

doi:10.11835/j.issn.1000-582X.2014.02.010

# 钢筋混凝土高墩抗震性能评价指标

李正英<sup>a,b</sup>, 李竞涛<sup>a</sup>

(重庆大学 a. 土木工程学院; b. 山地城镇建设与新技术教育部重点实验室, 重庆 400045)

**摘要:** 基于性能的抗震设计是结构抗震设计规范的主要发展方向, 其中结构抗震性能水准的定义及其性能指标的选择和量化对结构抗震性能评价至关重要。根据钢筋混凝土高墩的地震反应特性, 确定采用曲率延性系数作为性能参数, 并给出桥墩在地震作用下曲率延性系数对应各性能水准的量化值。分别以位移延性系数、位移角限值以及曲率延性系数作为性能评价指标, 采用增量动力分析法对桥墩进行抗震性能研究, 分析结果表明: 对于钢筋混凝土高墩而言, 曲率延性指标更为合理可靠, 尤其是在强震作用下能够更准确反映墩柱的内部破坏情况。

**关键词:** 桥墩; 曲率延性指标; 性能水准; 抗震设计

**中图分类号:** U442; TB114

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1000-582X(2014)02-069-06

## Seismic performance indexes of reinforced concrete high pier

LI Zhengying<sup>a,b</sup>, LI Jingtao<sup>a</sup>

(a. College of Civil Engineering; b. Key Laboratory of New Technology for Construction of Cities in Mountain Area, Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing 400045, China)

**Abstract:** Performance-based seismic design is now the major development direction of structure seismic design. The quantitative of performance parameter and the definition of performance level are important for seismic performance evaluation of structure. Based on the analysis of seismic characteristics of reinforced concrete (RC) high pier, curvature ductility coefficient is selected as the performance parameter for RC high pier subjected to earthquake excitation. And the numerical value of curvature ductility coefficient corresponding to each performance level is given. Seismic performance of one RC high pier is studied using increment dynamic analysis method in which displacement ductility coefficient and drift ratio are employed as performance evaluation parameters to compare with that of curvature ductility coefficient. The results show that curvature ductility coefficient is more reasonable and reliable in evaluating seismic performance of RC high pier, especially subjected to strong earthquake excitation.

**Key words:** bridge piers; curvature ductility coefficient; performance level; seismic design

中国西部地区典型的山地地貌特征使得桥梁往往桥墩较高, 而经验表明钢筋混凝土桥梁的震害往往发生在桥墩部位, 因此作为整个桥梁结构重要的受力构件, 桥墩的设计对于桥梁结构抗震能力具有

举足轻重的作用。近年来, 基于性能抗震设计理论进一步发展。而桥梁的抗震设计, 也从传统的基于承载力设计发展为延性抗震设计, 并逐步向基于性能抗震设计方向发展<sup>[1-2]</sup>。中国《公路桥梁抗震设

**收稿日期:** 2013-08-12

**基金项目:** 重庆市自然科学基金资助项目(CSTC, 2011BB6072); 国家自然科学基金资助项目(50908245); 中央高校基本科研业务费资助项目(CDJZR 12205528)

**作者简介:** 李正英(1975-), 女, 重庆大学副教授, 博士, 主要从事结构工程和振动控制研究, (E-mail)ljigt2007@163.com。

计细则》(JTG/T B02-01—2008)对公路桥梁设计采用两水准设防、两阶段设计,即是初步体现了基于性能抗震设计的理念。然而我国规范并未给出基于性能需求的变形性能量化指标,而性能量化指标对于结构在地震作用下的各种性能状态和破坏形态的合理评估至关重要。目前,在钢筋混凝土桥墩的抗震性能设计方面,国内学者对常见的钢筋混凝土空心墩和实心桥墩进行了实验和理论分析方法的研究<sup>[3-4]</sup>。陆本燕等<sup>[5]</sup>在分析了圆形桥墩试验结果的基础上,将性能水准分为 5 等,选用位移角作为性能指标,验证了位移角指标对于长细比小于 10 的桥墩的适用性。刘艳辉<sup>[6]</sup>针对高架桥墩,推导出了以位移延性系数为性能指标的设计方法。宋晓东<sup>[7]</sup>对长细比为 8 的桥墩试验发现位移延性系数有其片面性,提出了结合位移延性、等效滞回阻尼等多项参数的综合指标。

上述对桥墩性能设计及评估的研究主要是集中于中、低墩。对于长细比大于 10 的高墩的抗震性能,李建中等<sup>[8]</sup>分析探讨了高墩的位移延性能力,发现高墩的延性能力受地震荷载、高阶振型效应、墩身质量等因素的影响较大。梁智垚<sup>[9]</sup>在对比高墩与低墩的地震反应后认为在应变、曲率及位移 3 个基本的构件性能指标中,墩顶位移作为高墩的性能指标是不合适的。为此,文中在对高墩地震反应特性分析的基础上,研究适合于高墩的性能评价参数,并给出对应各性能水准的量化值,以期对钢筋混凝土高墩抗震性能的合理评估提供参考。

## 1 性能水准的划分

为了实现结构基于性能的抗震设计,需选择合适的性能水准和设防水准,并由此定义性能目标。美国联邦紧急救援署(FEMA)、美国加州结构工程师协会(SEAOC)以及国内的部分学者<sup>[5-6]</sup>对性能水准的划分进行了详细研究。根据高墩的地震反应特性,文献<sup>[6]</sup>,以结构材料应变作为界定基准,将高墩的性能水准划分为 5 个性能水准,即完好(完好,结构、构件功能正常可靠)、基本完好(轻微损伤,不需要修理)、轻微破坏(破坏,桥梁基本功能不受影响,一般修理后可继续使用)、中等破坏(破坏,大修后方可使用,基本功能受影响)及严重破坏(破坏严重以致修复不可行,基本功能已不能保障)。通过桥墩的宏观破坏情况将性能水准与裂缝宽度联系起来,进而得到与各性能水准对应的钢筋混凝土结构材料应变限值,如表 1 所示。

表 1 高墩材料应变性能参数

性能水准	混凝土压应变	钢筋拉应变
完好	0.002	0.005
基本完好	0.004	0.015
轻微破坏	0.010	0.040
中等破坏	0.015	0.060
严重破坏	0.025	0.090

## 2 桥墩性能指标量化

### 2.1 常用性能指标

目前国内外学者基于性能设计的方法集中在位移的设计研究,性能指标的研究集中于顶部位移延性系数及位移角。其中刘艳辉结合截面应变推导出的桥墩位移延性系数指标<sup>[6]</sup>如表 2 所示,陆本燕总结分析国内外 127 个钢筋混凝土桥墩实验得到的位移角性能指标<sup>[5]</sup>如表 3 所示。两者的性能水准都划分为 5 类,要求基本一致。

表 2 墩顶位移延性系数和位移角限值

性能水准	完好	基本完好	轻微破坏	中等破坏	严重破坏
延性系数	$0 < \mu < 1$	$1 < \mu < 1.2$	$1.2 < \mu < 3$	$3 < \mu < 4$	$4 < \mu < 6$

表 3 位移角限值

性能水准	完好	正常使用	修复后使用	生命安全	防倒塌
位移角限值	1/500	1/400	1/175	1/100	1/50

### 2.2 曲率延性系数

虽然材料应变可以较为准确地描述构件进入弹塑性阶段时的损伤状态,但是需要建立精细到每一根钢筋和每一小条混凝土的精细模型,并且输出大量的信息,通过海量输出信息来判断构件损伤状态的过程显然是不现实的。截面曲率作为连接材料应变与墩身变形的纽带,既具有描述构件损伤状态的便利又可以采用相对简化的单元模型以提高计算效率,且较之位移指标更能反映结构内部破坏状态。因此文中以截面曲率作为研究对象,采用曲率延性系数作为性能水准的量化指标。

#### 2.2.1 屈服曲率

屈服曲率的计算公式很多,这里采用 Priestley 提出的桥墩结构在轴压比 0~0.4,纵筋率 0.01~0.04 范围内,矩形截面等效屈服曲率的估算公式<sup>[10]</sup>,

$$\phi_y D = 2.14 \epsilon_y \pm 10\%, \quad (1)$$

其中:  $\phi_y = \frac{M_y}{EI}$ ,  $\phi_y$  为矩形截面等效屈服曲率;  $\epsilon_y$  为钢筋屈服应变;  $D$  为截面高度;  $I$  是截面惯性矩。

对于高墩柱普遍采用的箱形截面,可在矩形截面柱计算公式的基础上做一定修正。由式(1)知,当两截面的轮廓尺寸、所用材料及配筋相同时  $M_y$ 、 $E$  基本相等时,两截面屈服曲率差异的主要因素为截面惯性矩。若箱形截面内边长  $d$  与外边长  $D$  之比为  $k$ ,则箱形截面的惯性矩为

$$I_x = 0.0833(1-k^4)D^4 = (1-k^4)I_o \quad (2)$$

将式(2)代入式(1),则箱形截面的等效屈服曲率为

$$\phi_{yr} = \phi_y / (1-k^4) \quad (3)$$

当已知箱形墩的截面尺寸,则可以通过式(1)、式(3)得到该箱形墩的近似等效屈服曲率为

$$\phi_{yr} = (2.14 \epsilon_y \pm 10\%) / [(1-k^4)D] \quad (4)$$

### 2.2.2 极限曲率

这里的极限曲率,不是仅指与截面最大塑性变形能力对应的曲率,而是依据表1所规定的各性能水准下钢筋和混凝土材料的应变限值,假定平截面,通过力学关系推导得到的各个性能水准下的截面曲率。极限曲率的几何意义如图1所示。

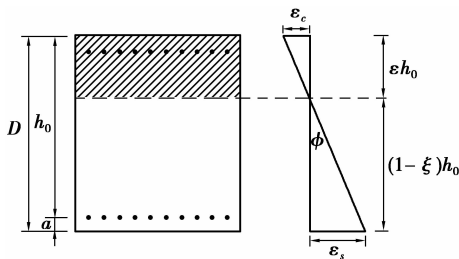


图1 截面曲率示意图

$$\phi_u = \frac{\epsilon_c}{\xi h_0} = \frac{\epsilon_s}{(1-\xi)h_0} \approx \frac{\epsilon_c}{\xi D} = \frac{\epsilon_s}{(1-\xi)D} \quad (5)$$

其中,相对受压区高度  $\xi = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c + \epsilon_s}$ ,由钢筋和混凝土应变值决定。将表1中各性能水准的材料极限应变值

代入式(5)以确定各水准下的估算极限曲率  $\phi_u$  如下。

性能水准1:  $\phi_{u1} = 0.007/D$ ; 性能水准2:  $\phi_{u2} = 0.009/D$ ; 性能水准3:  $\phi_{u3} = 0.025/D$ ; 性能水准4:  $\phi_{u4} = 0.055/D$ ; 性能水准5:  $\phi_{u5} = 0.085/D$ 。 (6)

### 2.2.3 曲率延性系数

曲率延性系数是式(6)中各性能水准的极限曲率与式(4)中屈服曲率的比值,对箱型截面可得

$$\mu_\phi = \frac{\phi_u}{\phi_{yr}} \quad (7)$$

结合式(4)和式(6)可得轴压比  $0 \sim 0.4$ ,纵筋率为  $0.01 \sim 0.04$  范围的箱形墩柱截面曲率延性指标限值如下。

性能水准1:  $\mu_\phi = 0.0033(1-k^4)/\epsilon_y$ ; 性能水准2:  $\mu_\phi = 0.0042(1-k^4)/\epsilon_y$ ; 性能水准3:  $\mu_\phi = 0.0117(1-k^4)/\epsilon_y$ ; 性能水准4:  $\mu_\phi = 0.026(1-k^4)/\epsilon_y$ ; 性能水准5:  $\mu_\phi = 0.04(1-k^4)/\epsilon_y$ 。 (8)

## 3 算例分析

### 3.1 计算模型

基于 Opensees 平台建立 90 m 高的单墩模型。墩底固结,墩身质量集中在相应节点上,与墩柱相邻跨的上部结构质量  $M$  集中在墩顶处,墩顶质量为 700 t。沿墩身高度截面为正方形箱型截面,边长为 4.4 m,壁厚 0.5 m。墩轴压比为 0.13,配筋率 1.48%。桥墩采用材料为混凝土 C40,纵筋 HRB335。墩身采用弹塑性纤维梁柱单元模拟,其中混凝土纤维本构模型采用 Kent-Park 模型,钢筋纤维采用双直线模型。沿墩高取单元长度为 2 m。由以上基本参数可得  $k = 0.8$ 、 $\epsilon_y = 15E - 4$ ,代入式(4)得到屈服曲率为

$$\phi_{yr} = \frac{1.69 \times 2.14 \epsilon_y}{D} = \frac{54.4 \times 10^4}{D}$$

将其与式(6)中对应的各性能水准极限曲率值分别代入式(8),可得到该墩对应于各个性能水准的曲率延性系数量化值如表4所示。

表4 曲率延性系数指标

性能水准	完好	基本完好	轻微破坏	中等破坏	严重破坏
曲率延性系数	$0 < \mu < 1.3$	$1.3 < \mu < 1.6$	$1.6 < \mu < 4.6$	$4.6 < \mu < 10$	$10 < \mu < 15.6$

### 3.2 计算方法

采用增量动力分析法(incremental dynamic analysis, IDA)<sup>[11]</sup>分析桥墩在不同地震强度激励下的反应,IDA方法即是把1条地震波通过加速度峰

值(PGA)调幅扩展为1组地震波,并利用这组地震波对结构进行动力时程分析。分析过程中,以桥墩内钢筋初次屈服时对应的墩底截面曲率为屈服曲率  $\phi_y$ ,此时对应的墩顶位移为屈服位移  $\Delta_y$ ;以每次时

程分析中得到的墩底截面最大曲率为该 PGA 下的最大曲率  $\phi_u$ , 得到的最大墩顶位移为该 PGA 下的最大位移  $\Delta_u$ ; 最大位移  $\Delta_u$  与屈服位移  $\Delta_y$  的比值即为墩柱的位移延性系数  $\mu_m$ ;  $\Delta_u$  与墩高的比值即为位移角  $\theta$ ; 最大曲率  $\phi_u$  与屈服曲率  $\phi_y$  的比值即为墩柱的曲率延性系数  $\mu_\phi$ 。IDA 分析中, 由 1 条地震波调幅得到 1 组不同强度的地震波, 从而得到对应的曲率延性系数、位移延性系数与位移角, 将它们与表 2~表 4 中所列的曲率延性系数范围、位移延性系数范围与位移角范围对比, 便可分析出在该加速度峰值地震波作用下, 以不同性能指标作为评定标准而得到的结构所对应的性能水准, 从而对 3 类性能指标进行比较分析。

文中共选取 3 条不同频谱的地震动, 作为动力时程分析时的输入地震动, 其数据来源于太平洋地震工程研究中心的地震波数据库, 分别命名为 E1、E2、E3。为了进行 IDA 分析, 对每条地震波都通过加速度峰值调幅进行扩展, 峰值大小从 0.1 g 开始以步距 0.1 g 逐步增大, 直至结构破坏。

### 3.3 结果分析

#### 3.3.1 结构反应分析

高墩进行动力时程增量分析, 图 2~图 4 给出了不同峰值大小的 E1 地震动输入下沿墩身高度各截面混凝土压应变、位移、曲率的反应极值分布。可以看出, 曲率与应变的契合度较好, 尤其是在墩身中部附近, 由于高墩高阶效应的影响, 应变与曲率都表现出了很明显的增大, 而位移则无法体现相应的局部振动响应。由此可见, 截面曲率可以较为准确地描述高墩进入弹塑性阶段时的损伤状态。

图 4~图 6 绘出了 3 条不同地震波作用下沿墩身高度截面曲率的反应极值分布。可以看出, 高墩由于高阶振型影响, 墩柱曲率沿墩身分布形状呈较复杂的高次曲线, 在墩身中部也可能出现曲率较大的情况。地震动的频率特性对结构的反应有较大影响, 比较图 4~图 6, E1 波作用下墩底截面曲率均是最大的, 可选用墩底截面曲率作为判定依据。而在 E2 地震波激励下, 高阶振型受地震激励的激发更明显, 墩身中部截面曲率在较高强度地震作用下激增, 可以看到当 PGA 达到 0.5 g~0.6 g、2.2 g~2.8 g 时, 其墩身中部曲率 (PGA=0.5 g~0.6 g 时墩高 62 m 处; PGA=2.2 g~2.8 g 时墩高 68 m 处) 甚至超过了墩底。在 E3 地震波作用下, 屈服破坏都较早; 墩身中部的某些截面受到地震作用小时其截面曲率反而有可能更大, 但不同强度地震激励下墩底截面曲率仍然始终是最大。由此可见, 曲率延性指

标对于结构性能的评估在一定程度上依赖于关键截面的选择。

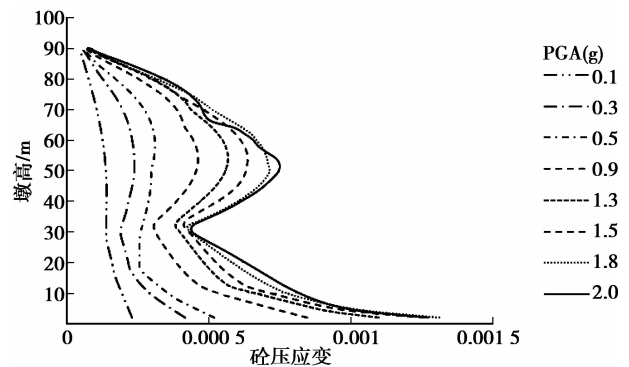


图 2 E1 各 PGA 下 90 m 墩沿墩高的混凝土应变分布

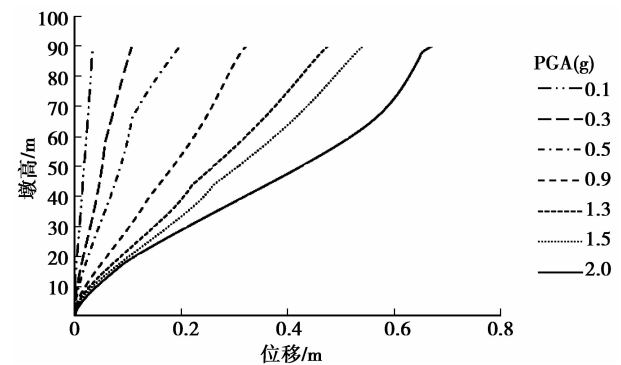


图 3 E1 各 PGA 下 90 m 墩沿墩高的位移分布

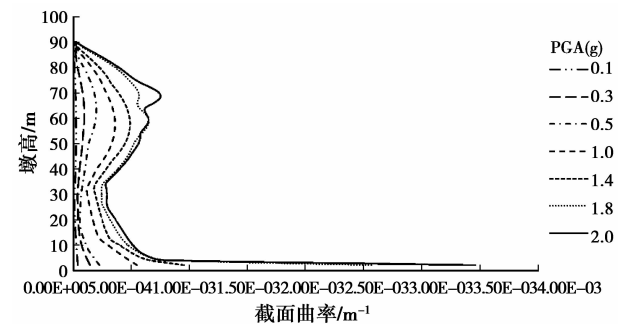


图 4 E1 各 PGA 下 90 m 墩沿墩高的曲率分布

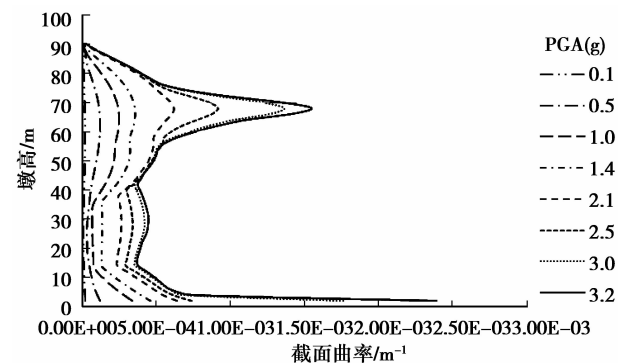


图 5 E2 各 PGA 下 90 m 墩沿墩高的曲率分布

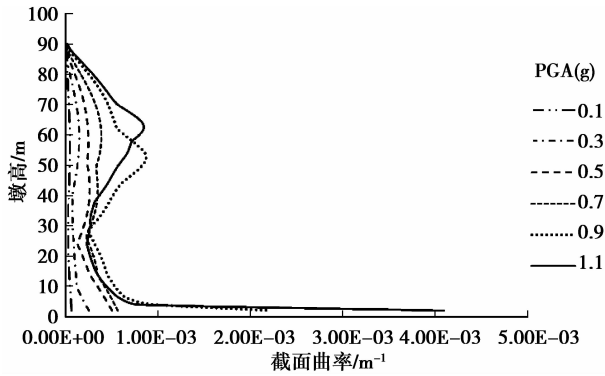


图 6 E3 各 PGA 下 90 m 墩沿墩高的曲率分布

波峰值大小,得到不同强度地震波作用下高墩的曲率延性指标、墩顶位移延性指标和位移角指标,并由表 1~表 4 中的判定依据确定结构相应的性能水准。由于材料应变可以较为准确地描述构件进入弹塑性阶段时的损伤状态,给出按混凝土压应变确定的性能水准作为比较基准。分析比较结果如表 5~表 7 所示。鉴于 3.3.1 节中所分析的 E2 地震动作用下墩身中部截面曲率超过墩底的情况,PGA = 0.5 g~0.6 g 时墩高 62 m 处的截面曲率延性系数分别为 0.218、0.268;PGA = 2.2 g~2.8 g 时墩高 68 m 处截面曲率延性系数为 1.27、1.41、1.56、1.71、1.87、2.04、2.21,都与对应的墩底曲率延性系数相差不大且处于同一性能水准下。因此对于计算模型仍然可选用墩底截面进行性能评估。

3.3.2 抗震性能评估

为评价 90 m 高墩在不同强度地震作用下的抗震性能水平,分别输入 3 条地震波激励,并改变地震

表 5 E1 作用下 90 m 墩各性能指标对比

PGA	砼压应变	性能水准	墩底曲率延性	性能水准	墩顶位移延性	性能水准	位移角	性能水准
0.4 g	0.000 477	完好	0.343 617 642	完好	0.547 328 83	完好	0.001 706	完好
0.5 g	0.000 519	完好	0.406 540 915	完好	0.707 057 17	完好	0.002 204	基本完好
0.6 g	0.000 607	完好	0.544 895 207	完好	0.823 718 78	完好	0.002 567	轻微破坏
0.8 g	0.001 247	完好	0.864 543 466	完好	1.029 333 86	基本完好	0.003 208	轻微破坏
1.0 g	0.001 481	完好	0.997 716 421	完好	1.280 874 88	轻微破坏	0.003 992	轻微破坏
1.3 g	0.002 168	完好	1.485 192 273	基本完好	1.562 416 44	轻微破坏	0.004 869	轻微破坏
1.5 g	0.003 929	基本完好	2.126 353 198	轻微破坏	1.931 884 7	轻微破坏	0.006 021	中等破坏
1.6 g	0.005 932	轻微破坏	3.055 695 28	轻微破坏	2.037 754 68	轻微破坏	0.006 351	中等破坏
2.0 g	0.012 970	中等破坏	6.309 312 921	中等破坏	2.394 727 18	轻微破坏	0.007 463	中等破坏

表 6 E2 作用下 90 m 墩各性能指标对比

PGA	砼压应变	性能水准	墩底曲率延性	性能水准	墩顶位移延性	性能水准	位移角	性能水准
0.8 g	0.000 54	完好	0.467 380 15	完好	0.923 302	完好	0.000 858	完好
1.0 g	0.000 818	完好	0.629 926 966	完好	1.131 117	基本完好	0.001 052	完好
1.5 g	0.001 309	完好	0.913 749 064	完好	1.597 373	轻微破坏	0.001 485	完好
2.0 g	0.001 699	完好	1.128 653 558	完好	2.016 899	轻微破坏	0.001 875	完好
2.3 g	0.001 803	完好	1.412 250 936	基本完好	2.096 712	轻微破坏	0.001 949	完好
2.8 g	0.003 690	基本完好	2.149 812 734	轻微破坏	2.646 273	轻微破坏	0.002 46	正常使用
3.0 g	0.006 261	轻微破坏	3.300 112 36	轻微破坏	2.800 568	轻微破坏	0.002 604	修复使用
3.3 g	0.011 468	中等破坏	5.875 149 813	中等破坏	3.042 601	中等破坏	0.002 829	修复使用
3.4 g	0.021 359	严重破坏	10.698 576 78	严重破坏	3.118 291	中等破坏	0.002 899	修复使用

表 7 E3 作用下 90 m 墩各性能指标对比

PGA	砼压应变	性能水准	墩底曲率延性	性能水准	墩顶位移延性	性能水准	位移角	性能水准
0.2 g	0.000 470	完好	0.337 444 87	完好	0.173 559	完好	0.001 053	完好
0.5 g	0.001 353	完好	0.914 102 424	完好	0.877 344	完好	0.005 324	修复使用
0.6 g	0.001 464	完好	0.976 741 389	完好	1.042 758	基本完好	0.006 328	生命安全
0.8 g	0.002 519	基本完好	1.516 303 991	基本完好	1.229 359	轻微破坏	0.007 460	生命安全
0.9 g	0.007 678	轻微破坏	3.951 521 779	轻微破坏	1.351 609	轻微破坏	0.008 202	生命安全
1.0 g	0.009 549	轻微破坏	4.766 156 37	中等破坏	1.624 160	轻微破坏	0.009 856	生命安全
1.1 g	0.015 478	严重破坏	7.467 213 414	中等破坏	1.144 053	轻微破坏	0.006 942	生命安全

可以看到,3 个性能指标所界定出的性能水准间是存在差异的,而与能直接反映结构内部破坏本质的应变指标相比,曲率延性指标契合度明显高于位移延性指标和位移角指标,其契合度大致为曲率延性指标 > 位移延性指标 > 位移角,尤其是在更能激发高阶振型影响的 E2 地震动作用下以及在 PGA 较高的强震下,当位移延性指标和位移角指标都严重失真时,曲率延性指标仍然与应变指标保持很好的一致性,说明曲率延性指标能更好的反映高墩柱的性能水准。

## 4 结 论

根据钢筋混凝土高墩的地震反应特性,提出采用更适合于钢筋混凝土高墩柱的曲率延性指标对其进行抗震性能评价,并推导出不同性能水准下该指标的量化值。以 90 m 的高墩作为实例,并以应变指标为基准,对曲率延性指标、位移延性指标和位移角指标用于高墩抗震性能评价的适用性进行对比分析,可知高墩柱振动特性复杂,高阶振型的贡献明显,因此适用于低墩的性能指标不再适用于高墩。对于钢筋混凝土高墩而言,曲率延性指标相比于位移延性系数和位移角指标更为合理可靠,尤其是在强震作用下能够更准确反映墩柱的内部破坏情况。

实例分析表明以墩身最大曲率截面或墩底截面的曲率延性系数所得到的性能水准相差并不大,可直接采用墩底截面的曲率延性系数作为评价指标。但由于钢筋混凝土高墩柱的曲率响应规律比较复杂,更多高墩柱模型的分析评价将进一步研究。

### 参考文献:

- [1] Jara M, Casas J R. A direct displacement-based method for the seismic design of bridges on bi-linear isolation devices[J]. *Engineering Structures*, 2006, 28(6):869-879.
- [2] Mackie K R, Lu J C, Elgamal A. Performance-based

earthquake assessment of bridge systems including ground-foundation interaction [J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2012, 42:184-196.

- [3] Shim C S, Chung C H, Kim H H. Experimental evaluation of seismic performance of precast segmental bridge piers with a circular solid section [J]. *Engineering Structures*, 2008, 30(12): 3782-3792.
- [4] Papanikolaou V K, Kappos A J. Numerical study of confinement effectiveness in solid and hollow reinforced concrete bridge piers: Methodology[J]. *Computers & Structures*, 2009, 87(21/22):1427-1439.
- [5] 陆本燕,刘伯权,刘鸣,等. 钢筋混凝土桥墩性能指标量化研究[J]. *中国公路学报*, 2010, 23(6):50-56.
- LU Benyan, LIU Boquan, LIU Ming, et al. Quantitative research on reinforced concrete performance index of reinforced concrete bridge column[J]. *China Journal of Highway and Transport*, 2010, 23(6):50-56.
- [6] 刘艳辉. 基于性能抗震设计理论的城市高架桥抗震性能研究[D]. 成都:西南交通大学, 2008.
- [7] 宋晓东. 桥梁高墩延性抗震性能的理论及试验研究[D]. 上海:同济大学博士学位论文, 2004.
- [8] 李建中,宋晓东,范立础. 桥梁高墩位移延性能力的探讨[J]. *地震工程与工程振动*, 2005, 25(1):43-48.
- LI Jianzhong, SONG Xiaodong, FAN Lichu, et al. Investigation for displacement ductility capacity of tall piers [J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2005, 25(1):43-48.
- [9] 梁志垚. 非规则高墩桥梁抗震设计理论研究[D]. 上海:同济大学, 2007.
- [10] Priestley M J N. Brief comments on elastic flexibility of reinforced concrete frames and significance to seismic design[J]. *Bulletin of the New Zealand National Society for Earthquake Engineering*, 1998, 31(4):246-259.
- [11] Vamvatsikos D, Cornell C A. Incremental dynamic analysis [J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 2002, 31(3):491-514.