

doi:10.11835/j.issn.1000-582X.2013.10.018

不同本构模型对计算防渗墙应力的影响

陈缪芬^{1a,1b}, 朱俊高^{1a,1b}, 何顺宾², 伍小玉², 殷建华³

(1. 河海大学 a. 岩土力学与堤坝工程教育部重点实验室; b. 岩土工程科学研究所, 南京 210098;
2. 成都勘测设计研究院坝工处, 成都 610072; 3. 香港理工大学土木工程系, 香港 九龙红磡)

摘要:利用平面有限元对某深厚覆盖层上的高土石坝防渗墙进行应力分析, 研究防渗墙混凝土采用线弹性本构模型和非线性弹性本构模型时计算的应力差异, 并对比了相同防渗墙高度不同坝高和同一坝高不同防渗墙高度下 2 种模型对防渗墙应力的影响。分析表明, 2 种本构模型计算的防渗墙应力变化规律相同, 但弹性非线性模型计算的应力比线弹性模型计算结果小。在低应力情况下两者计算值接近, 在高应力情况下两者计算值差异较大。防渗墙最大应力随坝高和防渗墙高度的增加而增大, 2 种模型计算的最大应力的相对误差也随着坝高和防渗墙高度增加而显著增大, 且呈线性增大趋势。对坝高或覆盖层厚度较大的情况, 防渗墙应力较大, 宜采用非线性模型进行计算。

关键词: 防渗墙; 线弹性模型; 弹性非线性模型; 应力; 相对误差

中图分类号: TU411.3 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-582X(2013)10-120-06

Effects of different constitutive models on the calculation of stress of diaphragm wall

CHEN Liufen^{1a,1b}, ZHU Jungao^{1a,1b}, HE Shunbin², WU Xiaoyu², YIN Jianhua³

(1a. Key Laboratory for Geomechanics and Embankment Engineering, Ministry of Education;
1b. Geotechnical Research Institute, Hohai University, Nanjing 210098, China; 2. Chengdu Hydroelectric Investigation and Design Institute, Chengdu 610072, China; 3. Department of Civil and Structure Engineering, HongKong Polytechnic University, HongKong, HungHom Kowloon, China)

Abstract: Stress of diaphragm wall is analyzed by plane finite element method for high earth-rockfill dams built on deep soil foundation. The differences of stress are studied with two kinds of different constitutive models, i. e. elastic model and nonlinear elastic model, and meanwhile, the influences of the height of dam and diaphragm wall for this two constitutive models are also compared. The results show that, the variation laws of the stress of diaphragm wall are similar for both of the models. But, the stress computed by nonlinear elastic model is much smaller than elastic model does. Under the condition of low stress, the results are similar for the two models, but have big differences for high stress. In addition, for this two models, with the increasing of height of dam and diaphragm wall, the maximal values of the stress are increasing constantly, and relative error of the maximal value of the stress as well, which have the linear relation with the height of dam and diaphragm wall. So, for the conditions of high dams or deep soil

收稿日期: 2013-05-30

基金项目: 高等学校博士学科点专项科研基金(20110094110002); 高等学校学科创新引智计划资助(B13024); 重庆交通大学水利水运工程教育部重点实验室暨国家内河航道整治工程技术研究中心开放基金(SLK2012B03)

作者简介: 陈缪芬(1982-), 女, 河海大学博士研究生, 主要从事土体本构关系的研究, (E-mail) chenliufen@hhu.edu.cn.
朱俊高(联系人), 男, 河海大学教授, 博士生导师, (E-mail) zhujungao@163.com。

foundations, nonlinear elastic model is the right one to use because of the high stress of diaphragm wall.

Key words: diaphragm wall; elastic model; nonlinear elastic model; stress; relative error

中国西部不少设计或建设的高土石坝位于深厚覆盖层上,并常采用混凝土防渗墙防渗。因此,防渗墙的安全关系到整个防渗系统是否有效,大坝是否安全,非常重要。尽量准确预测混凝土防渗墙应力变形的要求已经提出,而且迫切需要解决。目前,对于土石坝及其地基这样复杂的受力系统,有限元方法无疑是比较有效而又方便的方法^[1-4]。

目前,在有限元计算中,土石坝内的混凝土结构(如混凝土防渗墙)一般都采用各向同性线弹性本构模型。这种模型简单、使用方便,相关研究也较多^[5-7]。一般来说,对低坝、荷载小、混凝土结构内应力较小,内部微裂缝和塑性变形尚未达到明显的发展阶段,混凝土作为线弹性应该是可以的,不会引起较大误差。然而,对高土石坝,地基内应力很大,传递到防渗墙的荷载一般也较大,应力水平较高。这时,混凝土是否还可以采用线弹性模型?或者说采用线弹性模型会产生多大误差?是否有必要采用非线性的应力应变模型?这正是笔者所要研究的内容。

弹性非线性模型能反映应变随着应力的增大而非线性的增大。对于承受多轴压力的混凝土,若用弹性非线性本构模型,计算所得到的应力应该比线弹性模型计算结果更接近实际。目前,已经提出了多种弹性非线性本构模型^[8-11]。研究表明,将混凝土模拟成增量各向同性材料在低应力情况下是正确的,当混凝土在相当高的应力水平下,特别是接近破坏时,呈现出应力(或应变)诱发的各向异性。因此,各向异性的本构模型有一定优势^[12-15]。

文中以某高土石坝为背景,引入混凝土的弹性非线性模型(Bathe模型),将其编入到河海大学岩土工程研究所研制的有限元静力程序(TDAD)中,同时用此模型及线弹性模型分别对不同厚度的覆盖层和不同高度土石坝进行了平面应力变形计算分析。研究混凝土用线弹性模型及弹性非线性模型计算的结果差异,指导今后类似结构计算时本构模型取用。

1 混凝土本构模型

线弹性模型即假定材料的应力应变呈线性关系,在加载和卸载时沿同一直线变化,完全卸载后无

残余变形,而且假定材料为各向同性。其材料参数弹性模量 E 和泊松比 ν 为常量。

非线性模型采用了正交各向异性非线性本构模型。正交各向异性材料具有 3 个互相垂直坐标轴的材料弹性对称性,并要求绕这些轴转动 180° 后弹性性能不改变。该模型在正交各向异性主方向上的切线模量 E_{t1} 、 E_{t2} 和 E_{t3} 可从式(1)中得出^[2],

$$E_i = \frac{E_0 \left[1 - \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)^2 \right]}{\left[1 + \left(\frac{E_0}{E_c} - 2 \right) \frac{\epsilon}{\epsilon_0} + \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)^2 \right]}, (i = 1, 2, 3), \quad (1)$$

式中: E_0 为混凝土初始弹性模量; E_c 为混凝土应力达峰值 σ_0 时的割线模量; ϵ_0 为单轴应力状态下应力达峰值时的应变。

然而,这时对剪切性质的合适定义产生了一个主要困难,这是由于缺乏有用的实验数据。因此,这里假设剪切模量 G , 使 $\frac{1}{G}$ 在坐标轴旋转时保持不变^[8]。 G 由式(2)确定:

$$G = \frac{E_t}{2(1+\nu)}, \quad (2)$$

式中, ν 为混凝土泊松比,可假定为 0.17; E_t 为“等效”切线模量^[16]。当混凝土处于受拉或低压应力状态时,按各向同性体计算,采用简单的应力加权平均,即加权平均时权值采用与之对应的各主应力方向上的主应力的绝对值,表示为

$$E_t = \frac{|\sigma_1| E_{t1} + |\sigma_2| E_{t2} + |\sigma_3| E_{t3}}{|\sigma_1| + |\sigma_2| + |\sigma_3|}. \quad (3)$$

2 有限元计算模型

某心墙堆石坝最大坝高 240 m,坝基覆盖层最大厚度 60 m。坝基覆盖层采用两道全封闭混凝土防渗墙防,最大高度 60 m,厚为 1.5 m。上游主防渗墙顶部设置廊道与防渗心墙连接,四周设置了高塑性粘土,下游副防渗墙顶部直接与高塑性粘土接触,两防渗墙底部均嵌入基岩 1.5 m。坝体典型剖面如图 1 所示,防渗墙顶部衔接细节图如图 2 所示。为便于分析,文中仅研究了上游主防渗墙应力的情况。

将防渗墙作为主要研究对象,利用平面有限元

分析研究了混凝土不同本构模型对计算的防渗墙应力的影响,同时比较了不同土石坝高度和不同防渗墙高度的防渗墙应力差异。

有限元计算时,防渗墙混凝土采用了线弹性和弹性非线性 2 种模型,坝高分别为 100、150、200、240、300 mm,防渗墙高度分别为 20、40、60、80 m。

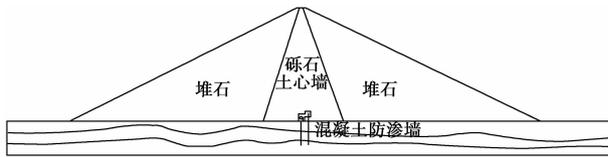


图 1 坝体典型剖面图

计算分 12 级加荷对施工过程进行模拟,没有考虑大坝蓄水情况。坝壳堆石料、过渡料、反滤料、心墙、高塑性土以及地基覆盖层等材料均采用邓肯-张 $E-v$ 模型^[16]模拟,设计参数见表 1。土石料的强度假定满足非线性的强度公式

$$\varphi = \varphi_0 - \Delta\varphi \lg\left(\frac{\sigma_3}{p_a}\right) \quad (4)$$

表 1 土石料的邓肯-张 $E-v$ 模型参数

| 名称 | R_f | k | n | G | F | D | k_{ur} | $\varphi/(\circ)$ | $\Delta\varphi/(\circ)$ | c/kPa | $\rho/(\text{g} \cdot \text{cm}^{-3})$ |
|-------|-------|-------|------|------|--------|------|----------|-------------------|-------------------------|----------------|--|
| 覆盖层 | 0.77 | 1 075 | 0.33 | 0.29 | 0.024 | 4.4 | 2 150 | 46.9 | 0 | 65 | 1.31 |
| 高塑性土 | 0.89 | 112.2 | 0.31 | 0.45 | 0.070 | 2.5 | 224.4 | 23.6 | 0 | 79 | 1.61 |
| 心墙 | 0.80 | 500 | 0.41 | 0.39 | 0.050 | 3.5 | 1 000 | 34.9 | 0 | 45 | 2.32 |
| 上游反滤层 | 0.76 | 955 | 0.36 | 0.21 | 0.038 | 5.1 | 1 910 | 45.6 | 6.6 | 0 | 2.32 |
| 下游反滤层 | 0.82 | 1096 | 0.34 | 0.24 | 0.0555 | 4.85 | 2192 | 45.55 | 6.55 | 0 | 2.33 |
| 过渡层 | 0.73 | 1000 | 0.24 | 0.23 | 0.089 | 5 | 2000 | 50.8 | 9.8 | 0 | 2.21 |
| 上游堆石 | 0.75 | 1694 | 0.21 | 0.29 | 0.074 | 6.3 | 3 388 | 51.6 | 9.1 | 0 | 2.36 |
| 下游堆石 | 0.8 | 1259 | 0.36 | 0.26 | 0.110 | 6.4 | 2518 | 48.1 | 7.1 | 0 | 2.24 |

表 2 混凝土的弹性非线性模型参数

| 名称 | E_0/MPa | E_c/MPa | ν_t | ϵ_0 | f_c/MPa | f_t/MPa | $\varphi_0/(\circ)$ | $\Delta\varphi/(\circ)$ | c/kPa | $\rho/(\text{g} \cdot \text{cm}^{-3})$ |
|-----|------------------|------------------|---------|--------------|------------------|------------------|---------------------|-------------------------|----------------|--|
| 混凝土 | 30 000 | 10 882 | 0.167 | 0.002 | 30 | 2.45 | 44 | 0 | 4 000 | 2.40 |

表 3 Goodman 单元接触面模型参数

| 名称 | c/kPa | $\varphi_0/(\circ)$ | R_f | k_1 | n | $k_n/(\text{kN} \cdot \text{m}^{-3})$ |
|--------|----------------|---------------------|-------|-------|------|---------------------------------------|
| 接触面 | 50 | 15 | 0.86 | 2 000 | 0.6 | 990 000 |
| 高塑土与廊道 | 1.0 | 15 | 0.80 | 2 000 | 0.5 | 990 000 |
| 残渣单元 | 0 | 41 | 0.84 | 2 500 | 0.76 | 20 000 |

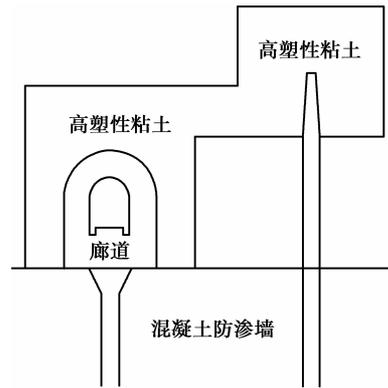


图 2 防渗墙顶部衔接图

混凝土强度等级为 C30,分别采用线弹性模型和弹性非线性模型。线弹性模型参数:弹性模量 $E=30 \text{ GPa}$,泊松比 $\nu=0.167$;弹性非线性模型的计算参数见表 2,泊松比取为常数。表 2 中, f_c 为混凝土单轴受压时的轴心抗压强度。防渗墙与覆盖层及高塑性土之间设置了 Goodman 单元^[16]模拟,并在防渗墙底部设置了残渣单元,残渣采用线弹性本构模型,其参数见表 3。

3 计算结果分析

非线性模型的弹性模量取值随应力状态变化,因此,这里分别对不同坝高、不同防渗墙高度的情况进行了计算,从而分析不同应力状态下,2 种模型计算得的防渗墙应力差异,供类似工程设计参考。

根据有限元计算结果,整理了不同坝高和不同

防渗墙高度情况下 2 种本构模型计算得到的防渗墙应力沿高度分布,如图 3 所示,其中应力指防渗墙同高程处上下游侧单元大主应力平均值。图 3 中实线表示线弹性模型,虚线表示弹性非线性模型。总体而言,2 种模型计算的防渗墙应力分布规律相似,最大值均出现在防渗墙中部附近或中部偏下的位置。这是由于防渗墙所受的负摩阻力使得防渗墙压应力在中性点位置处达到最大,顶部和底部相对较小。

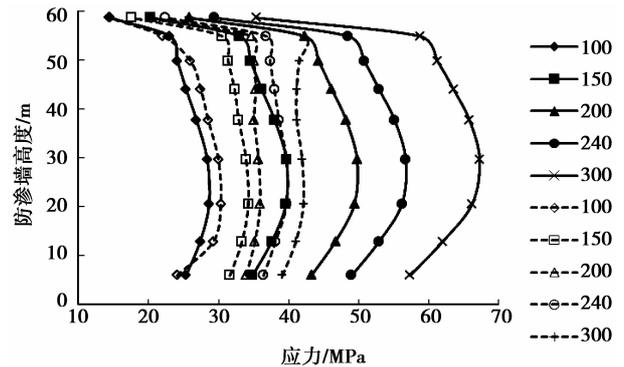
图 3(a)为防渗墙高度(60 m)不变,坝高不同时应力沿防渗墙高度分布图。从图中可以看出,防渗墙应力随着坝高的增加而显著增大。在低坝(坝高 100 m)情况下,2 种模型计算的防渗墙应力相差较小,最大相差 2.1 MPa,占最大应力的 6.0%,非线性模型计算值稍大于线弹性模型计算值。随着坝高的增加,非线性模型计算值小于线弹性模型计算值,且两者之间的差距显著增大,当坝高达到 300 m 时,最大差距达 25.33 MPa,占最大应力的 59.98%。

上述应力分布规律可解释为:线性模型是将非线性的应力应变关系简单处理为线性了,导致低应力区,非线性模型实际取用的弹性模量大于线性模型的弹性模量取值;但是,在较高应力区,非线性模型取用的弹性模量小于线性模型的弹性模量,从而,非线性模型计算应力会逐渐比线性模型的小,而且,随着混凝土达到破坏应变,非线性模型的模量急剧减小,导致 2 种模型的计算应力差异越来越大,因为线性模型不考虑混凝土破坏。

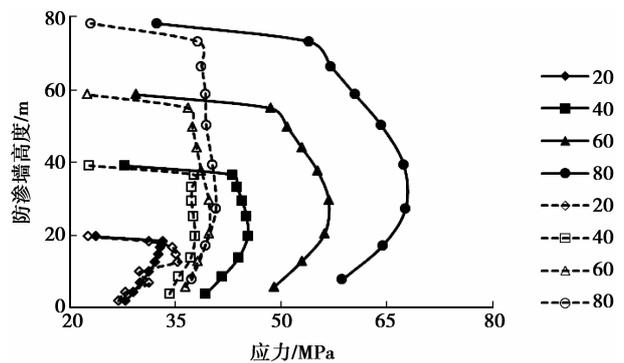
另外,文中假定防渗墙顶有廊道,且仅仅考虑设置一道防渗墙的情况,因此,防渗墙内应力较大。和实际大坝的 2 道防渗墙相比,文中计算的防渗墙应力肯定比实际情况大。这里为了研究 2 种本构模型计算应力的差异,进行了应力较大情况的分析,实际上一般情况下设计是不容许混凝土结构出现如此大的应力的。当然,有研究指出混凝土在三轴受压的情况下,其抗压强度有显著的提高,不同组合三向压力作用下,混凝土抗压强度有 3~7 倍的提高^[10],因此,从另一方面讲,这里对较大应力情况的分析还是有参考意义的,为混凝土结构三维非线性、弹塑性分析的必要性提供了支撑。

图 3(b)为不同防渗墙高度时应力分布图。在大坝高度(240 m)相同时,防渗墙高度增加,其应力总体上是增大的。采用线弹性模型计算时,应力分布近似等间距增加。而采用非线性模型时应力分布曲线比较接近。

表 4 列出了不同坝高时防渗墙最大应力。表中相对误差是指 2 种模型计算应力差异的相对百分



(a) 不同大坝高度



(b) 不同防渗墙高度

图 3 防渗墙应力沿防渗墙高度分布图

数,即相对误差 = $(\sigma_{\text{线性}} - \sigma_{\text{非线性}}) / \sigma_{\text{非线性}}$ 。由表 4 可见,在防渗墙高度不变的情况下,随着坝高的增加,最大应力亦增大,且对于 2 种模型,最大应力和坝高都呈较好的线性关系,线弹性模型斜率大于非线性模型斜率,如图 4(a)所示。在低坝情况下,非线性模型得到的最大应力大于线弹性模型计算值,两者相差 1.66 MPa,相对误差为 5.47%。随着坝高的增加,线弹性模型得到的最大应力显著大于非线性模型计算值,两者的差距亦随着坝高的增加逐渐增大,到大坝高度为 300 m 时,两者相差 25.08 MPa,相对误差达 59.40%,见表 4 及图 4(a)。

表 4 不同坝高时混凝土防渗墙最大应力

| 坝高/m | 线弹性模型 应力/MPa | 非线性模型 应力/MPa | 相对误差/ % |
|------|-----------------|-----------------|------------|
| 100 | 28.7 | 30.36 | -5.47 |
| 150 | 39.73 | 34.3 | 15.83 |
| 200 | 49.82 | 35.98 | 38.47 |
| 240 | 56.76 | 39.76 | 42.76 |
| 300 | 67.3 | 42.22 | 59.40 |

表 5 列出了同一坝高不同防渗墙高度情况计算

的防渗墙最大应力。由表 5 可见,防渗墙最大应力随着防渗墙高度的增加而增大。采用线弹性模型时,最大应力与防渗墙高度呈直线关系,采用非线性模型时,则成指数关系,如图 4(b)所示。在防渗墙高度为 20 m 时,非线性模型计算的最大应力大于线弹性模型,两者相差 2.09 MPa,相对误差为 5.92%。随着防渗墙高度的增加,线弹性模型计算的最大应力增加较快,而非线性模型的计算值增加缓慢,从而导致 2 种模型计算值差距越来越大,最大达到 26.91 MPa,相对误差为 66.02%。

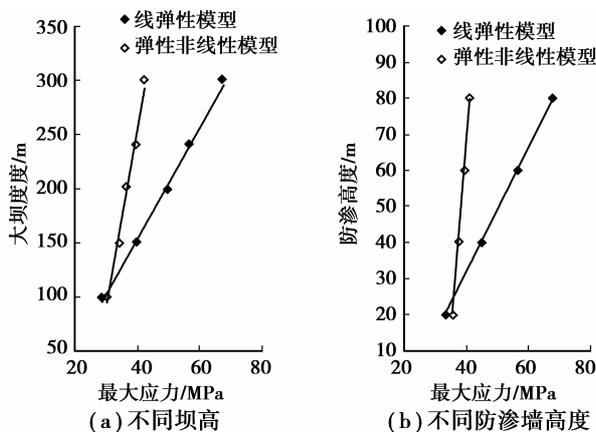


图 4 防渗墙最大应力与坝高和防渗墙高度的关系曲线

表 5 不同防渗墙高度的防渗墙最大应力

| 防渗墙高度/ m | 线弹性模型 应力/MPa | 非线性模型 应力/MPa | 相对误差/ % |
|-------------|-----------------|-----------------|------------|
| 20 | 33.22 | 35.31 | -5.92 |
| 40 | 45.28 | 37.79 | 19.82 |
| 60 | 56.76 | 39.76 | 42.76 |
| 80 | 67.67 | 40.76 | 66.02 |

为了系统地研究 2 种模型在不同应力范围内差异程度,文中又计算了防渗墙在低应力情况下 2 种模型的应力差异。为了使防渗墙计算应力较小,假定防渗墙顶不设置廊道,计算的防渗墙应力见表 6。

表 6 无廊道的防渗墙最大应力

| 坝高 /m | 防渗墙高度 /m | 线弹性模型 应力/MPa | 非线性模型 应力/MPa | 相对误 差/% |
|----------|-------------|-----------------|-----------------|------------|
| 100 | 60 | 22.68 | 22.30 | 1.70 |
| 240 | 20 | 18.21 | 18.16 | 0.28 |
| 240 | 40 | 30.59 | 30.51 | 0.26 |

由表 6 可见,防渗墙最大应力小于或接近单轴抗压强度时,2 种本构模型计算的应力相近,相对误差很小。可以认为,对防渗墙应力小于或接近单轴抗压强度时,防渗墙混凝土计算模型可以采用线弹性模型,不会导致较大误差。

为了定量描述坝高和防渗墙高度与防渗墙应力的关系,整理了不同坝高和不同防渗墙高度情况下,采用两种本构模型计算的防渗墙应力和相对误差的拟合关系曲线,如图 5 所示。

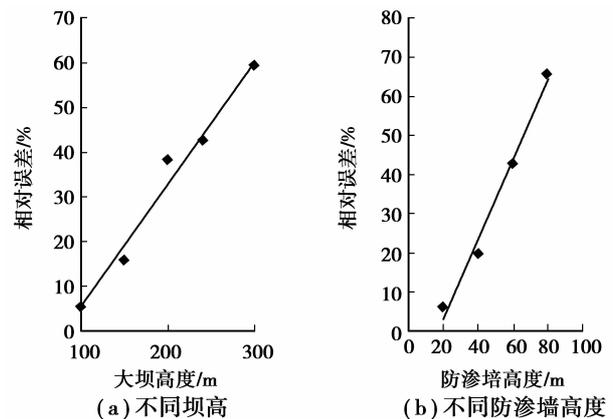


图 5 防渗墙最大应力与相对误差关系曲线

可以看出,相对误差随着坝高和防渗墙高度呈线性增大趋势,尤其是高防渗墙对应力影响更大。因此,对于高坝或是深厚覆盖层的防渗墙,防渗墙应力较大,采用线弹性模型会导致较大误差。

在低坝等防渗墙应力较小(小于混凝土单轴抗压强度)情况下,用线弹性模型和弹性非线性模型计算的防渗墙应力相差较小,可采用线弹性模型简化计算。随着坝高和防渗墙高度增加,其应力大于混凝土单轴抗压强度 f_c 后,2 种模型计算的防渗墙应力差值越来越大,采用线弹性模型计算会带来较大误差,宜选择非线性或弹塑性模型。

4 结 论

文中采用平面有限元对土石坝及地基防渗墙进行了计算分析,研究了混凝土采用线弹性模型和弹性非线性模型情况下的应力,得出如下主要结论:

1) 2 种本构模型计算的防渗墙应力变化规律相似。在低应力(小于混凝土单轴抗压强度)情况下,2 种模型计算的应力相差较小,随着坝高和防渗墙高度增加,防渗墙内应力大于混凝土单轴抗压强度,两种模型计算的应力差距不断增大。

2) 防渗墙应力小于混凝土单轴抗压强度 f_c 时,

可采用线弹性模型计算。当应力大于 f_c 后,采用线弹性模型计算会带来较大误差,宜选择非线性或弹塑性模型。

3) 线弹性模型和弹性非线性模型的相对误差随着坝高和防渗墙高度(即防渗墙应力)的增加而呈线性增大趋势。

4) 分析不同坝高、防渗墙高度情况下 2 种模型计算得到的应力及差异,可供类似工程设计参考。

参考文献:

- [1] 过镇海. 混凝土的强度和本构关系:原理与应用[M]. 北京:中国建筑工业出版社,2004.
- [2] Saenz, I P. Discussion of equation for the stress-strain curve of concrete by desayi and krishman. [J]. American Institute, 1964(9):1229-1235.
- [3] 郇能惠,米占宽,李国英,等. 冶勒水电站超深覆盖层防渗墙应力变形性状的数值分析[J]. 水利水运工程学报, 2004(1):18-23.
LI Nenghui, MI Zhankuan, LI Guoying, et al. Numerical analysis of stress deformation behavior of concrete diaphragm wall in supper-deep overburdened layer of Yele Hydropower Station [J]. Hydro-science and Engineering, 2004(1):18-23.
- [4] 陈剑,卢廷浩. 结构型式及接触面参数对防渗墙应力变形的影响分析[J]. 水利水电技术, 2003, 34(11): 33-36.
CHEN Jian, LU Tinghao. Influence analysis of structure form and interface parameters to cut off wall stress-strain [J]. Water Conservancy and Hydropower Technology, 2003, 34(11): 33-36.
- [5] 沈新慧. 防渗墙及其周围土体的应力探讨[J]. 水利学报, 1995(11):39-45.
SHEN Xinhui. Study on stresses of concrete diaphragm walls and surrounding soil [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1995(11):39-45.
- [6] 牟儒. 低弹模混凝土在大坝防渗墙中的应用[D]. 杭州:浙江大学, 2011.
- [7] 许莹莹. 土石坝地基混凝土防渗墙应力变形数值模拟研究[D]. 南京:河海大学, 2007.
- [8] 陈惠发, 萨里普 A. F. 余天庆, 王勋文, 译. 土木工程材料的本构方程[M]. 武汉:华中科技大学出版社, 2001.
- [9] Bathe K J Ramaswamy S. On Three-dimensional nonlinear analysis of concrete structures [J]. Nuclear Engineering and Design, 1979, 52(3): 385-409.
- [10] Bazant Z P. Microplane model for progressive fracture of concrete and rock [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1985, 111(4): 559-582.
- [11] Ottosen N S. Constitutive model for short-time loading of concrete [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1979, 105(1): 127-141.
- [12] 朱国甫,袁建新,刘立胜. 三峡工程二期围堰心墙高双墙方案有限元分析[J]. 岩土力学, 1995, 16(2):15-23.
ZHU Guofu, YUAN Jianxin, LIU Lisheng. Finite element analysis of the 2nd-stage cofferdam with double high diaphragm walls in the Three Gorge project [J]. Rock and Soil Mechanics, 1995, 16(2): 15-23.
- [13] 朱俊高,殷宗泽. 高土石坝混凝土防渗墙弹塑性应力变形分析[J]. 水利学报, 1997(7):19-23.
ZHU Jungao, Yin Zongze. Elasto-plastic analysis for stress and deformation of concrete cutoff for high earth dam [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1997(7): 19-23.
- [14] 雷群华. 考虑地基防渗墙弹塑性的土石坝三维有限元分析[D]. 南京:河海大学, 2006.
- [15] 殷宗泽. 土的侧膨胀性及其对土石坝应力变形的影响[J]. 水利学报, 2000(7):49-54.
YIN Zongze. The effect of soil lateral dilation behavior on stress and strain of earth and rockfill dams [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2000(7): 49-54.
- [16] 钱家欢,殷宗泽. 土工原理与计算. 2 版[M]. 北京:中国水利水电出版社, 1996.

(编辑 陈移峰)