, 而轮齿啮合刚度按矩形波规律变化^[14];
- 5) 三级传动系统中前一级行星架与后一级太阳轮之间刚性连结。不计阻尼。

根据上述假设, 各级行星齿轮系统均以各自行星架随动坐标系为参照系, 依据牛顿第二定律建立各构件的运动微分方程, 然后综合得到系统的运动微分方程组, 并写成矩阵形式为

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \mathbf{q} = \mathbf{T} + \mathbf{F}, \quad (1)$$

式中, \mathbf{q} 为系统广义坐标列阵, \mathbf{M} 、 \mathbf{K} 分别为系统的广义质量矩阵和刚度矩阵, \mathbf{T} 、 \mathbf{F} 分别为外激振力列阵和内激振力列阵。且有

$$\mathbf{q} = [\theta_c^{(1)}, \theta_s^{(1)}, \theta_1^{(1)}, \theta_2^{(1)}, \theta_3^{(1)}, \theta_c^{(2)}, \theta_s^{(2)}, \theta_1^{(2)}, \theta_2^{(2)}, \theta_3^{(2)}, \theta_1^{(3)}, \theta_2^{(3)}, \theta_3^{(3)}, \theta_1^{(3)}, \theta_r]^\top,$$

$$\mathbf{M} = \text{diag}[I_c^{(1)}, I_s^{(1)}, I_1^{(1)}, I_2^{(1)}, I_3^{(1)}, I_c^{(2)}, I_s^{(2)}, I_1^{(2)}, I_2^{(2)}, I_3^{(2)}, I_4^{(2)}, I_c^{(3)}, I_s^{(3)}, I_1^{(3)}, I_2^{(3)}, I_3^{(3)}, I_4^{(3)}, I_r].$$

其中, 各级行星架 (含行星轮) 对质心轴的总转动惯量为

$$I_c^{(i)} = N_i [I_1^{(i)} + m_1^{(i)} (r_c^{(i)})^2] + I_c^{(i)}.$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11} & \mathbf{O} & \mathbf{O} & \mathbf{K}_{14} \\ & \mathbf{K}_{22} & \mathbf{O} & \mathbf{K}_{24} \\ & & \mathbf{K}_{33} & \mathbf{K}_{34} \\ (\text{sym.}) & & & \mathbf{K}_{44} \end{bmatrix},$$

式中, $I_{CO}^{(i)}$ 为各级行星架 (不含行星轮) 的总转动惯量, \mathbf{K}_{11} 为 5×5 的对称矩阵, \mathbf{K}_{22} 、 \mathbf{K}_{33} 均为 6×6 的对称矩阵, \mathbf{K}_{44} 为单元素矩阵, \mathbf{K}_{14} 为 5×1 的列矩阵, \mathbf{K}_{24} 、 \mathbf{K}_{34} 均为 6×1 的列矩阵。O 为零矩阵。且各矩阵中的非零元素如下

$$(\mathbf{K}_{ii})_{11} = \sum_{n=1}^{N_i} (k_{sn}^{(i)} \cos^2 \alpha_s^{(i)} + k_{rn}^{(i)} \cos^2 \alpha_r^{(i)}) \cdot (r_c^{(i)})^2 (\mathbf{K}_{ii})_{12} = - \sum_{n=1}^{N_i} k_{sn}^{(i)} r_c^{(i)} r_s^{(i)} \cos^2 \alpha_s^{(i)},$$

$$(\mathbf{K}_{ii})_{1,n+2} = k_{sn}^{(i)} r_c^{(i)} r_n^{(i)} \cos \alpha_s^{(i)} - k_{rn}^{(i)} r_c^{(i)} r_n^{(i)} \cos \alpha_r^{(i)} (\mathbf{K}_{ii})_{22} = \sum_{n=1}^{N_i} k_{sn}^{(i)} (r_s^{(i)})^2,$$

$$(\mathbf{K}_{ii})_{2,n+2} = -k_{sn}^{(i)} r_s^{(i)} r_n^{(i)},$$

$$(\mathbf{K}_{ii})_{n+2,n+2} = (k_{sn}^{(i)} + k_{rn}^{(i)}) \cdot (r_n^{(i)})^2, (n = 1, 2, \dots, N_i),$$

$$\mathbf{K}_{44} = \sum_{i=1}^3 \sum_{n=1}^{N_i} (k_{rn}^{(i)} (r_r^{(i)})^2) + k_{rr} (r_r^{(3)})^2,$$

$$\mathbf{K}_{i4} = \left[\sum_{n=1}^{N_i} k_{rn}^{(i)} r_c^{(i)} r_r^{(i)} \cos \alpha_r^{(i)}, 0, -k_{r1}^{(i)} r_1^{(i)} r_r^{(i)}, -k_{r2}^{(i)} r_2^{(i)} r_r^{(i)}, \dots, -k_{rN_i}^{(i)} r_{N_i}^{(i)} r_r^{(i)} \right]^\top,$$

$$\mathbf{T} = [-i_1 T_{eq}, T_{eq}, 0, 0, 0, -i_1 i_2 T_{eq}, i_1 T_{eq}, 0, 0, 0, 0, -i_1 i_2 i_3 T_{eq}, i_1 i_2 T_{eq}, 0, 0, 0, 0]^\top,$$

$$\mathbf{F} = [\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \mathbf{F}_3, \mathbf{F}_4]^\top,$$

式中, \mathbf{F}_1 为 5×1 的列矩阵, \mathbf{F}_2 、 \mathbf{F}_3 均为 6×1 的列矩阵, \mathbf{F}_4 为单元素矩阵。且有

$$\mathbf{F}_i =$$

$$\begin{bmatrix} \sum_{n=1}^{N_i} (k_{sn}^{(i)} r_c^{(i)} e_{sn}(t)^{(i)} \cos \alpha_s^{(i)} + k_{rn}^{(i)} r_c^{(i)} e_{rn}(t)^{(i)} \cos \alpha_r^{(i)}) \\ - \sum_{n=1}^{N_i} k_{sn}^{(i)} r_s^{(i)} e_{sn}(t)^{(i)} \\ k_{s1}^{(i)} r_1^{(i)} e_{s1}(t)^{(i)} - k_{r1}^{(i)} r_1^{(i)} e_{r1}(t)^{(i)} \\ k_{s2}^{(i)} r_2^{(i)} e_{s2}(t)^{(i)} - k_{r2}^{(i)} r_2^{(i)} e_{r2}(t)^{(i)} \\ \vdots \\ k_{sN_i}^{(i)} r_{N_i}^{(i)} e_{sN_i}(t)^{(i)} - k_{rN_i}^{(i)} r_{N_i}^{(i)} e_{rN_i}(t)^{(i)} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F}_4 = \sum_{i=1}^3 \sum_{n=1}^{N_i} k_{rn}^{(i)} r_r^{(i)} e_{rn}(t)^{(i)}.$$

式中: 角标 $i=1, 2, 3$ 分别指传动系统的第一级、第二级和第三级; 角标 c, s, r, 1, 2, \dots, N_i 分别表示行星架、太阳轮、内齿轮、第 1 个、第 2 个以及第 N_i 个行星轮, N_i 为第 i 级传动的行星轮个数; $\theta_j^{(i)}$ 、 $I_j^{(i)}$ ($j=c, s, 1, 2, \dots, N_i$) 分别为第 i 级传动中构件 j 由于振动而产生的角位移以及绕自身质心轴的转动惯量; $r_j^{(i)}$ ($j=c, s, r, 1, 2, \dots, N_i$) 为第 i 级传动中构件 j 的基圆半径 (对行星架 c 则为行星轮中心分布圆的半径)。因系统各级内齿轮刚性连为一体, 故用 θ_r 、 I_r 表示其由于振动而产生的角位移和绕自身质心轴的转动惯量。 $m_1^{(i)}$ 为第 i 级传动的行星轮质量。 $k_{rn}^{(i)}$ 、 $k_{sn}^{(i)}$ ($n=1, 2, \dots, N_i$) 分别为第 i 级第 n 路啮合传动的内、外啮合刚度; k_{rr} 为内齿轮的切向支承刚度; $e_{rn}(t)^{(i)}$ 、 $e_{sn}(t)^{(i)}$ ($n=1, 2, \dots, N_i$) 分别为第 i 级第 n 路啮合传动的内、外啮合误差; $\alpha_r^{(i)}$ 、 $\alpha_s^{(i)}$ 分别为第 i 级传动内、外啮合的啮合角。 T_{eq} 为系统输入端太阳轮轴上的当量扭矩, i_1 、 i_2 、 i_3 分别为各级传动的传动比。

2 固有特性分析

基于上述动力学模型, 采用归纳方法对盾构机主减速器三级行星传动系统的固有特性进行分析。该传动系统的基本参数如表 1 所示。

表 1 盾构机减速器行星传动系统基本参数

基本参数	太阳轮	行星轮	内齿轮	行星架
M/kg	14.787	1.598	104.485	16.767
$I/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.022	0.002	2.447	0.145
$K_r/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	0.000	0.000	—	0.000
z	25	20	65	—
m/mm			4	
第 1 级 $k/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	$\begin{cases} k_{s\text{max}}^{(1)} = 1.728 \times 10^9 \\ k_{s\text{min}}^{(1)} = 1.017 \times 10^9 \\ k_{r\text{max}}^{(1)} = 1.969 \times 10^9 \\ k_{r\text{min}}^{(1)} = 1.084 \times 10^9 \end{cases}$			
$\alpha/(\circ)$			21.664	
E/mm			0.014	
N			3	

基本参数	太阳轮	行星轮	内齿轮	行星架
M/kg	14.301	3.815	87.029	38.165
$I/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.031	0.007	3.379	0.559
$K_t/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	0.000	0.000	—	0.000
z	27	21	69	—
m/mm	5			
第 2 级 $k/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	$k_{s\text{max}}^{(2)} = 2.465 \times 10^9$			
	$k_{s\text{min}}^{(2)} = 1.452 \times 10^9$			
	$k_{r\text{max}}^{(2)} = 2.752 \times 10^9$			
	$k_{r\text{min}}^{(2)} = 1.511 \times 10^9$			
$\alpha/(\text{°})$	21.263			
E/mm	0.015			
N	4			
M/kg	24.606	9.196	310.075	92.703
$I/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.059	0.033	16.377	1.863
$K_t/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	0.000	0.000	5×10^9	0.000
z	24	24	72	—
m/mm	6			
第 3 级 $k/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	$k_{s\text{max}}^{(3)} = 3.159 \times 10^9$			
	$k_{s\text{min}}^{(3)} = 1.860 \times 10^9$			
	$k_{r\text{max}}^{(3)} = 3.569 \times 10^9$			
	$k_{r\text{min}}^{(3)} = 1.954 \times 10^9$			
$\alpha/(\text{°})$	21.059			
E/mm	0.016			
N	4			

注: M 为质量, I 为转动惯量, K_t 为切向支承刚度, z 为齿数, m 为模数, k 为啮合刚度, α 为啮合角, E 为啮合误差幅值, N 为行星轮个数。

由于盾构机主减速器的三级内齿轮是固结在一起的,其总质量是各级质量之和,即 501.589 kg。其总转动惯量为各级转动惯量之和,即 22.203 kg·m²。

式(1)的特征值问题为

$$\omega_i^2 \mathbf{M} \varphi_i = \mathbf{K} \varphi_i (i = 1, 2, \dots, 18), \quad (2)$$

式中, ω_i 为系统第*i*阶固有频率; φ_i 为相应的第*i*阶振型,且有

$$\varphi_i = [\varphi_{i1}^{(1)}, \varphi_{i2}^{(1)}, \varphi_{i3}^{(1)}, \varphi_{i4}^{(1)}, \varphi_{i1}^{(2)}, \varphi_{i2}^{(2)}, \varphi_{i3}^{(2)}, \varphi_{i4}^{(2)}, \varphi_{i1}^{(3)}, \varphi_{i2}^{(3)}, \varphi_{i3}^{(3)}, \varphi_{i4}^{(3)}, \varphi_{i1}^{(4)}, \varphi_{i2}^{(4)}, \varphi_{i3}^{(4)}, \varphi_{i4}^{(4)}]^T。$$

由于啮合刚度 $k_{rn}^{(i)}$ 、 $k_{sn}^{(i)}$ 的时变性,啮合刚度矩阵 \mathbf{K} 为周期性变系数矩阵,这样由式(2)求得系统的各阶固有频率及其振型也是随时间的变动量。以第一级传动的第一路太阳轮齿根与行星轮齿顶刚进入啮合时作为计时起点,得出第一阶非零固有频率 f_1 随时间的变化曲线,如图 3 所示。

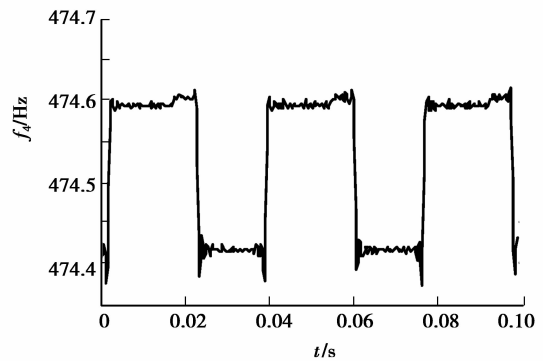


图 3 第一阶固有频率 f_1 随时间变化曲线

可见,系统的固有频率呈现出与啮合刚度类似的矩形波的变化规律。第一阶非零固有频率变动幅度较小,在 474.4~474.6 Hz 之间。为不失一般性,任取 $t=0.01$ s、 0.03 s、 0.05 s、 0.07 s 几个时间点,通过求解(2)式,得到系统在各个时间点对应的各阶固有频率及相应的振型。经对比发现在各个时间点,系统单根固有频率均有 12 个,对应 12 阶振型;无二重根固有频率;三重根固有频率均有 2 个,对应 6 阶振型,总共有 18 阶固有频率和 18 阶振型。限于篇幅,仅给出 $t=0.07$ s 时系统的各阶固有频率,如表 2 所示;相应的各阶振型如表 3 所示。由于振型数较多,仅给出各振动模式中的一阶振型。

表 2 系统各阶固有频率

m	f/Hz
1	$f_4 = 474.4, f_5 = 2\ 630.4, f_6 = 3\ 433.5, f_7 = 3\ 836.7,$ $f_{11} = 5\ 112.6, f_{12} = 6\ 090.9, f_{13} = 6\ 294.0, f_{14} = 6$ $580.7, f_{15} = 7\ 418.8, f_{16} = 7\ 661.2, f_{17} = 7\ 738.5, f_{18}$ $= 7\ 940.3$
2	—
3	$f_{1,2,3} = 0, f_{8,9,10} = 4\ 223.6$

注: m 为重根数, f 为各阶固有频率。

表 3 系统各阶振型

模 式	刚体 运动	扭转 振动	行星轮 振动	第一级 振动	第二级 振动
f	f_1	f_7	f_9	f_{15}	f_{11}
$\varphi_{ic}^{(1)}$	-0.009 7	0.001 6	0.000 0	0.000 2	0.000 0
$\varphi_{is}^{(1)}$	-0.035 0	-0.003 7	0.000 0	-0.001 0	0.000 0
$\varphi_{i1}^{(1)}$	-0.021 9	0.001 9	0.000 0	-0.0051	0.000 0
$\varphi_{i2}^{(1)}$	-0.021 9	-0.003 6	0.000 0	0.531 7	0.000 0
$\varphi_{i3}^{(1)}$	-0.021 9	-0.003 7	0.000 0	-0.516 7	0.000 0
$\varphi_{ic}^{(2)}$	-0.003 1	0.021 0	0.000 0	0.000 0	-0.002 3
$\varphi_{is}^{(2)}$	-0.011 0	-0.089 2	0.000 0	0.000 0	0.032 7
$\varphi_{i1}^{(2)}$	-0.007 1	-0.147 5	0.000 0	0.000 0	0.130 1
$\varphi_{i2}^{(2)}$	-0.007 1	-0.075 8	0.000 0	0.000 0	0.049 4
$\varphi_{i3}^{(2)}$	-0.007 1	-0.075 8	0.000 0	0.000 0	0.049 3
$\varphi_{i4}^{(2)}$	-0.007 1	-0.133 8	0.000 0	0.000 0	-0.328 5
$\varphi_{ic}^{(3)}$	0.014 9	0.000 3	0.000 0	0.000 0	0.000 0
$\varphi_{is}^{(3)}$	0.059 5	-0.001 7	0.000 0	0.000 0	0.000 0
$\varphi_{i1}^{(3)}$	0.029 8	-0.001 2	-0.021 7	0.000 0	0.000 0
$\varphi_{i2}^{(3)}$	0.029 8	-0.001 2	-0.116 9	0.000 0	0.000 0
$\varphi_{i3}^{(3)}$	0.029 8	-0.001 2	0.125 7	0.000 0	0.000 0
$\varphi_{i4}^{(3)}$	0.029 8	-0.001 2	0.013 0	0.000 0	0.000 0
φ_{ir}	0.000 0	0.000 9	0.000 0	0.000 0	0.000 0

由上述振型结果可知,系统存在如下 5 种振动模式

1)刚体运动模式。对应于系统前三阶固有频率为零,即 $f_{1,2,3}=0$ 。系统中各构件作刚体运动,且其角位移满足行星传动的传动比关系。

2)扭转振动模式。该模式只发生在第三级行星传动上。在单根固有频率对应的几阶振型中,各级的中心构件及行星轮均作扭转振动,且只有第三级传动中各行星轮的振动状态相同。

3)行星轮振动模式。该模式只发生在第三级行星传动上。在三重根固有频率,即 $f_{8,9,10}=4\ 223.6$ Hz 对应的 3 种振型中,只有第三级行星传动的 4 个行星轮在振动,且振型中各分量的代数和为零。

4)第一级传动振动模式。在单根固有频率 f_{15} 对应的振型中,只有第一级传动的中心构件及行星轮发生振动;第二、三级传动的各构件均不振动。

5)第二级传动振动模式。在单根固有频率 f_{11} 和 f_{14} 对应的 2 种振型中,只有第二级传动的中心构件及行星轮发生振动;第一、三级传动的各构件均不振动。

3 动态响应分析

由于盾构机在掘进过程中所受的外载荷为随机载荷,为简化分析,用实测载荷谱折算出的当量载荷

作为系统所受的外载荷。经计算, $T_{eq}=1\ 489\ \text{N}\cdot\text{m}$ 。此时外激振力列阵 \mathbf{T} 为恒定的;而在内激振力列阵 \mathbf{F} 中由于含有时变啮合刚度 $k_{sn}^{(i)}$ 、 $k_{rn}^{(i)}$ 及啮合误差 $e_{sn}(t)^{(i)}$ 、 $e_{rn}(t)^{(i)}$,因此是时变的。

3.1 内部激励的数学描述

系统的内部激励主要是由时变啮合刚度和啮合误差引起的。其中,时变啮合刚度按矩形波规律变化,并可近似处理为傅里叶级数的形式;啮合误差可表达为正弦函数的形式^[15]。由于盾构机主减速器为串联的三级行星齿轮传动,除了每级传动中各路啮合传动的啮合刚度和啮合误差之间存在着相位差外,各级传动之间由于初始啮合位置的不同也会对啮合刚度和啮合误差的相位带来影响。若以第一级传动的第一路太阳轮齿根与行星轮齿顶刚进入啮合时作为相位计时零点,则第一级传动的外啮合及内啮合的啮合刚度分别为

$$\left. \begin{aligned} k_{sn}^{(1)} &= \bar{k}_{sn}^{(1)} + 2C_{\epsilon}^{(1)} \sum_{i=1}^{\infty} B_i^{(1)} \cos(i\omega^{(1)}t + \gamma_{sn}^{(1)}) \\ k_{rn}^{(1)} &= \bar{k}_{rn}^{(1)} + 2C'_{\epsilon}{}^{(1)} \sum_{i=1}^{\infty} B'_i{}^{(1)} \cos(i\omega^{(1)}t + \gamma_{rn}^{(1)} + \gamma_{sr}^{(1)}) \end{aligned} \right\}$$

式中, $\bar{k}_{rn}^{(i)}$ 、 $\bar{k}_{sn}^{(i)}$ ($i=1,2,3$) 分别为第 i 级第 n 路内、外啮合刚度的平均值, $C_{\epsilon}^{(i)}$ 、 $C'_{\epsilon}{}^{(i)}$ 为小参数^[14], $B_i^{(i)}$ 、 $B'_i{}^{(i)}$ 为内、外啮合的第 i 阶谐波幅值, $\gamma_{rn}^{(i)}$ 、 $\gamma_{sn}^{(i)}$ 分别为第 i 级第 n 路内、外啮合的初相位, $\gamma_{sr}^{(i)}$ 为第 i 级内、外啮合的相位差, $\omega^{(i)}$ 为各级啮合频率,各符号的详细定义参见文献[14]。各级行星传动的初始安装位置如图 4 所示。

根据几何关系,第二级传动第一路外啮合与第一级传动第一路外啮合之间的相位差为

$$\Delta\gamma_{21} = \frac{z_p^{(2)}}{z_s^{(2)}}\gamma_2 - \frac{z_p^{(1)}}{z_s^{(1)}i_1}\gamma_1。$$

第三级传动第一路外啮合与第一级传动第一路外啮合之间的相位差为

$$\Delta\gamma_{31} = \frac{z_p^{(3)}}{z_s^{(3)}}\gamma_3 - \frac{z_p^{(1)}}{z_s^{(1)}i_1i_2}\gamma_1,$$

其中,

$$\begin{aligned} \gamma_i &= \arccos\left(\frac{r_{pa}^{(i)}}{r_{pa}^{(i)}}\right) - \alpha_s^{(i)} - \left\{ \frac{\pi}{2z_p^{(i)}} + \frac{2x_p^{(i)}\tan\alpha}{z_p^{(i)}} + \right. \\ &\quad \left. \text{inv}\alpha - \text{inv}\left[\arccos\left(\frac{r_{pa}^{(i)}}{r_{pa}^{(i)}}\right)\right] \right\} - \\ &\quad \text{mod}\left(\frac{z_p^{(i)}}{2}\right) \cdot \frac{\pi}{z_p^{(i)}} \quad (i=1,2,3), \end{aligned}$$

式中, mod 表示取余数运算, $r_{pa}^{(i)}$ 、 $z_p^{(i)}$ 、 $x_p^{(i)}$ 分别为各级行星轮齿顶圆半径、齿数和变位系数, α 为齿形角。设 $z_s^{(i)}$ 为各级太阳轮的齿数,则第二级及第三级传动的外啮合及内啮合的啮合刚度分别为

$$\left. \begin{aligned} k_{sn}^{(2)} &= \bar{k}_{sn}^{(2)} + 2C_{\epsilon}^{(2)} \sum_{i=1}^{\infty} B_i^{(2)} \cos(i\omega^{(2)}t + \gamma_{sn}^{(2)} + iz_s^{(2)} \Delta\gamma_{21}) \\ k_{rn}^{(2)} &= \bar{k}_{rn}^{(2)} + 2C_{\epsilon}^{\prime(2)} \sum_{i=1}^{\infty} B_i^{\prime(2)} \cos(i\omega^{(2)}t + \gamma_{rn}^{(2)} + \gamma_{sr}^{(2)} + iz_s^{(2)} \Delta\gamma_{21}) \end{aligned} \right\}^*$$

$$\left. \begin{aligned} k_{sn}^{(3)} &= \bar{k}_{sn}^{(3)} + 2C_{\epsilon}^{(3)} \sum_{i=1}^{\infty} B_i^{(3)} \cos(i\omega^{(3)}t + \gamma_{sn}^{(3)} + iz_s^{(3)} \Delta\gamma_{31}) \\ k_{rn}^{(3)} &= \bar{k}_{rn}^{(3)} + 2C_{\epsilon}^{\prime(3)} \sum_{i=1}^{\infty} B_i^{\prime(3)} \cos(i\omega^{(3)}t + \gamma_{rn}^{(3)} + \gamma_{sr}^{(3)} + iz_s^{(3)} \Delta\gamma_{31}) \end{aligned} \right\}^{\circ}$$

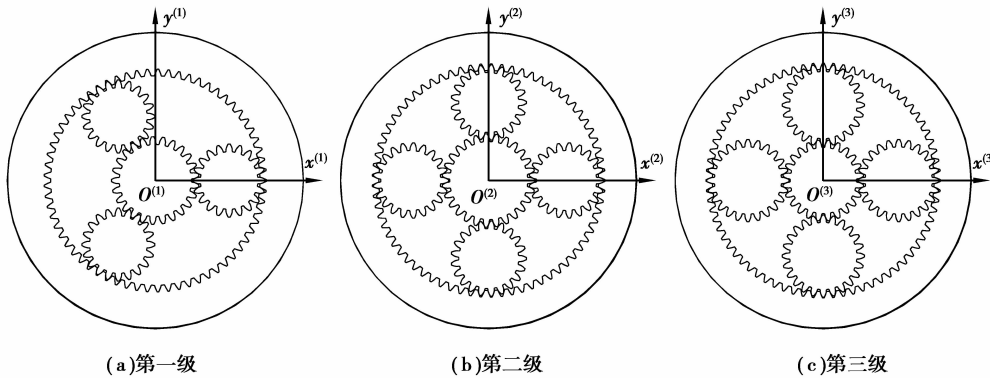


图 4 各级行星传动初始安装位置图

同样地,可以得出各级传动的啮合误差函数。

第 1 级为

$$\left. \begin{aligned} e_{sn}(t)^{(1)} &= E_{sn}^{(1)} \sin(\omega^{(1)}t + \gamma_{sn}^{(1)}) \\ e_{rn}(t)^{(1)} &= E_{rn}^{(1)} \sin(\omega^{(1)}t + \gamma_{rn}^{(1)} + \gamma_{sr}^{(1)}) \end{aligned} \right\}^*$$

第 2 级为

$$\left. \begin{aligned} e_{sn}(t)^{(2)} &= E_{sn}^{(2)} \sin(\omega^{(2)}t + \gamma_{sn}^{(2)} + z_s^{(2)} \Delta\gamma_{21}) \\ e_{rn}(t)^{(2)} &= E_{rn}^{(2)} \sin(\omega^{(2)}t + \gamma_{rn}^{(2)} + \gamma_{sr}^{(2)} + z_s^{(2)} \Delta\gamma_{21}) \end{aligned} \right\}^*$$

第 3 级为

$$\left. \begin{aligned} e_{sn}(t)^{(3)} &= E_{sn}^{(3)} \sin(\omega^{(3)}t + \gamma_{sn}^{(3)} + z_s^{(3)} \Delta\gamma_{31}) \\ e_{rn}(t)^{(3)} &= E_{rn}^{(3)} \sin(\omega^{(3)}t + \gamma_{rn}^{(3)} + \gamma_{sr}^{(3)} + z_s^{(3)} \Delta\gamma_{31}) \end{aligned} \right\}^{\circ}$$

式中: $E_{rn}^{(i)}$ 、 $E_{sn}^{(i)}$ 分别为第*i*级传动第*n*路内、外啮合误差的幅值;其他符号意义同前。

3.2 系统的动态响应求解

对于式(1)所示二阶振动微分方程组采用四阶五级变步长 Runge-Kutta 法直接求解,获得系统各运动构件的时域响应历程。图 5 为盾构机主减速器三级行星传动系统各级太阳轮的扭转振动角位移的时域响应,可见,各级太阳轮基本都在各自的平衡位置附近做微幅振动。其他各构件也基本在各自的平衡位置附近振动,在此不再逐一列出。

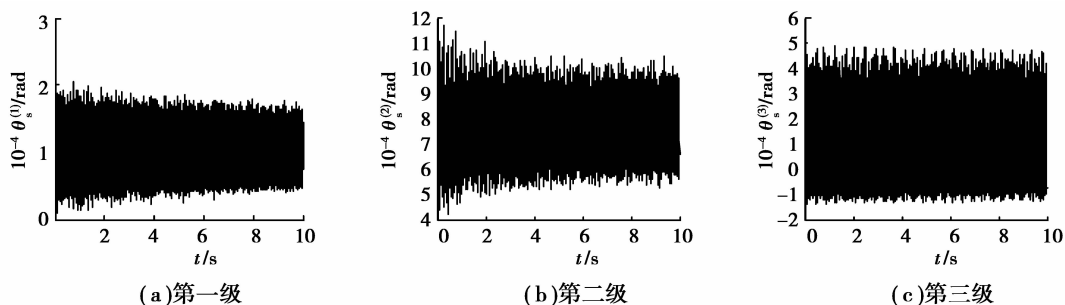


图 5 各级太阳轮扭转振动角位移的时域响应

由于啮合刚度及啮合误差的时变性,使行星传动系统各齿轮副间产生动态啮合力。各级传动的太

阳轮-行星轮及行星轮-内齿轮之间的动态啮合力 $F_{sn}^{(i)}$ 、 $F_{rn}^{(i)}$ 可分别表示为

$$\begin{cases} F_{sn}^{(i)} = k_{sn}^{(i)} (r_s^{(i)} \theta_s^{(i)} - r_n^{(i)} \theta_n^{(i)} - r_c^{(i)} \theta_c^{(i)} \cos \alpha_s^{(i)} + e_{sn}(t)^{(i)}), (i = 1, 2, 3), \\ F_{rn}^{(i)} = k_{rn}^{(i)} (-r_r^{(i)} \theta_r^{(i)} + r_n^{(i)} \theta_n^{(i)} - r_c^{(i)} \theta_c^{(i)} \cos \alpha_r^{(i)} + e_{rn}(t)^{(i)}), (i = 1, 2, 3). \end{cases}$$

因系统各构件振动位移响应、时变啮合刚度、啮合误差均已获得,所以可方便地得到各级传动中齿轮副之间动态啮合力的时域响应曲线,如图 6 和图 7 所示。

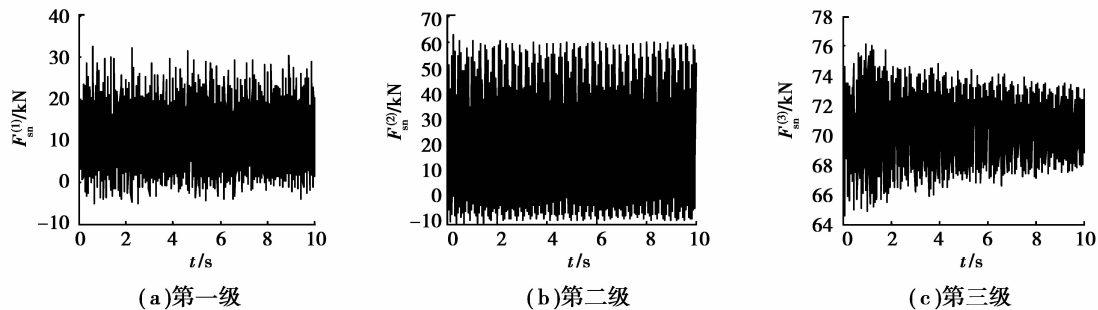


图 6 各级太阳轮-行星轮间动态啮合力时域响应

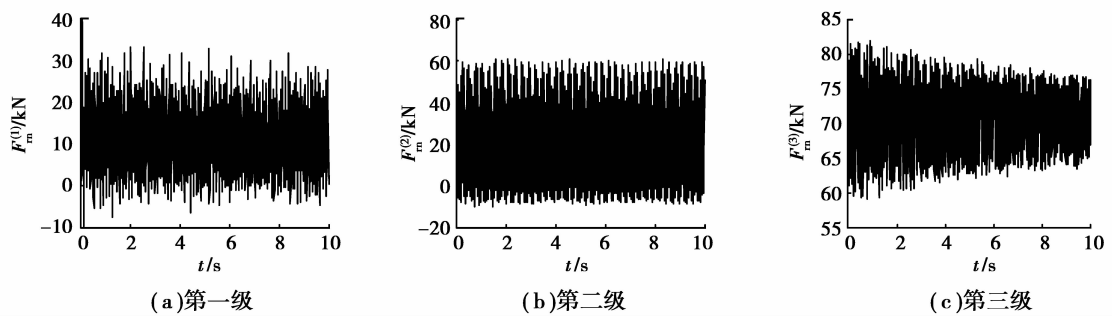


图 7 各级行星轮-内齿轮间动态啮合力时域响应

从图中可见,第一、二级传动的内、外啮合啮合力的平均值大约在 10~20 kN 左右,较第三级的平均值(70 kN 左右)变化不明显,这是由于第二级传动虽经第一级传动的减速,使太阳轮上的输入扭矩有所增大,但其行星轮个数较第一级多了一个,使得每一路内、外啮合分担的扭矩有所减小,因而较第一级传动的啮合力的增幅不大。而第三级与第二级在

行星轮个数相同的情况下,经减速增矩后,其啮合力的增加较大。同时,第一、二级传动的内、外啮合力的振动幅值较大,在 40~70 kN 左右;而第三级的啮合力的振动幅值较小,在 10~20 kN 左右。通过快速傅里叶变换,得到各级传动的内、外啮合力的频谱图,如图 8 和图 9 所示。

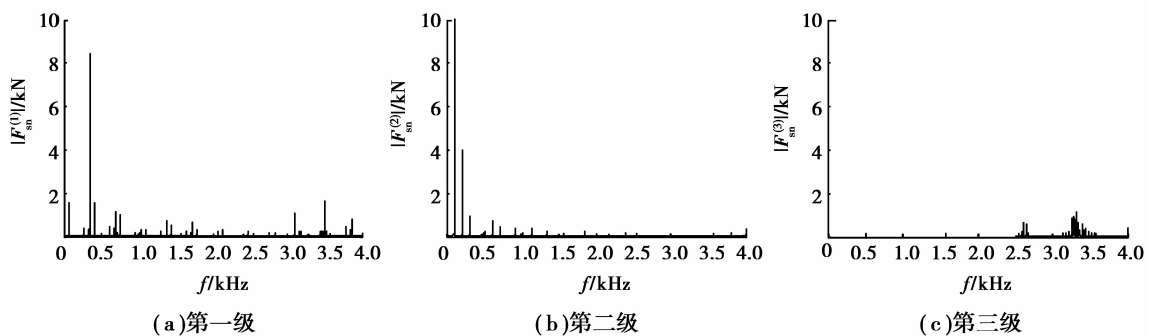


图 8 各级太阳轮-行星轮间动态啮合力频谱图

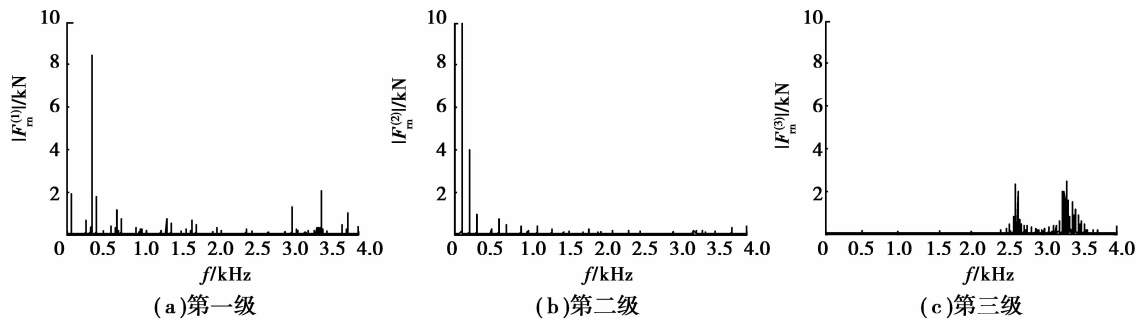


图9 各级行星轮-内齿轮间动态啮合力频谱图

由于在计算时变啮合刚度时,取至傅里叶级数的前20项。由图8和图9可知,各级传动动态啮合力的频谱图都较为复杂,含多种频率成份,既包含各级的基频,即啮合频率值(第一级为344.7 Hz,第二级为102.9 Hz,第三级为26.9 Hz),也包含其他倍频值。其中,第一、二级传动的激振力频率主要出现在低频段,接近系统的第一阶固有频率的范围(474.4~474.6 Hz),引起系统谐振,使内、外啮合动态啮合力的振动幅值较大;而第三级传动的激振力频率主要出现在高频段,距系统第一阶固有频率较远,所以其动态啮合力的振动幅值较小。在齿轮强度计算中常引入动载系数来考虑因齿轮振动致使啮合力增大而产生内部附加动载荷的影响。动载系数被定义为动态啮合力与静态啮合力的比值,本文取该比值的最大值作为动载系数,即

$$K_V^{(i)} = \max \frac{F_m^{(i)}}{F_0^{(i)}} (i = 1, 2, 3; j = s, r),$$

式中, $K_V^{(i)}$ 、 $F_m^{(i)}$ 、 $F_0^{(i)}$ 分别为各级传动的动载系数、动态啮合力和静态啮合力。

据此,计算出各级传动的动载系数,如表4所示。

表4 各级传动动载系数

级别	动载系数	
	外啮合	内啮合
第一级	3.146 219	3.160 372
第二级	2.892 765	2.924 606
第三级	1.059 992	1.135 152

可见,由动载系数可以反映出各级内、外啮合动态啮合力的变动,即产生内部附加动载荷的情况。

4 结 论

1) 考虑到多级行星传动各级之间由于初始啮合位置的不同使啮合刚度、啮合误差产生的相位差,以及各构件支承刚度、时变啮合刚度、啮合误差等影响因素,建立了盾构机主减速器三级行星轮系纯扭转动力学模型并进行了求解,揭示了该行星传动系统的动力学特性。

2) 模态分析表明,三级行星传动与单级行星传动有着类似而又不同的振动模式:扭转振动模式和行星轮振动模式只发生在第三级传动上;同时会发生第一、二级传动单独的振动模式,这是盾构机刀盘驱动三级行星传动独特的振动特点。

3) 由各级齿轮副间动态啮合力的时域响应及频谱图可知,中、高速级传动的激振力频率接近系统的低阶固有频率,易引起系统谐振,产生较大的内部附加动载荷。因此,在齿轮强度设计时,应特别注意中、高速级传动动载系数的计算。

参考文献:

- [1] Tanimoto C, Nakane T, Tsusaka K, et al. A study on the evaluation of excavation rate and geological condition through the TBM excavation index [J]. Journal of the Society of Materials Science, 2006, 55(8):777-784.
- [2] Vicenzi I, Pedrazzini S, Ferrari A, et al. Deep tunnelling in hardrock with large diameter TBM: what's up? an experience from the Gotthard Base Tunnel [C] // Proceedings of the 33rd ITA-AITES World Tunnel Congress, May 5-10, 2007, Prague, Czech Republic. London: Taylor & Francis Group, 2007:267-272.
- [3] Kahraman A. Natural modes of planetary gear trains [J]. Journal of Sound and Vibration, 1994, 173(1):125-130.

- [4] Hbaieb R, Chaari F, Fakhfakh T, et al. Dynamic stability of a planetary gear train under the influence of variable meshing stiffnesses[J]. Proceedings of the IMechE Part D: Journal of Automobile Engineering, 2006, 220(12): 1711-1725.
- [5] Ambarisha V K, Parker R G. Suppression of planet mode response in planetary gear dynamics through mesh phasing [J]. ASME Journal of Vibration and Acoustics, 2006, 128(2): 133-142.
- [6] Ambarisha V K, Parker R G. Nonlinear dynamics of planetary gears using analytical and finite element models[J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 302(3): 577-595.
- [7] Al-Shyyab A, Kahraman A. A non-linear dynamic model for planetary gear sets[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics, 2007, 221(4): 567-576.
- [8] 杨建明, 张策. 行星齿轮传动的固有频率对设计参数的灵敏度分析[J]. 机械设计, 2001, 18(4): 40-43.
YANG Jianming, ZHANG Ce. Sensitivity analysis on designing parameters effected by natural frequency of planetary transmission[J]. Journal of Machine Design, 2001, 18(4): 40-43.
- [9] 宋轶民, 许伟东, 张策, 等. 2K-H行星传动的修正扭转模型建立与固有特性分析[J]. 机械工程学报, 2006, 42(5): 16-21.
SONG Yimin, XU Weidong, ZHANG Ce, et al. Modified torsional model development and natural characteristics analysis of 2K-H epicyclic gearing [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2006, 42(5): 16-21.
- [10] 张俊, 宋轶民, 王建军. 计入齿圈柔性的直齿行星传动动力学建模[J]. 机械工程学报, 2009, 45(12): 29-36.
ZHANG Jun, SONG Yimin, WANG Jianjun. Dynamic modeling for spur planetary gear transmission with flexible ring gear [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(12): 29-36.
- [11] 段福海, 胡青春, 谢存禧. 钢/塑齿轮组合行星传动的振动特性[J]. 机械工程学报, 2010, 46(1): 62-67.
DUAN Fuhai, HU Qingchun, XIE Cunxi. Dynamic behavior for planetary geared system with plastic gear [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(1): 62-67.
- [12] 赵永强, 李瑰贤, 常山, 等. 船用大功率两级人字齿行星传动系统的振动特性研究[J]. 船舶力学, 2009, 13(4): 621-627.
ZHAO Yongqiang, LI Guixian, CHANG Shan, et al. Study on vibration characteristics of two stage double helical tooth planetary gear trains used in ship with high power [J]. Journal of Ship Mechanics, 2009, 13(4): 621-627.
- [13] Al-Shyyab A, Alwidyan K, Jawarneh A, et al. Non-linear dynamic behaviour of compound planetary gear trains: model formulation and semi-analytical solution [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics, 2009, 223: 199-210.
- [14] 李润方, 王建军. 齿轮系统动力学: 振动、冲击、噪声 [M]. 北京: 科学出版社, 1997.
- [15] 王旭东, 林腾蛟, 李润方, 等. 风力发电机组齿轮系统内部动态激励和响应分析[J]. 机械设计与研究, 2006, 22(3): 47-49.
WANG Xudong, LIN Tengjiao, LI Runfang, et al. The internal dynamic excitation and response analysis of the gear system for the wind-driven generator [J]. Machine Design and Research, 2006, 22(3): 47-49.

(编辑 詹燕平)