

文章编号: 1000-582X(2013)06-130-07

面向抽油机节能的 GRNN 过程建模及工艺参数优化

辜小花¹, 廖志强², 李太福¹, 易 军¹

(1. 重庆科技学院 电气与信息工程学院, 重庆 401331; 2. 西安石油大学 电子工程学院, 陕西西安, 710065)

摘 要: 针对抽油机系统效率低, 能耗大的问题, 提出一种基于数据挖掘的抽油机建模及节能优化方法。抽油机的工艺参数理想与否是决定抽油机效率的一个重要因素, 而抽油机模型的有效性又是优化工艺参数的关键。抽油机工作过程是一个复杂非线性系统, 很难用准确的数学模型描述, 广义回归神经网络 (generalized regression neural network, GRNN) 非线性映射能力强、容错性高, 适于解决非线性系统建模问题。为此, 提出利用 GRNN 确定工艺参数与增产节能指标的映射关系, 建立抽油机模型; 实验结果表明模型的拟合度较好, 建模效果良好。紧接着, 运用具有智能特性的 Pareto 向量评价微粒群算法 (vector evaluated particle swarm optimization based on pareto, VEPSO-BP) 对模型进行搜索寻优, 确定工艺参数的最优值, 并用优化后的工艺参数指导实际生产; 实验结果表明优化后的抽油机采油系统产量提高 6.6% 以上, 用电量降低 4.1% 以上, 验证了所提方法的可行性和有效性。

关键词: 广义回归神经网络; Pareto 向量评价微粒群算法; 建模; 优化; 抽油机; 节能

中图分类号: TP181

文献标志码: A

Beam pumping process modeling and parameters optimization based on generalized regression neural networks for energy conservation

GU Xiaohua¹, LIAO Zhiqiang², LI Taifu¹, YI Jun¹

(1. Department of Electrical and Information Engineering, Chongqing University of Science and Technology, Chongqing 401331, China;

2. College of Electronic Engineering, Xi'an Shiyou University, Xi'an 710065, China)

Abstract: This paper presents a data-mining-based beam pumping unit process modeling and parameters optimization method to solve the problem of inefficiency and energy-intensive of beam pumping unit. The ideality of process parameters is one of the main factors influencing system efficiency and energy consumption, while the effectiveness of mode plays a key role in process parameters choosing. Beam pumping unit system is a complicated nonlinear system, and is hardly to be precisely described by precise mathematical models. Generalized regression neural network (GRNN), which is powerful in nonlinear mapping and generalization, is suitable for nonlinear systems. Therefore, GRNN is proposed to model the beam pumping unit in this paper, and the experimental results show that the fitness is good. Then the trained model is applied to optimize the decision parameters by vector evaluated particle swarm optimization based on Pareto (VEPSO-BP), and at last the resulting parameters are applied to the production.

收稿日期: 2012-11-20

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (51075418); 重庆市自然科学基金资助项目 (CSTC2010BB2285); 重庆教委资助项目 (KJ121402)

作者简介: 辜小花 (1982-), 女, 讲师, 博士研究生, 主要从事模式识别、复杂系统建模及优化研究, (Tel) 13452198430; (E-mail) xhgu@cqu.edu.cn。

Experimental results show that after using the optimal parameters, the efficiencies and energy consumptions increase more than 6.6% and decrease more than 4.1% respectively, which illustrates the feasibility and effectiveness of the proposed method.

Key words: generalized regression neural network; vector evaluated particle swarm optimization based on Pareto; model buildings; optimization; beam pumping unit; energy conservation

目前,中国油田上采用的主要采油设备仍然是抽油机,其保有量在 10×10^4 台以上,电动机装机总容量在 3 500 MW,每年耗电量逾 100×10^8 度。抽油机的运行效率特别低^[1],在中国平均效率为 25.96%,而国外平均水平为 30.05%,年节能潜力可达几十亿度,因此对抽油机的节能增产研究显得尤为重要。

近年来,已有不少学者研究抽油机节能策略,并取得了一些前瞻性的成就,主要分为以下两类:一类是引入新的机械或电气设备,另一类则是采用新的工作方式^[2]。第一类方法主要是通过变换装备,改变抽油机或电动机的一些机械结构和特性,典型的有文献[3]通过对 CYJY12-4.8-73HB 型偏置抽油机支架进行改进,使得抽油机的设计更合理,实现节能目的。文献[4]提出了一种 ZXCY 型直线电动机抽油机用于油田的采油,这种抽油机能使能量转化率提高 23%。文献[5]采用了一种单速三功率档节能型电机,这能使额定转速、效率、功率因素等相近,从而达到节能目的。文献[6]尝试用连续量子粒子群优化抽油机的结构参数,设计节能型抽油机。这些方法虽然能够明显的提高抽油机的系统效率,但是随着油田的不断开采,油田的内在环境不断的变化,机械节能改进结构的方法不能适应系统的变化,同时,需要改变抽油机的结构或更新设备,这在一定程度上造成了对油田原有设备的破坏和浪费。第二类方法主要是采用间歇式运行方式^[7-8],这种方式是用定时启动运行、定时停机来控制抽油机,例如, Li 等^[9], Qi 等^[10]分别引入模糊神经网络来控制抽油机抽停节奏,从而实现节能。然而,这种方式是以损失产量为代价的,且这种方式是自动启动运行,存在不安全因素,在油田一般不允许使用。鉴于上述方法存在的一些问题,希望找到一种方法既能保证安全生产又能在原有的设备基础上对抽油机采油系统进行优化。让抽油机的工艺参数工作在最理想状态是一种实现增产节能的重要方法。这种方法操作简单,不需要对改变硬件设备,只需要找出抽油机工作的最理想工艺参数。优化最理想工艺参数的关键是抽油机模型的建立。为此,笔者考虑建立抽油

机采油系统整体的一个模型,通过这个模型用优化技术优化工艺,达到增产节能目的。

考虑到抽油机系统是一个复杂的非线性系统,用准确的数学模型通常很难描述它,而广义回归神经网络^[11-13](generalized regression neural network, GRNN)具有很强的非线性映射能力,很高的容错性和很强的鲁棒性,适用于解决非线性系统建模问题。因此,采用 GRNN 来确定工艺参数与增产节能指标的映射关系,建立抽油机的多维映射模型;然后运用具有智能特性的基于 Pareto 的向量评价微粒群算法^[14](vector evaluated particle swarm optimization based on Pareto, VEPSO-BP)对多维映射模型进行搜索,搜索增产节能最好的理想点,据此确定工艺参数的最优值;最后,根据优化后的工艺参数最优值进行实际生产指导。

1 广义回归神经网络算法

人工神经网络(ANN)因为其良好的非线性逼近能力和不需要知道系统内部具体结构仅通过系统输入输出数据就能模拟系统而被广泛应用于化工过程建模^[15]。广义回归神经网络是一种具有很强的非线性映射能力和柔性网络结构以及高度的容错性和鲁棒性的神经网络。广义回归神经网络为 4 层类神经网络,分别为输入层,模式层,求和层,输出层,其模型架构见图 1。

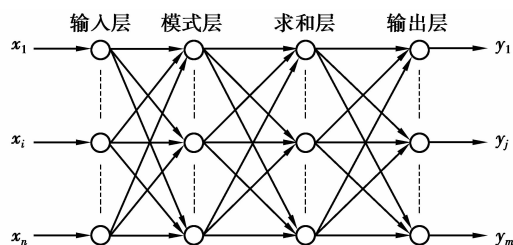


图 1 广义回归神经网络架构

广义回归神经网络的理论基础是非线性回归分析,非独立变量 Y 相对于独立变量 x 的回归分析实际上是计算具有最大概率值的 y 。设随机变量 x 和随机变量 y 的联合概率密度函数为 $f(x, y)$, 已知 x

的观测值为 X , 则 y 相对于 X 的回归, 也即条件均值为

$$\hat{Y} = E(y/X) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} yf(X, y)dy}{\int_{-\infty}^{\infty} f(X, y)dy}, \quad (1)$$

对 $f(X, y)$ 进行泊松 (Parzen) 非参数估计, 由于 $\int_{-\infty}^{+\infty} ze^{-z^2} dz = 0$, 整理后可得网络的输出 $\hat{Y}(X)$ 为

$$\hat{Y}(X) = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i \exp\left[-\frac{(X - X_i)^T (X - X_i)}{2\sigma^2}\right]}{\sum_{i=1}^n \exp\left[-\frac{(X - X_i)^T (X - X_i)}{2\sigma^2}\right]}, \quad (2)$$

估计值 $\hat{Y}(X)$ 为所有样本观测值 Y_i 的加权平均, 每个观测值 Y_i 的权重因子为相应的样本 X_i 与 X 之间 Euclid 距离平方的指数。 σ 为光滑因子, 是唯一需要人为调试的变量了, 值越小, 神经网络越逼近函数。网络的学习基本依赖于样本数据, 而且学习速度极快, 是曲面拟合和建模的一种理想的手段和工具。

2 基于 Pareto 的向量评价微粒群算法 (VEPSO-BP)

VEPSO-BP 是一种多目标微粒群算法, 其核心思想是将微粒群划分为若干个种群规模相等的子微粒群, 分别对多个目标函数进行优化, 并且各个子微粒群的适应值要受到其他子微粒群的影响。VEPSO-BP 将 p 个种群规模都为 M 的子微粒群同时对多目标优化问题的 p 个目标函数进行优化, 其中 $k(k=1, 2, \dots, p)$ 个子微粒群 k 只负责优化第 k 个目标函数 $f_k(U)$ 。

相比 VEPSO, VEPSO-BP 在全局最优位置的赋值和更新上需要建立一个外部记忆体, 并将所有 p 个子微粒群中的 Pareto 非支配解都放入该记忆体中, 程序迭代式, 需按照一定的算法从外部记忆体中取 p 个 Pareto 非支配解 (可重复) 分别作为各个子微粒群的全局最优位置。适用于 VEPSO-BP 的进化方程为

$$[k]v_{ad}(\text{gen} + 1) = [k]w \times v_{ad}(\text{gen}) + [k]c_1 \times r_1 \times [k]p_{best_{ad}} - [k]x_{ad}(\text{gen}) + [k]c_2 \times r_2 \times [k]p_{best_d} - [k]x_{ad}(\text{gen}), \quad (3)$$

$$[k]v_{ad}(\text{gen} + 1) = [k]x_{ad}(\text{gen}) + [k]v_{ad}(\text{gen} + 1), \quad (4)$$

其中: $[k]x_{ad}(\text{gen}), [k]v_{ad}(\text{gen}), [k]p_{best_{ad}}, [k]g_{best_{ad}}$

分别为 gen 时刻, 第 k 个子微粒群中, 第 a 个微粒在第 d 维分量下的坐标、速度、局部最优位置和全局最优位置; $[k]c_1$ 和 $[k]c_2$ 为微粒的加速因子; r_1 和 r_2 为 2 个在 $[0, 1]$ 范围内变化的随机数。

3 VEPSO-BP 和 GRNN 的抽油机采油过程建模与决策参数优化

3.1 抽油机模型

抽油机模型^[16]如图 2 所示, 抽油机工作时, 驴头悬点 (图中 19) 上作用的负载是变化的。抽油机工作分为上下两个冲程, 抽油机上冲程时, 驴头悬点需提起抽油杆柱和液柱, 在抽油机未进行平衡的条件下, 电动机 (图中 2) 要付出很大的能量, 这时电动机处于电动状态。在下冲程时, 抽油机杆柱转拉动对电动机做功, 使电动机处于发电机运行状态。

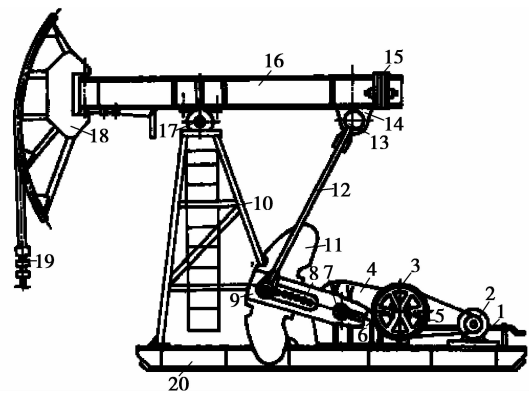


图 2 抽油机模型

抽油机工作过程中电能的消耗和油的产出量受很多过程变量的综合影响。这些过程变量与能耗和产油量呈非线性关系, 传统建模方法很难得到精准的工艺能耗模型。GRNN 具有很强的非线性映射能力, 很高的容错性和很强鲁棒性, 适用于解决非线性系统建模问题, 能够对模型进行高精度拟合, 为优化算法优化最优工艺提供了可行性和可靠性。

3.2 基于 GRNN 的抽油机生产系统建模

抽油机采油系统中, 冲次的大小与系统的生产状况是否合理是影响抽油机能耗和生产产量的关键因素, 因此将冲次作为决策变量。考虑到冲次含有的信息量有限, 仅用冲次对抽油机系统进行建模的效果很难接近真实模型, 不足以反映真实的生产情况, 为此, 找出 4 个环境变量: 最大载荷, 最小载荷, 有效冲程, 计算泵效, 结合冲次作为 GRNN 模型的输入变量, 以用电量和产量作为输出, 建立抽油机生

产系统的模型,模型如图3所示。



图3 抽油机广义回归神经网络模型

在广义回归神经网络训练模型时,为了直观地表示测试样本的预测效果,采用均方差MSE和拟合优度 U 这2个指标来衡量,公式如下

$$MSE = \frac{\sum (e_i)^2}{N}, U = 1 - \frac{1}{N} \sum \left| \frac{e_i}{s_i} \right|, \quad (5)$$

其中, s_i 是期望值, e_i 是绝对误差, N 是样本个数。

3.3 基于VEPSO-BP的抽油机采油过程决策参数优化

GRNN建模得到了理想的抽油机采油模型后,需要再进行决策参数优化方能获得理想参数。考虑2个目标中用电量越小越好,产量越大越好,而VEPSO-BP算法是以目标最小为优化方向,为此,将产量转换为负数,与用电量结合,作为多目标优化的2个目标函数。即目标函数为

$$\text{object1Min } G_{EPC}(X_i), i = 1, 2, \dots, 5;$$

$$\text{object2Min } -G_{OY}(X_i), i = 1, 2, \dots, 5, \quad (6)$$

其中, $G_{EPC}(X_i)$ 为用电量的目标函数, $G_{OY}(X_i)$ 为产量的目标函数, $i=1,2,\dots,5$ 为对应的5个参数。

由于研究的目的是寻找抽油机采油系统的最优决策参数,达到节能增产的目的,而环境变量在特定的状态下变化不大,为此把环境变量的搜索范围设置得较小,表示在特定的环境下,环境的变化不大。

4 实验及结果分析

为了验证提出方法的合理性和有效性,在真实的油田数据上进行了大量实验。

4.1 数据选取与预处理

笔者采用xx油田G17号和B24号2口井2011年6月1号到2011年10月18号的生产数据。经过人工处理粗大误差后分别得到1521组数据和1539组数据,为了对比结果,最后都采用前1520组数据来进行试验,部分生产数据如表1所示。方便起见,表格中用符号No.、P、Lmax、Lmin、S、E、C、Y分别表示序号、冲次、最大载荷、最小载荷、有效冲程、计算泵效、用电量和产量。

为了避免在GRNN建模时输入或者输出变量中数值大和数值小的分量绝对误差差异大,对输入和输出分别进行归一化处理,使其归一化后的数据在-1到1之间。

表1 部分试验数据

No.	P/(次·min ⁻¹)	Lmax/kN	Lmin/kN	S/m	E/%	C/(kw·h)	Y/(t·d ⁻¹)
1	3.01	97.2	44.7	3.074 646	69.260 06	11.97	31.053 396
2	2.99	98.4	43.5	3.131 836	71.015 291	12.44	31.489 449
3	2.97	103.2	42.6	3.068 267	70.773 906	13.37	30.654 941
4	2.99	99.4	43.9	2.999 297	67.744 393	12.09	30.161 779
5	2.99	97.3	44.9	3.250 161	73.191 985	12.00	32.873 278
...

4.2 GRNN抽油机生产系统建模

经过上一步的处理,已经得到了两口井的建模数据,对两口井的数据分别取前面1286组数据来训练模型,后面234组数据来验证模型的准确性。模型采用冲次、最大载荷、最小载荷、有效冲程、计算泵效5个变量作为输入,用电量和产量这2个指标作为输出。

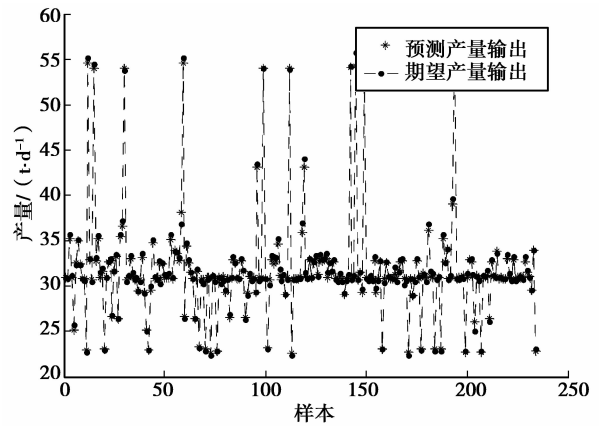
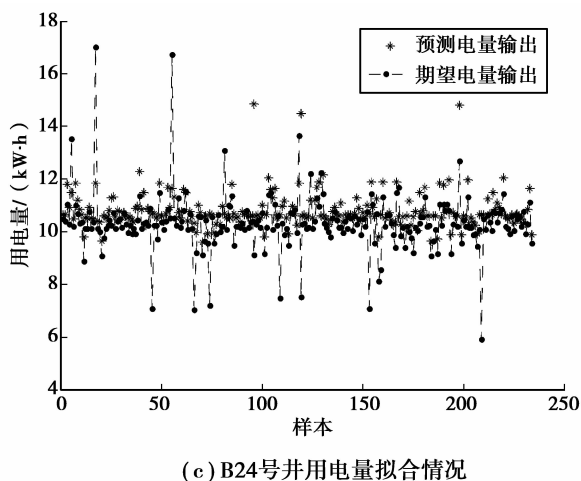
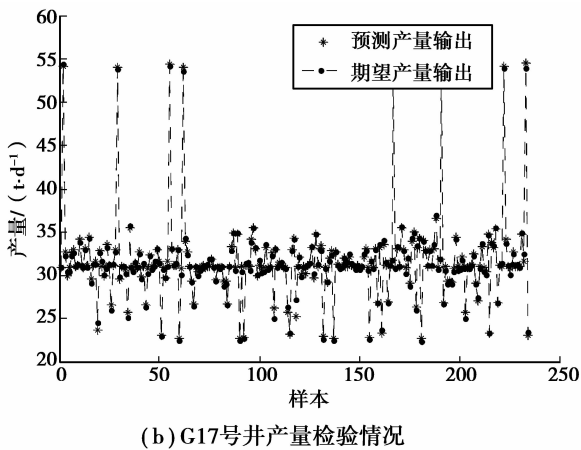
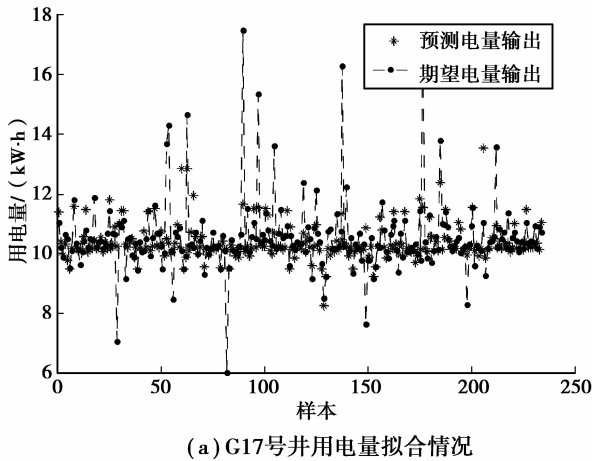
2个模型分别在光滑因子在0.3和0.4时,通过对模型的训练,拟合了油田抽油机采油系统的模

型,检验数据带入模型得到的拟合效果如图4所示,总体的均方差MSE和拟合优度 U 如表2所示。

表2 模型检验数据性能

参量	G17号井		B24号井	
	C/(kw·h)	Y/(t·d ⁻¹)	C/(kw·h)	Y/(t·d ⁻¹)
MSE	1.483 7	0.138 9	1.556 7	0.127 4
U	0.928 0	0.991 73	0.932 21	0.993 21

从图 4 可以看出,预测样本基本拟合了期望值,由表 2 可见,MSE 较小,U 到达 90%以上,网络模型具备了较强的泛化能力。可见,GRNN 较好的拟合了抽油机系统的模型,建模效果良好。



(d) B24号井产量检验情况

图 4 GRNN 模型检验数据拟合情况

4.3 决策参数优化

在决策参数优化过程中,变量的上下限设根据经验设定,其设定结果如表 3 所示,并设置 VEPSO-BP 算法的种群大小为 100,迭代次数为 50,2 个学习因子都为 2.5,神经网络的输出作为适应度函数,得到两口井的 Pareto 最优解集如图 5 所示,两口井的 Pareto 前沿(仅列 5 组)如表 4 所示。

从图 5 和表 4 中可以看出,在 2 口井上分别得到了不同的 Pareto 前沿,方便了油田的工作人员在不同的操作环境下给出最优冲次。通过将获得的最优解带入实际的油田抽油机生产过程发现,经过优化后的生产过程大大降低了用电量的同时提高了产量,具体地 G17 号井用电量降低 5.2%,产量提高了 6.6%;B24 号井用电量降低 4.1%,产量提高了 6.8%。实验结果充分证实了提出方法的可行性和有效性。

表 3 变量上下限

变量范围	P / (次/min)	L_{max} / kN	L_{min} / kN	S/m	$E/\%$
下限	2.5	93.3	42.3	3.1	71
上限	3.5	93.5	42.5	3.2	72

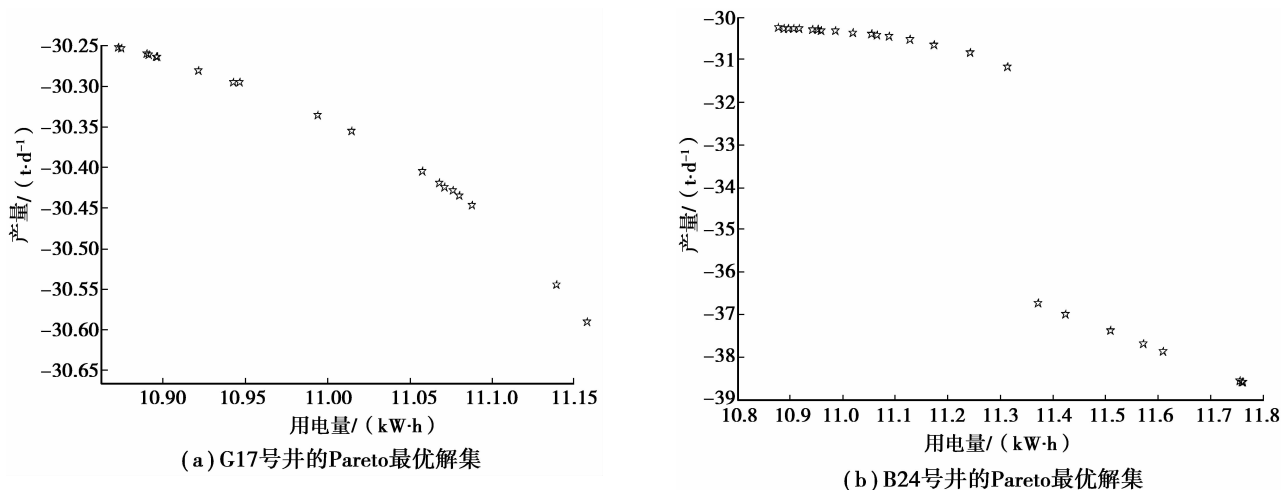


图 5 VEPSO-BP 搜索的 Pareto 前沿

表 4 Pareto 前沿

井号	No.	P/(次/min)	Lmax/kN	Lmin/kN	S/m	E/%	C/(kw·h)	Y/(t·d ⁻¹)
G17 号井	1	3.5	93.497 9	42.499 6	3.101 32	71.999 5	12.906 83	36.159
	2	3.499 99	93.3	42.499 9	3.100 04	71.745 1	12.852 95	35.973
	3	3.5	93.328 9	42.5	3.100 03	71.229 4	12.814 96	35.817
	4	3.499 97	93.302 7	42.499 9	3.100 03	71.583 1	12.840 75	35.921
	5	3.499 99	93.496 9	42.499 3	3.164 37	71.985 9	13.063 37	36.394
B24 号井	1	3.5	93.499 2	42.5	3.135 03	71.999 6	12.996 78	36.287
	2	3.5	93.499 8	42.499 8	3.199 89	71.999 9	13.134 47	36.538
	3	3.5	93.499 8	42.499 9	3.196 24	71.999 7	13.128 01	36.524
	4	3.5	93.499 2	42.499 9	3.172 8	71.998 5	13.082 69	36.432
	5	3.5	93.489	42.499 9	3.111 96	71.997 7	12.934 85	36.194

5 结 论

通过对抽油机采油系统的深入研究,建立了一套基于数据挖掘的抽油机建模及节能优化方法。首先,利用具有良好的非线性映射描述能力的 GRNN 建立了抽油机采油系统模型,然后,利用 VEPSO-BP 多目标优化算法搜索其最优决策参数,获得能节能降耗和增产的最优决策参数。实验结果表明本方法搜索到的最优决策参数用于油田生产,获得了6.6%以上的产量提高,和4.1%以上的用电量降低,实现了较大幅度的节能降耗。笔者提出方法对油田实现高产低耗的集约型生产提供了一种可行的解决思路,得到的是一个最优解集,如何从 Pareto 最优解集中找出一组最优解来指导生产,将是下一步研究的重点。

参考文献:

[1] Liu H L, Li Y, Huo G. Mechanical production parameters optimization and application[J]. Journal of Shengli Oilfield Staff University, 2007, 21(1): 30-31.

[2] Xu J, L J, Chen J, Han M. Research on power saving positive torque and constant power pumping unit and tracking technique system[J]. Procedia Engineering, 2012, 29:1034-1041.

[3] Guo D M, Guan F, Zhu Y M, Liu Y Z. Improved design of CYJY12-4. 8-73HB offset pumping unit support[J]. Journal of Oil and Gas Technology, 2005, 27(2):258-260.

[4] Gu Y H, Xiao W S, Zhou X X. Full scale test of ZXC Y-series linear motor pumping units[J]. Petroleum Exploration and Development, 2008, 35(3): 366-372.

[5] Wang H F, Sun J M. Application of a single-speed three-power energy-saving motor in pumping unit[J]. Electric Machines & Control Application, 2010, 37(10): 50-54.

[6] Li W, Yin Q, Cao J, Li L. The optimization calculation and analysis of energy-saving motor used in beam pumping unit based on continuous quantum particle swarm optimization [J]. Bio-Inspired Computing: Theories an Applications, 2010, 1-8.

[7] Wang Q Y, Zhao H Q. The intelligent control

- technology and applications of rod pump well [J]. Petroleum Instruments, 2011, 25(1): 60-62.
- [8] Gao H B, Zhu Q F, Yang C J, et al. Intermittent intelligent pumping unit and its application[J]. China Petroleum Machinery, 2007, 35(11): 58-60.
- [9] Li M, He P, Meng C. The design of oil pump energy saving expert controller based on ARM[J]. Computing Technology and Automation, 2009, 28(4): 56-58.
- [10] Qi W, Zhu X, Zhang Y. Study of fuzzy neural network control of energy-saving of oil pump[C]. Proceedings of the CSEE, 2004, 137-140.
- [11] Specht D F. A general regression neural network[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 1991, 2(6): 568-576.
- [12] Haidar A M A, Mustafa M W, Ibrahim F AF. Transient stability evaluation of electrical power system using generalized regression neural networks[J]. Applied Soft Computing, 2011, 22(4):3558-3570.
- [13] Li H Z, Guo S, Li C J, Sun J Q. A hybrid annual power load forecasting model based on generalized regression neural network with fruit fly optimization algorithm[J]. Knowledge-Based System, 2012, 08:015.
- [14] Guo Y, Li N, Li X S. Multi-resource leveling in multiple projects and vector evaluated particle swarm optimization based on Pareto[J]. Control and Decision, 2010, 25(5): 789-793.
- [15] Zadedi G, Parvizian F, Rahimi M R. An expert model for estimation of distillation sieve tray efficiency based on artificial neural network approach[J]. Journal of Applied Science, 2010, 10(12), 1076-1082.
- [16] Zou Y X. Production technology [M]. Peking: Petroleum Industry Press, 2006.

(编辑 侯 湘)

~~~~~

(上接第 123 页)

- [3] Xie M, Tang Y, Goh T N. A modified Weibull extension with bathtub-shaped failure rate function[J]. Reliability Engineering and System Safety, 2002, 76(3):279-285.
- [4] 李瑞莹, 康锐. 基于 ARMA 模型的故障率预测方法研究[J]. 系统工程与电子技术, 2008, 30(8):1588-1591.  
LI Ruiying, KANG Rui. Research on failure rate forecasting method based on ARMA model [J]. Systems Engineering and Electronic, 2008, 30(8): 1588-1591.
- [5] Jones J A, Hayes J A. Use of a field failure database for improvement of product reliability[J]. Reliability Engineering & System Safety, 1997, 55(2):131-134.
- [6] Yu J, Jia Y Z. Applied research on reliable increase measures of CNC lathes[J]. Journal of Harbin Institute of Technology (New Series), 2005, 12(2):218-220.
- [7] 廖小波. 机床故障率浴盆曲线量化建模及应用研究[D]. 重庆:重庆大学, 2010.
- [8] 赵继俊, 邹经湘, 张锡清. 混合威布尔分布的参数优化估计[J]. 机械科学与技术, 2001, 20(1):14-16.  
ZHAO Jijun, ZOU Jingxiang, ZHANG Xiqing. Parameter optimization estimation of mixed weibull distribution [J]. mechanical science and technology, 2001, 20(1):14-16.
- [9] 贾志成, 申桂香, 胡仲翔, 等. 基于生命周期的数控机床寿命分布模型及控制[J]. 机床与液压, 2008, 36(1): 164-168.  
JIA Zhicheng, SHEN Guixiang, HU Zhongxiang, et al. Lifetime distribution model and control for CNC lathes based on life cycle [J]. machine tool & hydraulics, 2008, 36(1):164-168.
- [10] 蒋仁言, 左明健. 可靠性模型与应用[M]. 北京:机械工业出版社, 1999.
- [11] Govind S, Mudholkar, Kobby O. Transformation of the bathtub failure rate data in reliability for using Weibull-model analysis[J]. Statistical Methodology, 2009, 6(6): 622-633.
- [12] 贺国芳. 可靠性数据的收集与分析[M]. 北京:国防工业出版社, 1995.
- [13] Blischke W R, Murthy DNP. Product warranty handbook[M]. New Yourk: Marcel Dekker, 1996.
- [14] 解晶. 保修策略下的成本与保修期研究[D]. 天津:天津大学, 2005.
- [15] Wu C C, Chou C Y, Chikong H. Optimal burn-in time and warranty length under fully renewing combination free replacement and pro-rata warranty[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2007, 92(7):914-920.
- [16] 胡飞, 宗群. 基于产品保修的不可靠生产系统最优生产周期[J]. 系统工程与电子技术, 2009, 31(1):479-483.  
HU Fei, ZONG Qun. Optimal production run length for an unreliable production system based on product warranty policy [J]. Systems Engineering and Electronic, 2009, 31(1):479-483.

(编辑 侯 湘)