

doi:10.11835/j.jssn.1000-582X.2013.08.003

采用 STFT-Wigner 变换抑制 Wigner-Ville 分布交叉项

王 见¹, 李金同¹, 卢华玲², 尹爱军¹

(1. 重庆大学 机械传动国家重点实验室, 重庆 400044; 2. 重庆邮电大学 经济管理学院, 重庆 400065)

摘 要:对于多分量非平稳信号分析, 维格纳时频分布 Wigner-Ville(WVD)存在严重的交叉项干扰。而 GWT 避免了 Wigner-Ville 分布的交叉项干扰而且具有良好的时频聚集性。但由于 Gabor 变换的时频聚集性不佳, 当多分量信号进行 Gabor 变换时如果信号中各分量频率混叠, Gabor Wigner transform(GWT)就不能得到理想的结果。提出一种改进的 STFT-Wigner 算法, 可以有效的抑制交叉项, 并保持较高的时频聚集性。通过分析仿真信号和实测振动信号表明该方法能够取得良好的效果。

关键词: STFT-Wigner 变换; Gabor 变换; Wigner-Ville 分布; 信号分析; 交叉项; 振动频率

中图分类号: TH115

文献标志码: A

文章编号: 1000-582X(2013)08-016-04

Using STFT-Wigner transform to suppress the cross terms in Wigner-Ville distribution

WANG Jian¹, LI Jintong¹, LU Hualing², YIN Aijun¹

(1. The State Key Laboratory of Mechanical Transmission, Chongqing University, Chongqing 400044, China; 2. College of Economics and Management, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

Abstract: There is a serious crossing-term problem when Wigner-Ville distribution (WVD) is used to analyze multi-component non-stationary signals. While, using Gabor-Wigner transform (GWT) can avoid the crossing-term problem and maintain the clarity as good as WVD. But as the component frequency of multi-component signals interfere each other, GWT can't get clear-cut results. A modified STFT-Wigner is proposed to suppress the cross terms in WVD effectively and maintain the clarity. This method is proved to be practical through analyzing simulation signals and experiment signals.

Key words: STFT-Wigner transform; Gabor-Wigner transform; Wigner-Ville distribution; signal analysis; cross terms; vibrational frequencies

对于工程中的非平稳信号, 采用经典的傅里叶变换已经不能得到信号中的有用信息, 而时频分析是分析此类信号有力工具。常用的有短时傅里叶变换、Gabor 变换和 Wigner-Ville, WVD, 维格纳时频分步等。对于短时傅里叶变换和 Gabor 变换, 由于

采用固定窗, 使得其时间和频率分辨率难以同时得到保证, 此外 Gabor 变换的时频聚集性不佳; WVD 是一种重要的时频分析方法, 具有理论上的最高时频分辨率和许多优良的数学性质; 但对于多分量信号, WVD 是双线性变换, 不满足叠加原理, 因此存

收稿日期: 2013-02-12

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50905192, 51105396); 中国博士后科学基金资助项目(2011M501387)

作者简介: 王见(1975-), 男, 重庆大学副教授, 博士, 主要从事网络化虚拟仪器与便携式测试技术研究,

(Tel)13436170566; (E-mail)vi@cqu.edu.cn。

在严重的交叉项干扰。目前许多学者对 WVD 消除交叉项干扰做了大量的研究。

笔者介绍了信号处理的基本方法^[1]。PACHORI 等^[2]提出了采用 Fourier-Besse 展开先将多分量信号分解为单分量信号,再对各分量信号分别计算 WVD 后合并,以达到去除交叉项的目的,纪跃波等^[3]给出了 CWD 具体的算法实现。陈端等^[4],刘文彬等^[5]和 MIRELA 等^[6]通过对多分量信号进行 Gabor 展开,并对各分量信号做 WVD 后再合成的方法避免了 WVD 的交叉项。PEI 等^[7]和 KHAN 等^[8]提出了 GWT 以及改进算法,GWT 结合了 Gabor 变换和 WVD 的优点。CHEN^[9],MOREAU^[10]和 HE 等^[11]采用盲源分离方法对维格纳时频分布进行分解,并利用分解系数重构时频图来抑制 WVD 交叉项。KHANDAN 等^[12]使用中心仿射滤波器对信号的维格纳时频分布进行分解,并利用分解系数重构时频图来抑制 WVD 交叉项。

分析对比了 WVD、STFT、GT 以及 WVD 交叉项消除方法,改进了文献[13]中基于 STFT 的 WVD 的交叉项抑制方法,可以得到较 GWT 更好的结果。对 WVD 产生交叉项部分,用 STFT 谱幂调节项和 WVD 幂调节项乘积替代,通过这样的处理以达到消除交叉项的目的。

1 时频分析方法比较

1.1 WVD

WVD 是适用于非稳态信号处理的时频分析方法之一,与 Gabor 变换相比,具有更好的时频聚集性。

WVD 定义为

$$W_x(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi f\tau} d\tau. \quad (1)$$

WVD 是一种双线性变换,不满足叠加原理。对于 2 个分量的信号: $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$, 其 WVD 的结果为

$$W_x = W_{x_1} + W_{x_2} + W_{x_1x_2} + W_{x_2x_1}. \quad (2)$$

W_{x_1} 、 W_{x_2} 为分量 $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$ 的 WVD, $W_{x_1x_2}$ 、 $W_{x_2x_1}$ 是交叉项。WVD 的交叉项是不可避免的,会严重影响区分信号项和交叉项。

如图 1(a)所示为一时域信号,由 2 个不同时刻出现的非同频高斯调制信号组成,图 1(b)为该信号的 WVD 分布。可以看出变换结果具有明显的交叉项,并且无法分辨原分量信号和交叉项。

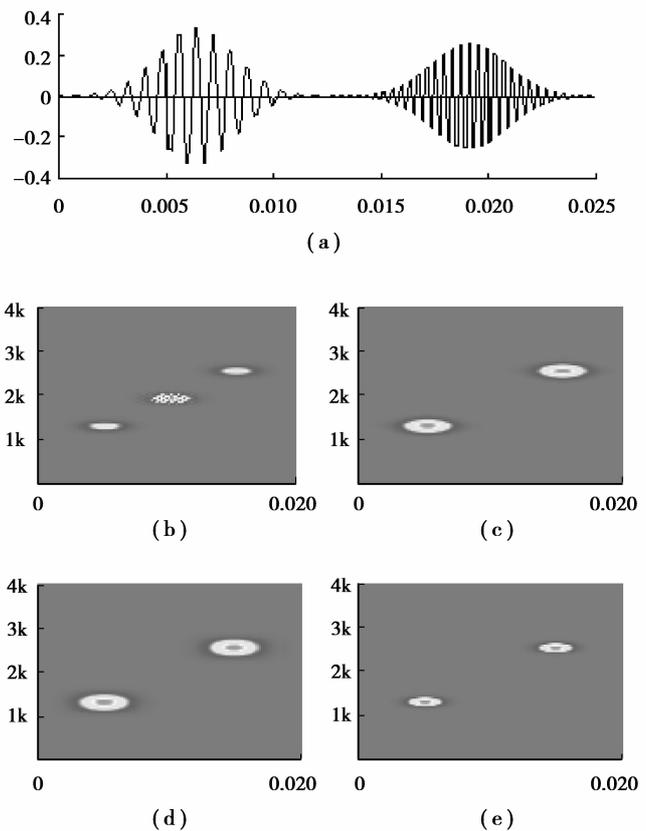


图 1 多分量信号及其时频变换

1.2 短时傅里叶变换(STFT)与短时傅里叶变换谱

STFT 变换定义为

$$\text{STFT}_s(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau) g^*(\tau - t) e^{-j2\pi f\tau} d\tau, \quad (3)$$

其中 $g(t)$ 是一个沿时间轴滑动的宽度很短的函数。短时傅里叶变换可以看作是信号 $s(t)$ 在分析时间 t 附近的傅里叶变换,通常称之为局部频谱。短时傅里叶变换信号的一种线性时频分析方法,对于多分量信号来说,它不具有交叉项。

WVD 是一种二次型的变换,为了与 WVD 对比,在文中均使用短时傅里叶变换谱和 Gabor 变换谱^[9]。短时傅里叶变换谱定义为 STFT 模的平方

$$S_{\text{STFT}}(t, f) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau) g^*(\tau - t) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \right|^2. \quad (4)$$

图 1(c)为图 1(a)所示信号的短时傅里叶变换谱。与图 1(b)相比,可以看出短时傅里叶变换谱没有交叉项,但时频分辨率较 WVD 要低。

1.3 Gabor 变换与 Gabor 变换谱

Gabor 变换也是信号的一种线性时频分析方法,它把时域的一维信号映射为对应的时频域二维信号,能够同时在时间和频率上表示信号的密度或强度,进而确定在某一特定的时间哪些频率存在。其处理方法是对信号 $x(\tau)$ 施加一个滑动窗 $\varphi(\tau - t)$

(t 是移位因子,反映滑动窗的位置)后,再作 Fourier 变换

$$G_x(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \overline{\varphi_{t,f}(\tau)} d\tau, \quad (5)$$

其中

$$\varphi_{t,f}(\tau) = \varphi(\tau - t) e^{j2\pi f\tau},$$

若滑动窗为高斯函数,则 Gabor 变换为

$$G_x(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) e^{-\pi(\tau-t)^2} e^{-j2\pi f\tau} d\tau. \quad (6)$$

由式(6)可以看出,Gabor 变换实际是短时傅里叶变换的一种特殊形式。Gabor 变换对多分量信号进行分析时,没有交叉项。

Gabor 变换谱定义为

$$S_G(t, f) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \overline{\varphi_{t,f}(\tau)} d\tau \right|^2. \quad (7)$$

如图 1(d)所示为利用 Gabor 变换谱对图 1(a)所示信号进行分析,其中 Gabor 高斯窗长度为 128。

1.4 Gabor-Wigner 变换(GWT)

GWT 定义为 2 个变量 $G_x(t, f)$ 、 $W_x(t, f)$ 的任意函数式,表达式为

$$C_x(t, f) = p(G_x(t, f), W_x(t, f)), \quad (8)$$

其中 $p(x, y)$ 为任意函数。例如: $p(x, y) = xy$, 则 $C_x(t, f) = G_x(t, f)W_x(t, f)$; $p(x, y) = x + y$, 则 $C_x(t, f) = G_x(t, f) + W_x(t, f)$ 。文献[14]中定义了如下 GWT 变换

$$C_x(t, f) = G_x(t, f)W_x(t, f), \quad (9)$$

$$C_x(t, f) = \min\{|G_x(t, f)|^2, |W_x(t, f)|\}, \quad (10)$$

$$C_x(t, f) = W_x(t, f)\{|G_x(t, f)| > 0.25\}, \quad (11)$$

$$C_x(t, f) = G_x^{2.6}(t, f)W_x^{0.6}(t, f). \quad (12)$$

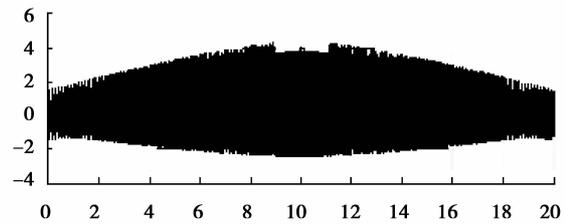
GWT 的基本思想是通过运算,增强 Gabor 变换与 WVD 重叠部分而消弱交叉部分,这样就能够保证 GWT 没有交叉项的同时具有良好的时频聚集性。需注意的是 GWT 的计算结果只能显示时频变换后相对的大小,其幅值不能反映信号时频变换的绝对值。

图 1(e)为具有图 1(a)所示 2 个高斯调制分量信号的 GWT 变换,变换采用了公式(12)。可以看出 GWT 变换克服了 WVD 交叉项干扰,并且具有良好的时频聚集性。

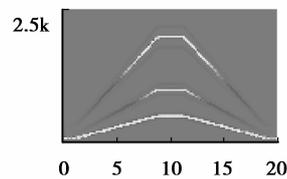
Gabor 变换中基函数为了保证完备性,往往采

用过采样^[15],过采样同时也能够提高信号 Gabor 展开的稳健性,但这样处理会导致 Gabor 变换的时频聚集性不好($\Omega T < 2\pi$),当多分量信号中频率接近时,经过 Gabor 变换后相互干扰,此时的 GWT 就不能获得理想的结果。

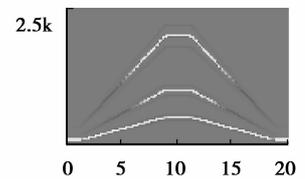
如图 2(a)所示为一仿真升降速调制信号,该信号包含 3 个主频率,且为 2 倍关系;主频率附近有调制频率。如图 2(b)所示该信号经过 Gabor 变换(高斯窗长度为 512)后,一倍频附近的调制信号由于时频分辨率原因,完全不能分辨出主频率和调制频率;如图 2(d)所示为信号的 GWT 变换,由于受 Gabor 变换的影响,GWT 也会产生同样的结果,在一倍频附近主频率和调制频率相互混叠,分辨不出主频率和调制频率。



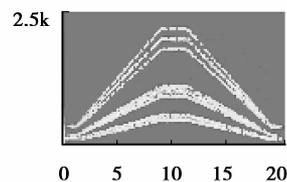
(a) 仿真升降速调制信号



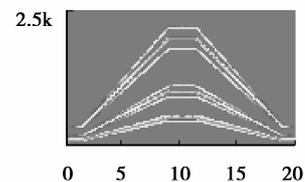
(b) 信号经高斯变换



(c) 信号高斯变换



(d) 信号GWT变换



(e) 信号GWT变换

图 2 升降速调制信号及其时频变换

2 STFT-Wigner 变换

为了避免 GWT 的缺点,这里由 STFT 和 Wigner 变换给出了 STFT-Wigner 变换。参照式(8)GWT 的定义,STFT-Wigner 变换定义为

$$SW_x(t, f) = \min\{S_{\text{STFT}x}, |W_x(t, f)|\}, \quad (13)$$

$$SW_x(t, f) = W_x(t, f) \{ |S_{STFT_x}(t, f)| > c \}, \quad (14)$$

$$SW_x(t, f) = S_{STFT_x}^a(t, f) W_x^b(t, f). \quad (15)$$

式(13)为取 STFT 谱和 WVD 中数值较小者, 通过这样的处理将 WVD 中有交叉项部分用相应 STFT 谱中的数值代替, 以达到消除交叉项的目的。

式(14)中 c 为 STFT 谱的交叉项消除阈值。当 STFT 谱的值小于该阈值时, 返回 0; 如果大于该阈值, 则返回 1。WVD 中有交叉项对应 STFT 谱部分的数值肯定小于该阈值, 用数字 0 与 WVD 相乘以消除交叉项。

式(15)中 a, b 称为幂调节系数。该式的作用是增强两变换数值较大部分而消弱有交叉项部分。随着 a, b 的增大, STFT-Wigner 变换的时频聚集性提高。通过实验证实, a, b 不易取值过高, a 取值范围在 1.5~3.5 之间, b 取值范围在 0.3~1 之间。

与 GWT 相同, STFT-Wigner 变换只能显示时频变换后相对的大小, 其幅值不能反映信号时频变换的绝对值。通过对仿真信号进行对比分析, 式(15)所示方法较式(13)(14)结果更加理想, 使用更为灵活。

如图 2(c)所示为图 2(a)中信号的 STFT 谱(窗函数为高斯窗, 窗长度为 512), 图 2(c)为该信号的 STFT-Wigner 变换, 其中 a 取 2, b 取 0.5。可以看出 STFT-Wigner 变换能够避免交叉项干扰, 并且克服了 GWT 中时频聚集性的问题, 准确地分辨出一倍频和附近的调制频率。

3 实测实验

为进一步验证算法的有效性, 对一转子振动试验台进行了测试。

试验台的转子人为加了不平衡质量, 使转子处于不平衡状态。ICP 压电传感器布置在轴承座垂直方向, 采集卡采样频率设置为 5 K。调节电机转速使转子转速从 0 上升到 3 000 r/min, 记录下整个升速过程, 见图 3(a)。

图 3(b)为采用公式(12)对信号做 GWT 分析结果, 其中 Gabor 变换窗函数长度为 512; 图 3(c)采用公式(15)对信号做 STFT-Wigner 变换, 窗函数为长度 512 的高斯窗, 幂调节系数 $a=2, b=0.5$ 。结果显示 GWT 时频分辨率明显不如 STFT-Wigner 变换: GWT 变换中, 不能够分辨出由转子不平衡引起的振动频率和 50 Hz 工频干扰, 而 STFT-Wigner 变换能够准确的区分 2 个频率。

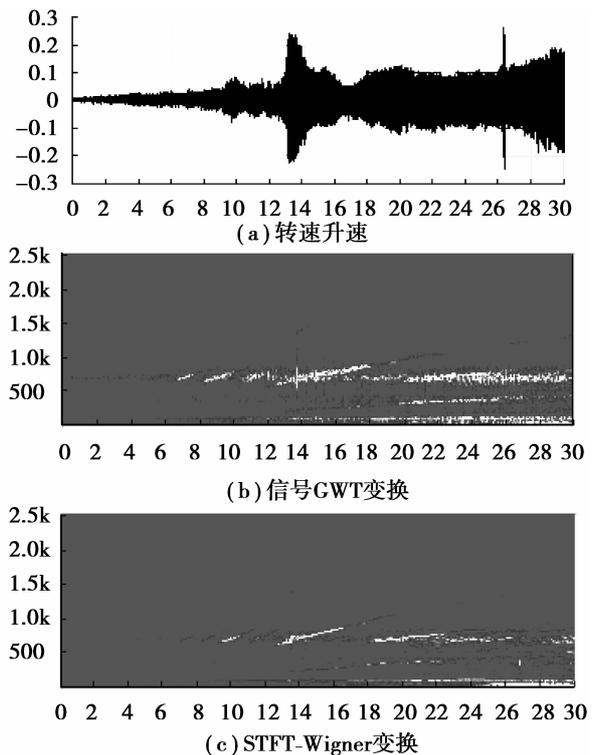


图 3 转子振动试验台振动信号及其时频分析

4 结 论

在计算多分量非平稳信号的时频谱时, Wigner 变换存在交叉项干扰而不能得到正确的结果; 并且由于 Gabor 变换的时频聚集性不好, 同样带来分析的困难; 此外 Gabor-Wigner 变换虽然能够避免 WVD 交叉项干扰问题, 但不能避免 Gabor 变换所带来的时频聚集性差的问题。STFT-Wigner 变换克服了上述问题, 选择合适的窗函数以及时窗长度, 通过改变幂调节系数, 得到高分辨率无交叉项的时频变换。

通过仿真以及实测实验验证了 STFT-Wigner 变换。但 STFT-Wigner 变换中幂调节系数的确定没有理论基础, 如何根据待分析信号的特征确定幂调节系数有待进一步研究。

参考文献:

- [1] 蔡坤宝. 数字信号处理 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2007.
- [2] Pachori R B, Sircar P. A new technique to reduce cross terms in the wigner distribution [J]. Digital Signal Processing, 2007, 17: 466-474.

- [14] 吕济明. 双离合自动变速器坡道起步控制仿真研究 [D]. 吉林: 吉林大学, 2008.
LV Jiming. Simulating study on vehicle hill-start control of dual clutch Transmission [D]. Jilin: Jilin University, 2008.
- [15] Lin Cheng, Zhou Hui, Sun Fengchun et al. Study on Intelligent control strategy of battery-electric bus based on the fuzzy comprehensive evaluation method [C] // IEEE Global Congress on Intelligent Systems 2009; 328-332.
- [16] Jae Seung Cheon, Jaewoo Jeon. Investigation of main control design factors to improve performance of cable puller type and caliper integrated type electric parking brakes[J]. SAE PaPer, 2009-01-3022
- [17] Lee Y, Chung H B, Chung C C, et al. A nonlinear proportional controller for electric parking brake (EPB) systems[J]. SAE Paper, 2007-01-3657

(编辑 侯 湘)

(上接第 18 页)

- [3] 纪跃波, 秦树人, 汤宝平. Wigner 分布干扰项抑制及其算法[J]. 重庆大学学报: 自然科学版, 2001, 24(4): 26-30.
JI Yuebo, QIN Shuren, TANG Baoping. Repression of the interference in the wigner distribution and the algorithm[J]. Journal of Chongqing University: Natural Science Edition, 2001, 24(4): 26-30.
- [4] 陈端, 刘树棠. 基于离散 GABOR 变换的抑制交叉项的新方法[J]. 西安交通大学学报, 1997, 31(09): 77-80.
CHEN Duan, LIU Shutang. A new method of suppressing cross terms based on discrete gabor transform[J]. Journal of Xi' An JiaoTong University, 1997, 31(09): 77-80.
- [5] 刘文彬, 郭瑜, 李之雄. 基于 Gabor 展开的 Wigner-Ville 分布的交叉项消除[J]. 振动与冲击, 2008, 27(10): 121-123.
LIU Wenbin, GUO Yu, LI Zhixiong. Removal of crossing-items of wvd based on gabor expansion[J]. Journal of vibration and shock, 2008, 27(10): 121- 123.
- [6] Mirela B, Isar A. The reduction of interference terms in the time-frequency plane [J]. Signals Circuits and Systems, 2003, 2: 461-164.
- [7] Pei S C, Ding J J. Relations between gabor transforms and fractional fourier transforms and their applications for signal processing[J]. IEEE Transaction on signal processing, 2007, 55(10): 4839-4841.
- [8] Khan N A, Jaffri M N, Shah S I. Modified gabor wigner transform for crisp time frequency representation[C]. International Conference on Signal Acquisition and Processing. 2009, 2009(14): 119-122.
- [9] Chen J. Time frequency based blind source separation technique for elimination of cross terms in wigner distribution [J]. Electronics Letters, 2003, 39(5): 475-477.
- [10] Moreau E. A generalization of joint-diagonalization criteria for source separation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2001, 49(3): 530- 541.
- [11] He Z Y, Yang L X, Liu J. Blind source separation using clustering-based multivariate density estimation algorithm[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2000, 48(2): 575- 579.
- [12] Khandan F, Ayatollahi A. Performance region of center affine filter for liminating of interference terms of discrete wigner distribution [J]. Image and Signal Processing and Analysis, 2003(2): 621-625.
- [13] 吕宙. 基于 STFT 的 Wigner-Ville 分布交叉项抑制[J]. 航天电子对抗, 2010, 26(3): 27-29.
LV Zhou. Cross-terms suppression in wigner-ville distribution based on STFT[J]. Aerospace Electronic Warfare, 2010, 26(3): 27-29.
- [14] Qian S E, Chen D P. Joint time-frequency analysis[J]. Signal Processing Magazine IEEE, 1999, 16(2): 52-67.
- [15] 张贤达, 保铮. 非平稳信号分析与处理[M]. 北京: 国防工业出版社, 1998.

(编辑 侯 湘)