

doi:10.11835/j.jssn.1000-582X.2013.08.013

迭代算法的曲线插补进给速度控制方法

邓昌奇, 廖 辉

(广东石油化工学院 机电学院, 广东 茂名 525000)

摘 要:在数控加工中,为了满足较高的加工精度和保持恒定的进给速度要求,提高数控加工复杂零件的能力,数控系统插补器需要采用较复杂的插补算法,其计算量大,耗时多,影响加工速度。针对这一问题,根据参数曲线数控插补原理,指出了 Taylor 展开算法和迭代算法,给定曲线,利用当前弦长和当前插补点,精确算出下一插补点。在迭代次数和迭代误差都小于设定值时结束迭代,即可算出下一插补点,且保持当前点和速度,否则继续迭代直到满足要求为止,给出了基于迭代算法的曲线实时插补进给速度的控制方法。仿真实例结果表明,提出的算法能够满足各种不同参数曲线的加工。与常规插补算法相比,该算法通用性强,计算量小,进给误差小,计算精度高,提高了加工效率。

关键词:插补;迭代算法;数控;进给速度;实时

中图分类号:TP273;TP391

文献标志码:A

文章编号:1000-582X(2013)08-085-06

Feed-rate-controlled method of iterative algorithm for curve interpolation

DENG Changqi, LIAO Hui

(College of Mechanical and Electrical Engineering, Guangdong University of
Petrochemical Technology, Maoming, Guangdong 525000, China)

Abstract: In order to maintain a high machining accuracy and a constant speed feed-rate in CNC machining and improve the machining capability of CNC in handling complex part, the complicated interpolation algorithm needs to be used in CNC interpolation, which is time-consuming for large amount of computation, thus the machining speed is influenced. To solve this problem, based on the principle of parametric curve paths CNC interpolating, it is pointed out that Taylor series and iterative algorithm, given curve, using the chord length and the interpolation point, accurately calculate the next interpolation points. In the number of iterations and iterative error are less than the set value when the end of the iteration, next interpolation points can be calculated, and keep the current point and speed, otherwise continue iterative algorithm until they meet the requirements, feed-rate-controlled method based on iterative algorithm for curve real-time interpolation has also been given. The simulation results demonstrate that the proposed algorithm can satisfy the machining of a variety of different parametric curves. Compared with the conventional interpolation algorithm, it features are high university for machining, small computational a mount small feed-rate error and high computational accuracy, thereby greatly shorting the processing efficiency.

Key words: interpolation; iterative algorithm; CNC; feed-rate; real-time

收稿日期:2013-04-20

基金项目:2011 年广东省部产学研引导项目(2011B090400209);2011 年广东省科技型中小企业技术创新专项资金项目(2011CY197)

作者简介:邓昌奇(1963-),男,广东石油化工学院副教授,主要从事现代数控技术、智能控制研究,
(E-mail)chqdeng@163.com。

复杂型面零件的高速、高质量加工控制和无后续光整加工,对航空、宇航、模具等制造业具有特别重要的现实意义。传统的数控系统只支持直线、圆弧和螺旋线插补,而 CAM 系统必须根据设定的误差要求,目前只有 FANUC、SIEMENS、和 FIDIA 等少数高档数控系统能支持用参数曲线表示的刀具路径离散成微小直线段和圆弧段,在 CNC 领域,复杂型面的应用却相对滞后。为此,国内外学者通过研究数控系统中的曲线曲面直接插补技术来克服传统加工方式的缺陷,提高加工效率和精度。为保证加工误差在允许范围内,Yeh 等^[1-3]提出了限定弦高误差的加工速度自适应插补算法,Tikhon 等^[4-6]提出了恒定切削率的加速度自适应算法,但加工速度的变化,有可能导致过切或欠切,破坏加工精度。为了克服这些缺陷,学者提出在曲率变化快的区域进行定位和加减速处理,以及将速度修整算法引入加减速处理,但是这些加减速过程中存在加速度突变,容易导致机床产生振动。最近出现了一些关于 NURBS 曲线曲面^[7-8]的直接插补算法,但计算繁琐,需要较长的插补时间,占用内存空间多,难以实现 NURBS 曲线的快速实时插补。Shpitalni 等^[9]根据一阶 Taylor 展开式近似计算插补点,提出了加工速度恒定的参数曲线插补算法,此法计算量少,但误差较大。Yang 等^[10]在此基础上采用二阶 Taylor 展开式计算插补点,提高了逼近精度,但计算量有所增加,而且两者均未考虑误差控制。

为改善上述状况,在上述研究的基础上,通过比较一阶 Taylor 展开式插补算法、二阶 Taylor 展开式插补算法和迭代算法,提出了一种迭代算法技术引入数控系统中,实现了进给速度的精确控制。

1 曲线实时插补原理

数控加工中,刀具沿加工路径方向运动的速度称为进给速度。几何造型中曲线/曲面可用参数方程表示,曲线的每一个坐标可以独立表达为

$$C(u) = x(u)i + y(u)j + z(u)k, \quad (1)$$

式中 u 为参数,通常 $0 \leq u \leq 1$ 。当前插补点为 u_i ,下一个插补点 u_{i+1} ,瞬时插补进给速度为 V_{refi} ,插补周期为 T 。理想情况下有

$$\begin{cases} u_{i+1} = u_i + \Delta u_i; \\ \|C(u_{i+1}) - C(u_i)\| = V_{\text{refi}} \times T; \\ \|C(u_{i+1}) - C(u_i)\| \approx \int_{u_i}^{u_{i+1}} \|C(u)\| du. \end{cases} \quad (2)$$

如何实时准确地计算出下一个插补点 $u_{i+1} = u_i + \Delta u_i$ 是插补算法的关键,曲线为自由曲线且其“参数—弧长”呈非线性关系,数控插补时插补点计算时分成一个插补周期获得较为精确的解析解,只能有近似解 u_{i+1} 逼近真值解 u_{i+1}^* ,满足 $\|C(u_{i+1}^*) - C(u_i)\| \approx \|C(u_{i+1}) - C(u_i)\|$,瞬时进给速度 V_{refi} 无法准确达到,实际插补速度为

$$V_i = \|C(u_{i+1}) - C(u_i)\| / T. \quad (3)$$

实际插补进给速度波动

$$\Delta V_i = V_{\text{refi}} - V_i, \quad (4)$$

$$\Delta V_i = V_{\text{refi}} - \|C(u_{i+1}) - C(u_i)\| / T. \quad (5)$$

瞬时插补段速度波动率为

$$\sigma_{v_i} = \frac{\Delta V_i}{V_{\text{refi}}} \times 100\% = \left[1 - \frac{\|C(u_{i+1}) - C(u_i)\|}{T \times V_{\text{refi}}} \right] \times 100. \quad (6)$$

已经理论计算传统圆弧插补算法,在圆心角为 1° 时, $\delta_{v_i} = 1.2 \times 10^{-3}\%$ 。正常插补时, $\Delta u \ll 1^\circ$,速度波动几乎可以忽略。曲线插补与圆弧插补不同,其插补参数与曲线弧长呈非线性关系,Bedi^[11]提出了等距离参数的参数曲线实时插补算法,即每个插补周期的插补参数增量 Δu 相同,但不同插补点对应的弧长变化很大,造成较大的瞬时插补速度起伏波动。这种波动无法保证加工精度,甚至无法加工。

曲线实时插补时,为获得好的加工效果,通过速度规划方法,如 S 型加减速规划,“前瞻”速度处理,优化速度规划等,给出理想的刀具进给速度。依据瞬时进给速度 V_{refi} ,精确计算下一个插补点 u_{i+1} ,将实时插补进给速度波动率 δ_{v_i} 控制在理想的范围内。

2 曲线实时插补进给速度控制方法

曲线插补时,下一插补点应尽量减小 δ_{v_i} 为目标,比较有影响的是有一阶 Taylor 展开法^[12-13],二阶 Taylor 展开法^[7]、预测修正迭代法^[8,15]、Taylor 展开误差修正法^[15]等。下面对前 4 种算法原理做简要介绍和对比。

2.1 常规插补算法

2.1.1 一阶 Taylor 展开法

曲线 $C(u)$ 的参数 u 为时间 t 的连续函数 $u(t)$,

$$u_{i+1} = u_i + \frac{V_{\text{refi}} T}{\|dC(u)/dt\|_{u=u_i}}, \quad (7)$$

$dC(u)/dt = \{dx(u)/dt, dy(u)/dt, dz(u)/dt\} = (x', y', z')$,因此

$$u_{i+1} = u_i + \frac{V_{\text{refi}} T}{\sqrt{(x')^2 + (y')^2 + (z')^2}} \quad (8)$$

因为参数点由 u_{i+1} 代入参考曲线方程求得, 参考点总是在曲线上, 故没有位置误差, 但存在有 $V_i \neq V_{\text{refi}}$, 对曲线半径 ρ 较大的曲线 $\delta_{v_i} < 5\%$, 但 ρ 较小的曲线 (如 $\rho < 5 \text{ mm}$), 该插补算法 δ_{v_i} 较大了, 不再适用, 采用二阶 Taylor 展开法。

2.1.2 二阶 Taylor 展开法

二阶 Taylor 展开法为

$$u_{i+1} = u_i + \frac{V_{\text{refi}} T}{\|dC(u)/dt\|} - \frac{(TV)_{\text{refi}}^2 |dC(u)/du \times d^2C(u)/du^2|}{\|dc(u)/dt\|_{u=u_i}^4 \times 2} \quad (9)$$

因此有

$$u_{i+1} = u_i + \frac{V_{\text{refi}} T}{\sqrt{(x')^2 + (y')^2 + (z')^2}} - \frac{(V_{\text{refi}} T)^2 (x'x'' + y'y'' + z'z'')}{2((x')^2 + (y')^2 + (z')^2)} \quad (10)$$

利用改进的插补算法, 进给速度误差明显减小, 但计算量激增。

2.1.3 预测修正迭代法

在一阶 Taylor 展开法的基础上进行修正, 为解决计算量大, 有

$$u_{i+1} = u_i + V_{\text{refi}} T / \|dC(u)/d(u)\|_{u=u_i} + \epsilon(u_i), \quad (11)$$

式中 $\epsilon(u_i)$ 的计算量也较大。以上 3 种算法中刀具瞬时插补路径仍是微线段, 而非弧线段瞬时速度波动率较大, 仍无法避免。

2.2 迭代插补算法

对于曲线 $C(u)$, 当插补弦长 $V_{\text{refi}} T$ 和当前插补点 u_i 给定时, 满足式(3)条件的曲线向前点, 参数 u_{i+1} 即为下一插补点

$$\|C(u_{i+1}) - C(u_i)\| = V_{\text{refi}} T. \quad (12)$$

通常情况下, 满足式(12)的精确度 u_{i+1} , 只能获得近似解, 近似解与精确解间差异即为实际插补速度波动的根本原因。

2.2.1 迭代式的确定

设当前插补点的参数为 u_i , 下一个插补点为 u_{i+1} , 构造函数 $F(u_{i+1})$ 为

$$F(u_{i+1}) = \|C(u_{i+1}) - C(u_i)\| - V_{\text{refi}} T. \quad (13)$$

插补速度波动控制问题为: 对于函数 $F(u_{i+1})$ 解参数 u_{i+1}^* (真值)。满足

$$F(u_{i+1}^*) = 0. \quad (14)$$

采用迭代法解方程(14), 标准的迭代公式^[9]为

$$u_{i+1} = u_i - F(u_i)/F'(u_i), \quad (15)$$

$F(u_i)$ 的一阶求导为

$$F'(u_i) = d \|C(u_{i+1}) - C(u_i)\| / du, \quad (16)$$

对应笛卡儿坐标系

$$F'(u_{i+1}) = [(X(u_{i+1}) - X(u_i))\mathbf{X}'(u_{i+1}) + (Y(u_{i+1}) - Y(u_i))\mathbf{Y}'(u_{i+1}) + (Z(u_{i+1}) - Z(u_i))\mathbf{Z}'(u_{i+1})] / [\|C(u_{i+1}) - C(u_i)\|]. \quad (17)$$

令

$$\overline{\mathbf{E}}_{u_{i+1}} = \left\{ \frac{X(u_{i+1}) - X(u_i)}{\|C(u_{i+1}) - C(u_i)\|}, \frac{Y(u_{i+1}) - Y(u_i)}{\|C(u_{i+1}) - C(u_i)\|}, \frac{Z(u_{i+1}) - Z(u_i)}{\|C(u_{i+1}) - C(u_i)\|} \right\},$$

则式(17)可重写为

$$F'(u_{i+1}) = \overline{\mathbf{E}}_{u_{i+1}} \times \overline{\mathbf{C}}'_{u_{i+1}},$$

$$\overline{\mathbf{C}}'_{u_{i+1}} = (\mathbf{X}'(u_{i+1}), \mathbf{Y}'(u_{i+1}), \mathbf{Z}'(u_{i+1})), \quad (18)$$

式中, 构造函数 $F'(u_{i+1})$ 等于弦长单位矢量 $\overline{\mathbf{E}}_{u_{i+1}}$ 与参数曲线导数矢量 $\overline{\mathbf{C}}'_{u_{i+1}}$ 列内积, 将式(18)代入式(15)得迭代式

$$u_{i+1} = u_i - (\overline{\mathbf{E}}_{u_{i+1}} \times \overline{\mathbf{C}}'_{u_i})^{-1} F(u_i), \quad (19)$$

$C(u)$ 为正则参数曲线, 具有连续可导, 超线性收敛^[9]。

2.2.2 初值的确定

为避免速度波动, 下一步理想的插补点 $C(u_{i+1}^*)$ 应在弦长 $V_{\text{refi}} T$ 处, 弦长很小, 即 $V_{\text{refi}} T \ll 1$, 则可用弧长表示弦长:

$$V_{\text{refi}} \times T \approx \int_{u_i}^{u_{i+1}^*} \|C'(u)\| du, \quad (20)$$

初值 u_0 选取尽量接近其真值 u_{i+1}^* , 则

$$u_0 = u_i + V_{\text{refi}} T / \|C'(u_i)\|, \quad (21)$$

即为迭代初值计算公式。

2.2.3 终止条件

迭代算法满足 $|u_{i+1} - u_i| \leq \epsilon$, ϵ 为迭代结果误差上限, 也可用进给速度波动率上限 δ 为终止条件 $|\delta_{v_i}| \leq \delta$, δ_{v_i} 由式(6)计算。还应对迭代次数设立最大上限 N , 与 ϵ 或 δ 指标联合使用。

2.2.4 算法流程

对于曲线 $C(u)$, 设最初点为 u_0 当前插补点参数为 u_i , 下一插补点为 u_{i+1} , 插补周期为 T , 瞬时插补进给速度为 V_{refi} , 预设最大迭代次数为 N 次, 设定插补参数迭代精度 ϵ 。则计算下一个理想插补点参数 u_{i+1} 的计算流程为图 1 所示。

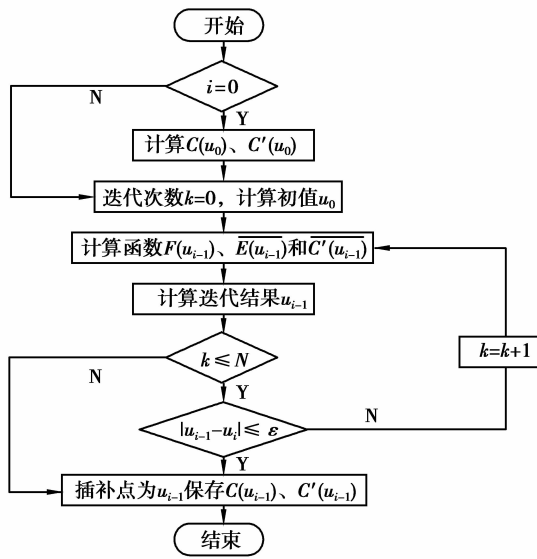


图 1 迭代插补算法流程图

当插补点参数计算迭代结束时,由于 u_{i+1} 已经求出的 $C(u_{i+1})$ 、 $C'(u_{i+1})$ 可直接用于下一个插补周期的迭代计算。因此采用迭代算法可有效减少计算量。一次迭代算法的计算量与一阶 Taylor 展开法相当,可以获得较高的控制精度,具有以下优点:采用主动控制方式,实时插补速度波动率可控;收敛速度快;计算量小,控制精度高;与其他算法容易兼容。

3 算例仿真及分析

3.1 算例仿真

由于 Taylor 展开在参数曲线实时插补算法中应用广泛,以二阶 Taylor 展开法作为参照,验证迭代算法特征的正确性和有效性。迭代算法终止条件误差上限 ϵ 为 0,插补周期 $T=0.001$ s,进给速度 $V_{ref}(u)=100$ mm/s。

算例 1

迭代次数 $N=1$,见图 2(a):控制点的坐标(单位:mm)(100,0)(200,200)(120,80)(100,200)(80,80)(0,200)(200,0);

各控制点的权因子均为 1;

节点矢量(0,0,0,0.2,0.4,0.6,0.8,1,1,1)。

算例 2

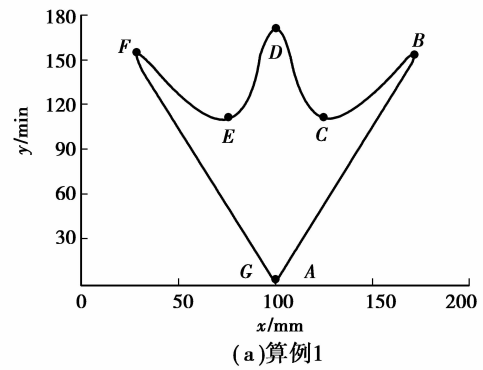
迭代次数 $N=2$,见图 2(b):控制点的坐标为(0,0)(25,70)(50,20)(75,90)(100,40)(125,110)(150,60);

权因子分别为(1,25,25,25,25,25,1);

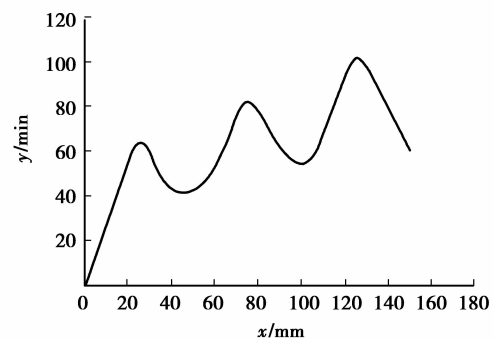
节点矢量为(0,0,0,0.15,0.48,0.56,0.72,1,1,1)。

算例 1 对比结果见图 3,算例 2 对比结果见

图 4(a)和图 4(b)。

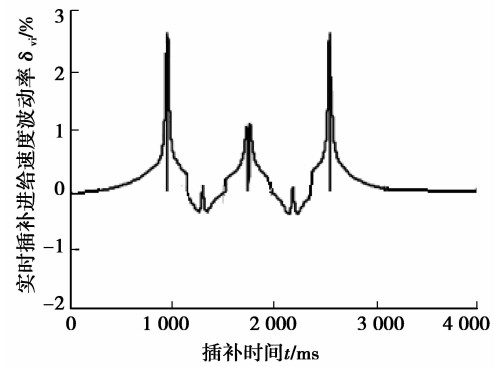


(a)算例1

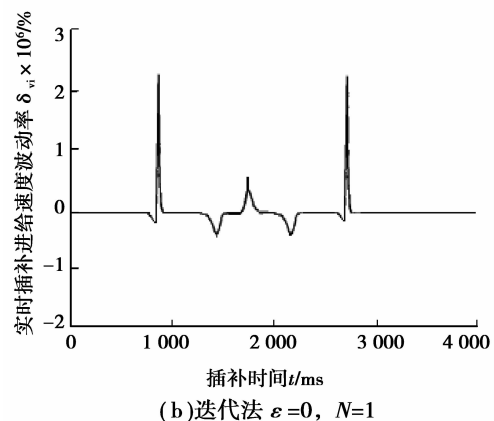


(b)算例2

图 2 具体算例的曲线轮廓



(a)二阶Taylor展开法



(b)迭代法 $\epsilon=0, N=1$

图 3 算例 1 的不同方法下实时插补速度控制效果对比(曲线轮廓见图 2(a))

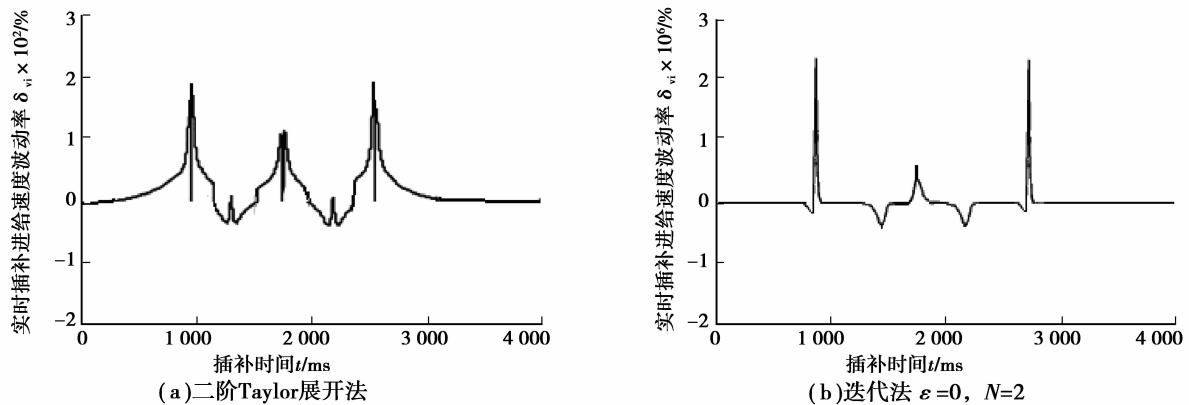


图 4 算例 2 的不同方法下实时插补速度控制效果对比

3.2 仿真结果及分析

从仿真实验结果来看,2 组仿真实验的“时间—

速度波动率”曲线分别见图 3 和图 4,实验结果见表 1。

表 1 不同实时插补进给速度控制方法对比结果统计

实时插补进给速度控制方法	二阶 Taylor 展开法	2 次迭代算法 $\epsilon=0$
进给速度波动率最大值算例 1	2.61%	$2.48 \times 10^{-6} \%$, $N=1$
进给速度波动率最大值算例 2	$1.93 \times 10^{-2} \%$	$2.36 \times 10^{-8} \%$, $N=2$
计算量估计	曲线求值、求一阶导、求二阶导各 1 次	曲线求值、算例 1 求一阶导 1 次较好
算法综合评价	较差	曲线求值、算例 2 求一阶导 2 次最好

从图 3 二阶 Taylor 展开法和迭代法 ($\epsilon=0$, $N=1$) 尽管运算量相当,但迭代法的进给速度控制精度却提高了很多速度波动率由 2.61% 提高到 $2.48 \times 10^{-6} \%$, 速度波动率降低至原来 $1/10^6$ 。从图 4 看,二阶 Taylor 展开法和迭代法 ($\epsilon=0$, $N=2$) 插补效果比,由于迭代法运算量增加了 1 倍,但速度波动率由 $1.93 \times 10^{-2} \%$ 提高到 $2.36 \times 10^{-8} \%$, 速度波动率也降低至原来 $1/10^6$ 。进给速度波动率和计算量都有很大差距。二阶 Taylor 展开法比迭代法 1 次迭代计算量大,且波动率大,二阶 Taylor 展开法计算与迭代法迭代 2 次计算量相当,但后者的波动率最低;迭代法 1 与迭代法 2 比较,由于迭代次数增加为 2 时,速度波动率提高了 105 倍。因此迭代算法能够比较精确的控制数控系统的各运动轴的速度,获得较好的速度波动控制效果。各项对比结果见表 1。

4 结 论

实现曲线插补的难点在于曲线所具有的有理形

式分段参数方程使曲线的轨迹及其导数、曲率等计算异常繁琐,给算法实现的实时性带来严重影响,高速精密加工要求 CNC 插补周期很小,这一问题尤为突出。文中提出的迭代算法,通过设定终止条件以合理的近似计算等措施,有效地简化了插补过程的轨迹计算,避免了对曲线的直接求导和曲率半径等复杂计算,确保了插补的良好实时性。

文中提出的一种新型迭代插补算法,简化了曲线曲面的加工编程,该算法对插补段弦长的逼近,更符合数控插补本质,获得了很好的进给速度控制效果。

参考文献:

- [1] Yeh S S, Hsu P L. Adaptive-feedrate interpolation for parametric curves with a confined chord error [J]. Computer-Aided Design, 2002, 34(3): 229-237
- [2] Yong T, Narayanaswami R. A parametric interpolator with confined chord errors, acceleration and deceleration for NC machining [J]. Computer-Aided Design, 2003, 35(13): 1249-1259.

- [3] Nam S H, Yang M Y. A study on a generalized parametric interpolator with real-time jerk-limited acceleration[J]. *Computer-Aided Design*, 2004, 36(1): 27-36.
- [4] Tikhon M, Ko T J, Lee S H, et al. NURBS interpolator for constant material removal rate in open NC machine tools[J]. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 2004, 44(2/3): 237-245.
- [5] Lin M T, Tsai M S, Yau H T. Development of a dynamics-based NURBS interpolator with real-time look-ahead algorithm [J]. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 2007, 47 (15): 2246-2262.
- [6] Tsai M S, Nien H W, Yau H T. An integrated look-ahead dynamic interpolator for NURBS curve[C] // *Proceedings of the 2007 46th IEEE Conference on Decision and Control*, December 12-14, 2007, New Orleans, LA. Piscataway: IEEE Press, 2007; 1868-1873.
- [7] 施法中. 计算机辅助几何设计与非均匀有理 B 样条 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2001.
- [8] 邱志平, 祁武超. 配点型区间有限元法[J]. *力学学报*, 2011, 43(3): 496-504.
QIU Zhiping, QI Wuchao. Collocation interval finite element method[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2011, 43(3): 496-504.
- [9] Shpitalni M, Koren Y, Lo C C. Real-time curve interpolators [J]. *Computer-Aided Design*, 1994, 26 (11): 832-838.
- [10] Yang D C H, Kong T. Parametric interpolator versus linear interpolator for precision CNC machining [J]. *Computer-Aided Design*, 1994, 26(3): 225-234.
- [11] Bedi S, Ali I, Quan N. Advanced interpolation techniques for CNC machines [J]. *ASME Journal of Engineering for Industry*, 1993, 115: 329-336
- [12] 沈斌, 欧阳华兵, 闫广超. 一种基于反馈补偿的参数曲线数控插补算法 [J]. *机械工程学报*, 2010 (15): 136-141.
SHEN Bin, OUYANG Huabing, YAN Guangchao. A CNC interpolation algorithm for parametric curves based on feedback compensation[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2010(15): 136-141.
- [13] 陈恩伟, 陆益民, 刘正士, 等. Taylor 展开的线性时变系统参数辨识及误差分析 [J]. *机械工程学报*, 2011, 47(7): 90-96.
CHEN Enwei, LU Yimin, LIU Zhengshi, et al. Parameter identification and error analysis of linear time varying system based on Taylor expansion[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2011, 47 (7): 90-96.
- [14] 罗福源, 游有鹏, 尹涓. NURBS 曲线 S 形加减速双向寻优插补算法研究 [J]. *机械工程学报*, 2012, 48(5): 147-156.
LUO Fuyuan, YOU Youpeng, YIN Juan. Research on the algorithm of NURBS curve bidirectional optimization interpolation with S-type acceleration and deceleration control[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2012, 48(5): 147-156.
- [15] Liu Y, Li H, Wang Y Z. Realization of a 5-axis NURBS interpolation with controlled angular velocity [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2012, 25 (1): 124-130.

(编辑 詹燕平)