

doi:10.11835/j.issn.1000-582X.2014.05.010

基于马尔克夫的灰色残差 GM(1,1)模型 在塑料老化行为预测中的应用

陈奎^a, 张天云^b, 卢柏林^a, 郑小平^a

(兰州城市学院 a. 机械监测与故障诊断研究所; b. 信息网络中心, 兰州 730070)

摘要: 针对数据的离散程度较大时, 灰色 GM(1,1)模型的预测精度较差这一问题, 引入残差修正, 在采用马尔克夫过程确定预测值的残差修正值正负号的基础上, 通过对灰色 GM(1,1)模型得到的模拟值和预测值进行修正, 构建了基于马尔克夫的灰色残差 GM(1,1)模型。以大气自然老化环境下 LDPE 棚膜的拉伸强度的预测为例, 研究所建模型在塑料老化行为预测中的适用性。结果表明: 由所建模型得到的 LDPE 棚膜老化 18 个月和 21 个月的拉伸强度预测值与实际值的相对误差分别为 1.49% 和 4.96%, 预测精度明显高于灰色 GM(1,1)模型(相对误差分别为 3.40% 和 6.75%), 可用于塑料老化行为的预测。马尔克夫的灰色残差 GM(1,1)模型所需实验数据少, 预测精度高, 为塑料老化行为的预测提供了一种简易而可靠的新途径。

关键词: 塑料; 老化; 预测; 灰色模型; 马尔可夫过程

中图分类号: O631

文献标志码: A

文章编号: 1000-582X(2014)05-071-06

The application of grey residual error GM(1,1) model based on Markvo to aging behavior prediction of plastic

CHEN Kui^a, ZHANG Tianyun^b, LU Bailin^a, ZHENG Xiaoping^a

(a. Institute of Mechanical Detection and Fault Diagnosis;

b. Center of Information and Network, Lanzhou City University, Lanzhou 730070, China)

Abstract: To solve the problem of poor prediction accuracy of GM(1,1) model when the data are discrete, based on the sign of residual error modification value of prediction value being determined by Markvo chain, a residual error modification is presented. The grey residual error GM(1,1) model based on Markvo is constructed through the modification of simulation value and prediction value obtained from GM(1,1) model. The prediction of tensile strength of LDPE greenhouse film under natural aging condition is taken as an example, and the applicability of constructed model in the prediction of plastic aging behavior is researched. The results show that the relative error between prediction value and the actual value of tensile strength of LDPE greenhouse film after aging 18 and 21 months obtained from constructed model are 1.49% and 4.96% respectively. Prediction accuracy are higher than that (relative error are 3.40% and 6.75% respectively) obtained from GM(1,1) model obviously. Grey residual error GM(1,1) model based on Markvo needs less original data and has high prediction accuracy, thus it is a simple and reliable method for plastic aging behavior prediction.

Key words: plastic; aging; prediction; grey model; Markov chain

收稿日期: 2013-11-20

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11164012); 教育部科学技术研究重点项目(210230); 甘肃省自然科学基金(1010RJZA168); 甘肃省教育厅基金(1111B-03)

作者简介: 陈奎(1978-), 男, 副教授, 博士, 主要从事材料评价与预测研究, (E-mail) chenku405@126.com。

塑料具有比强度高、弹性高、耐磨与减摩性好、原料来源丰富、易加工、品种繁多、成本相对较低等优点,不但可以用作结构材料,而且作为功能材料亦有着广泛的发展前景^[1]。但塑料易老化,特别是在苛刻的工况下,塑料的老化常导致设备过早失效,材料大量流失,不但造成经济损失重大,资源浪费严重,甚至会因材料的失效造成环境污染。老化已成为限制塑料进一步发展和应用的关键问题之一^[2]。

由于老化原因的多样性与老化机理的复杂性,通过老化原因定量表述其引起的力学性能变化比较困难,目前主要通过老化试验来确定塑料的力学性能变化,进而得出其使用寿命。但自然老化试验耗时很长^[3],可能数年,甚至数十年,不仅很难跟上材料研究的高速发展,而且费用相当昂贵,获得的试验数据也很有限,而人工加速老化试验与实际工况又存在不可避免的差异。针对这一状况,近年来,在已知相关试验数据的基础上,建立数学模型,对材料的老化行为进行预测已成为研究人员关注的热点之一^[4-7]。

灰色 GM(1,1)模型是基于灰色系统理论的一种预测方法^[8],具有要求历史数据少、运算方便、易于检验等优点^[9],已在诸多领域得到了广泛应用^[10-14]。但实践中发现,数据的离散程度较大时,灰色 GM(1,1)模型的预测精度较差^[15]。为解决这一问题,提出了灰色残差预测^[16-17],但该方法在残差序列有正有负的情况下,无法确定预测值中残差修正值的正负。针对这一情况,笔者尝试引入马尔科夫过程,以其确定未来时刻(即预测值)残差修正值的正负,建立基于马尔科夫的灰色残差 GM(1,1)模型,并以大气自然老化对 LDPE 栅模拉伸强度的影响为例,研究所建模型在塑料老化领域中的适用性。

1 模型的建立

1.1 灰色 GM(1,1)模型

设原始时间序列 $X^{(0)}$ 有 n 个时刻的非负实际值,则 $X^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)\}$,由下式生成一次累加序列 $X^{(1)}$, $X^{(1)} = \{x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)\}$ 。

$$x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i), k = 1, 2, \dots, n; \quad (1)$$

由下式生成 $X^{(1)}$ 的紧邻均值序列 $Z^{(1)}$, $Z^{(1)} = \{z^{(1)}(2), z^{(1)}(3), \dots, z^{(1)}(n)\}$ 。

$$z^{(1)}(k) = 1/2(x^{(1)}(k) + x^{(1)}(k-1)), k = 2, 3, \dots, n; \quad (2)$$

构建微分方程 $dX^{(1)}/dt + aX^{(1)} = b$,其中,参数 a, b 可由下式得到。

$$[a, b]^T = (B^T B)^{-1} B^T Y, \quad (3)$$

$$\text{式中: } Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}。$$

求解上述微分方程,得到如下 GM(1,1)模型:

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}\right)e^{-ak} + \frac{b}{a}, k = 1, 2, \dots, n; \quad (4)$$

其还原值应满足如下公式:

$$\begin{aligned} \hat{x}^{(0)}(k+1) &= \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k) = \\ &= (1 - e^a) \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}\right)e^{-ak}, k = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (5)$$

1.2 灰色残差 GM(1,1)模型

由下式建立残差(即原始值与模拟值之差)序列 $\epsilon_1(0)$, $\epsilon_1(0) = \{\epsilon_1(0)(2), \dots, \epsilon_1(0)(n)\}$ 。

$$\epsilon_1(0)(k) = x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k), k = 2, 3, \dots, n. \quad (6)$$

采用下式对 $\epsilon_1(0)$ 作非负处理,得到 $\epsilon^{(0)}$, $\epsilon^{(0)} = \{\epsilon^{(0)}(2), \dots, \epsilon^{(0)}(n)\}$ 。

$$\epsilon^{(0)}(k) = |\epsilon_1(0)(k)|, k = 2, 3, \dots, n. \quad (7)$$

对 $\epsilon^{(0)}$ 进行 GM(1,1)建模,具体方法同上 1.1,得到如下预测模型。

$$\hat{\epsilon}^{(1)}(k+1) = \left(\epsilon^{(0)}(2) - \frac{b_\epsilon}{a_\epsilon}\right)e^{-a_\epsilon k} + \frac{b_\epsilon}{a_\epsilon}, k = 2, 3, \dots, n; \quad (8)$$

其中,参数 a_ϵ 、 b_ϵ 的求法与公式(3)类似。

通过下式进行累减还原,得到残差修正值 $\epsilon^{(0)}$ 。

$$\begin{aligned}\epsilon^{(0)}(k+1) &= \epsilon^{(1)}(k+1) - \epsilon^{(1)}(k) = (1 - e^{a_\epsilon}), \\ &\left(\epsilon^{(0)}(2) - \frac{b_\epsilon}{a_\epsilon}\right)e^{-a_\epsilon k}, k = 2, 3, \dots, n.\end{aligned}\quad (9)$$

用 $\epsilon^{(0)}$ 修正 $X^{(0)}$, 具体公式如下。

$$\begin{aligned}x_\epsilon^{(0)}(k+1) &= x^{(0)}(k+1) \pm \epsilon^{(0)}(k+1) = (1 - e^a)\left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}\right)e^{-ak} \pm \\ &(1 - e^{a_\epsilon})\left(\epsilon^{(0)}(2) - \frac{b_\epsilon}{a_\epsilon}\right)e^{-a_\epsilon k}, k = 2, 3, \dots, n.\end{aligned}\quad (10)$$

上式称为灰色残差修正 GM(1,1)模型,简称灰色残差 GM(1,1)模型,其中每个残差修正值的符号应与 $\epsilon_1^{(0)}$ 中相应数值的符号保持一致,并用下面的马尔科夫过程来确定预测值的残差修正值符号。

1.3 马尔科夫过程预测模型

马尔可夫过程基于“系统每一时刻的状态仅仅取决于前一时刻的状态,而与其过去的历史无关”这一概念,研究系统的状态及状态的转移,进而根据系统状态之间的转移概率(即从某一状态转换到另一状态的可能性)来预测系统状态未来的发展趋势^[18]。

采用马尔可夫过程确定未来某一时刻残差修正值正、负号的具体步骤如下:

- 1) 确定状态。定义两个状态,状态 1 表示残差为正值,状态 2 表示残差为负值。
- 2) 根据残差序列的正负状态,求出状态转移概率矩阵 \mathbf{P} 。

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix},$$

其中:元素 p_{ij} 表示从状态 i 转移到状态 j 的概率, $p_{ij} \geq 0$, 且 $\sum_{j=1}^2 p_{ij} = 1$ 。 p_{ij} 可由下式确定:

$$p_{ij} = s_{ij}/s_i, i = 1, 2; j = 1, 2.\quad (11)$$

其中: s_{ij} 为状态 i 转移到状态 j 的次数; s_i 为状态 i 出现的次数。

3) 确定初始(即当前)状态向量。设 $\mathbf{s}^{(0)} = (s_1^{(0)}, s_2^{(0)})$ 为初始状态向量, $s_1^{(0)}$ 表示处于状态 1 的概率, $s_2^{(0)}$ 表示处于状态 2 的概率。

- 4) 根据如下所示的状态转移公式,求出下一时刻即第 t 时刻状态转移的结果 $\mathbf{s}^{(t)}$ 。

$$\mathbf{s}^{(t)} = \mathbf{s}^{(0)} \cdot \mathbf{P}.\quad (12)$$

以 $\mathbf{s}^{(t)}$ 中概率大的状态作为 t 时刻残差修正值的状态(即正负号),若两状态的概率相等,则取上一时刻残差修正值的状态作为 t 时刻残差修正值的状态。

1.4 误差检验

由下式计算相对误差。

$$\Delta_k \epsilon = |x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)| / x^{(0)}(k), k = 1, 2, \dots, n.\quad (13)$$

2 应用实例

LDPE 棚模在光、热、氧等大气自然因素的综合作用下,拉伸强度随老化时间的延长而下降,具体数据如表 1^[19]所示。下面以表 1 中老化 0 到 15 个月对应的实际拉伸强度为原始数据,根据上述所建模型,预测老化 18 个月和 21 个月时 LDPE 棚模的拉伸强度,并与表 1 中老化 18 个月和 21 个月对应的实际拉伸强度进行比较,研究所建模型在塑料老化行为预测中的适用性。

表 1 LDPE 棚模的大气老化试验结果

老化时间/月	0	3	6	9	12	15	18	21
拉伸强度/MPa	18.8	18.2	17.1	14.8	13.9	13.3	12.3	11.7

由表 1 中 LDPE 棚模 0 到 15 个月的拉伸强度,可得原始数据数列 $X^{(0)} = \{18.8, 18.2, 17.1, 14.8, 13.9, 13.3\}$; 由式(1)、式(2)分别得到: $X^{(1)} = \{18.8000, 37.0000, 54.1000, 68.9000, 82.8000, 96.1000\}$, $Z^{(1)} = \{27.9000, 45.5500, 61.5000, 75.8500, 89.4500\}$; 由式(3)可得 $a = 0.0852, b = 20.5740$, 并由式(4)可得预测模型为 $\hat{x}^{(1)}(k+1) = -222.6789e^{-0.0852k} + 241.4788$, 即 $\hat{X}^{(1)} = \{36.9865, 53.6877, 69.0248, 83.1094, 96.0437\}$; 根据式(5)做累减还原,可得灰色 GM(1,1)模拟值 $\hat{X}^{(0)}$ (见表 2); 由式(6)可得残差序列 $\epsilon_1(0)$ (见表 2); 通过式(7)将 $\epsilon_1(0)$ 取绝对值,带入式(8)得到残差模型 $\hat{\epsilon}^{(1)}(k+1) = -3.8252e^{-0.1228k} + 3.8388$, 即 $\hat{\epsilon}^{(1)} = \{0.8465, 1.1923, 1.4981, 1.7686\}$; 根据式(9)做累减还原,可得 $\epsilon^{(0)}$ 的灰色残差 GM(1,1)模拟值 $\hat{\epsilon}^{(0)}$ (见表 2); 由式(10)得到修正后的模拟值(见表 2); 由式(13)得到相对误差(见表 2)。

表 2 拉伸强度的模拟结果

老化时间/ 月	实际值	灰色 GM(1,1) 模拟值	残差序列	残差 GM(1,1) 模拟值	修正后结果	相对误差/ %
0	18.8	—	—	—	—	—
3	18.2	18.1865	0.0135	—	—	—
6	17.1	16.7012	0.3988	0.3910	17.0921	0.05
9	14.8	15.3372	-0.5372	0.3458	14.9914	1.29
12	13.9	14.0846	-0.1846	0.3058	13.7787	0.87
15	13.3	12.9343	0.3657	0.2705	13.2047	0.72

由表 2 可知,基于马尔科夫的灰色残差 GM(1,1)模型的模拟结果中,拉伸强度的最大相对误差为 1.29%,平均误差仅为 0.73%,模拟精度大大高于文献[19]中采用灰色 GM(1,1)模型得到的结果(最大相对误差为 3.62%,平均误差为 2.02%)。大气自然老化条件下,LDPE 棚模拉伸强度随时间变化的离散程度较大,因此灰色 GM(1,1)模型得到的模拟结果相对误差较大,而灰色残差 GM(1,1)模型采用残差序列对原点附近的误差进行了修正,因此模拟结果更符合实际情况。

应用上述模型对老化 18 个月时的拉伸强度进行预测,其中残差修正值的符号确定过程如下。

由表 2 中的残差序列可知,残差由正向正转移的次数是 2,正值出现的次数为 3,因此,由式(11)得到正向正转移的概率为 $p_{11} = 2/3$,正向负转移的概率为 $p_{12} = 1/3$;同理,负向正的转移次数为 1,负值出现的次数为 2。因此,负向负转移的概率为 $p_{21} = 1/2$,负向负转移的概率为 $p_{22} = 1/2$ 。由此得到马尔科夫状态转移概率矩阵 \mathbf{P} 为

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2/3 & 1/3 \\ 1/2 & 1/2 \end{bmatrix}。$$

将老化 15 个月的拉伸强度作为初始状态,由表 2 可知其残差值为正,因而初始向量 $\mathbf{s}^{(0)} = (1, 0)$ 。

由式(12)得到第 18 个月状态转移的结果为

$$\mathbf{s}^{(18)} = \mathbf{s}^{(0)} \cdot \mathbf{P} = (1, 0) \cdot \begin{bmatrix} 2/3 & 1/3 \\ 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} = (2/3, 1/3)。$$

即第 18 个月残差修正值为正的概率为 2/3,为负的概率为 1/3,因此取正值。由基于马尔科夫的灰色残差 GM(1,1)模型得到第 18 个月的拉伸强度预测结果(见表 3)。表 3 还列出了第 21 个月的预测结果,具体过程略。

表3 拉伸强度的预测结果

老化时间/ 月	实际值	灰色 GM(1,1) 预测值	残差 GM(1,1) 预测值	残差修正值 符号	修正后 结果	相对误差/ %
18	12.3	11.877 9	0.239 2	+	12.117 1	1.49
21	11.7	10.907 8	0.211 6	+	11.119 4	4.96

由表3可知,由基于马尔科夫的灰色残差GM(1,1)模型得到的第18个月和21个月的拉伸强度预测值与实际值的相对误差分别为1.49%和4.96%,预测精度比文献[19]中采用灰色GM(1,1)模型得到的结果(相对误差分别为3.40%和6.75%)有明显提高。上述结果表明:在根据灰色残差GM(1,1)模型得到未来时刻预测值的残差修正值的基础上,采用马尔科夫过程确定残差修正值的正负取值,得到的预测结果更符合实际情况。适用于塑料老化行为的预测。

3 结 论

1)在采用马尔科夫过程确定预测值残差修正值的正负号的基础上,以残差修正值对灰色GM(1,1)模型的模拟值与预测值进行修正,构建了基于马尔科夫的灰色残差GM(1,1)模型。

2)以所建模型对大气自然老化环境下LDPE棚模的拉伸强度的变化进行预测。结果表明:基于马尔科夫的灰色残差GM(1,1)模型的模拟精度与预测精度明显优于灰色GM(1,1)模型,可用于塑料老化行为的预测。

3)基于马尔科夫的灰色残差GM(1,1)模型在保留灰色GM(1,1)模型所需实验数据少、运算方便、易于检验等优点的基础上,大大提高了预测精度,拓宽了灰色理论的应用范围,为塑料老化行为的预测提供了一种简易而可靠的新途径。

参考文献:

- [1] 杨瑞成,郭铁民,陈奎. 工程材料[M]. 北京:科学出版社,2012.
- [2] 刘景军,李效玉. 高分子材料的环境行为与老化机理研究进展[J]. 高分子通报,2005(3):62-69.
LIU Jingjun, LI Xiaoyu. Progress in study of polymer degradation behaviors and mechanisms in various environment conditions [J]. Polymer Bulletin, 2005(3):62-69.
- [3] Colin X, Audouin L, Verdu J, et al. Aging of polyethylene pipes transporting drinking water disinfected by chlorine dioxide. Part II—Lifetime prediction [J]. Polymer Engineering & Science, 2009, 49(8):1642-1652.
- [4] 常新龙,李正亮,胡宽,等. 应用桥联模型预测复合材料吸湿老化剩余强度[J]. 复合材料学报,2010,27(6):208-212.
CHANG Xinlong, LI Zhengliang, HU Kuan, et al. Residual strength prediction of composites with after moisture absorption using bridging model [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2010, 27(6):208-212.
- [5] Dittenber D B, GangaRao V S. Evaluation of a life prediction model and environmental effects of fatigue for glass fiber composite materials [J]. Structural Engineering International, 2010, 20(4):379-384.
- [6] Steinke L, Spreckels J, Flamm M, et al. Model for heterogeneous aging of rubber products [J]. Plastics, Rubber and Composites, 2011, 40(4):175-179.
- [7] Barbero E J. Prediction of long-term creep of composites from doubly-shifted polymer creep data [J]. Journal of Composite Materials, 2012, 43(19):2109-2124.
- [8] 刘思峰,党耀国,方志耕,等. 灰色系统理论及其应用[M]. 北京:科学出版社,2004.
- [9] 郭鹏. 残差灰色风速预测最大风能追踪策略研究[J]. 太阳能学报,2011,32(4):548-552.
GUO Peng. A new MPPT strategy based on residual error grey wind speed prediction [J]. Acta Energeticae Solaris Sinica, 2011, 32(4):548-552.
- [10] 崔胜先,谢光辉,董仁杰. 灰色系统理论在黑龙江省农作物秸秆可收集量预测中的应用[J]. 东北农业大学学报,2011, 42(8):123-130.
CUI Shengxian, XIE Guanghui, DONG Renjie. Application of grey system theory in prediction of collectable amounts of straw resource in Heilongjiang Province [J]. Journal of Northeast Agricultural University, 2011, 42(8):123-130.

- [11] Gu J, Vichare N, Ayyub B, et al. Application of grey prediction model for failure prognostics of electronics [J]. International Journal of Performability Engineering, 2010, 6(5): 435-442.
- [12] 李国祯, 李希建, 施天虎. 煤层瓦斯含量影响因素分析及灰色预测[J]. 工业安全与环保, 2011, 37(9): 53-55.
LI Guozhen, LI Xijian, SHI Tianhu. Analysis of factors affecting coal seam gas content and its gray prediction [J]. Industrial Safety and Environmental Protection, 2011, 37(9): 53-55.
- [13] 刘建华, 郝雪龙, 李松梅, 等. 基于灰色理论的高强铝合金应力腐蚀开裂预测模型的建立与应用[J]. 材料工程, 2011(3): 60-64.
LIU Jianhua, HAO Xuelong, LI Songmei, et al. Stress corrosion cracking model based on experiment and gray theory for high strength aluminum alloy [J]. Journal of Materials Engineering, 2011(3): 60-64.
- [14] 罗文柯, 施式亮, 李润求, 等. 灰色预测模型在能源消费需求预测中的应用[J]. 中国安全科学学报, 2010, 20(4): 32-37.
LUO Wenke, SHI Shiliang, LI Runqiu, et al. Application of grey prediction model to energy consumption forecasting [J]. China Safety Science Journal, 2010, 20(4): 32-37.
- [15] 汪妮, 孙博, 张刚. 改进的灰色模型在城市工业需水量预测中的应用[J]. 西北大学学报: 自然科学版, 2009, 39(2): 313-316.
WANG Ni, SUN Bo, ZHANG Gang. Application of the improved gray model on the prediction of city water demand in industry [J]. Journal of Northwest University: Natural Science Edition, 2009, 39(2): 313-316.
- [16] 李刚, 黄同愿, 闫河, 等. 公路交通事故预测的灰色残差模型[J]. 交通运输工程学报, 2009, 9(5): 88-93.
LI Gang, HUANG Tongyuan, YAN He, et al. Grey residual error model of highway traffic accident forecast [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2009, 9(5): 88-93.
- [17] 杨建飞, 刘俊民, 陈琳. 基于灰色残差模型的灌区地下水最小埋深预测[J]. 人民黄河, 2011, 33(7): 101-102.
YANG Jianfei, LIU Junmin, CHEN Lin. Forecast of the minimum depth of groundwater in irrigation district based on the residual model of GM(1,1)[J]. Yellow River, 2011, 33(7): 101-102.
- [18] 王翠茹, 孙辰军, 杨静, 等. 改进残差灰色预测模型在负荷预测中的应用[J]. 电力系统及其自动化学报, 2006, 18(1): 86-89.
WANG Cuiru, SUN Chenjun, YANG Jing, et al. Application of modified residual error gray prediction model in power load forecasting [J]. Proceedings of the CSU-EPSA, 2006, 18(1): 86-89.
- [19] 黄伟, 仇君. 塑料自然老化化学性能的灰色预测[J]. 广西大学学报: 自然科学版, 2001, 26(4): 275-277.
HUANG Wei, QIU Jun. Prediction of mechanical properties of plastic natural aging with grey system theory [J]. Journal of Guangxi University: Natural Science Edition, 2001, 26(4): 275-277.

(编辑 王维朗)

(上接第 70 页)

- [24] Diaz M E P, Alonso A R, González I, et al. Influence of oxygen reduction and hydrogen evolution in the gold and silver direct electrodeposition process from thiourea solutions in a filter press type reactor [J]. Hydrometallurgy, 2012, 129-130: 90-96.
- [25] 冯加民. 硫脲电化学氧化中的物种分析和动力学分析[D]. 徐州: 中国矿业大学, 2010.
- [26] Yang X Y, Moast M S, Miller J D. The interaction of thiourea and formamidine disulfide in the dissolution of gold in sulfuric acid solutions [J]. Minerals Engineering, 2010, 23(9): 698-704.
- [27] Dean J A. Lange's handbook of chemistry [J]. Materials and Manufacturing Processes, 1990, 5(4): 687-688.
- [28] 巴德, 福克纳. 电化学方法原理和应用[M]. 2 版. 邵元华, 朱果逸, 董献堆, 等, 译. 北京: 化学工业出版社, 2011.
- [29] 腾岛昭, 湘泽益男, 井上澈. 电化学测定方法[M]. 陈震, 姚建年, 译. 北京: 北京大学出版社, 1995.
- [30] 赵林治, 杨书廷. 硫脲稳定性研究[J]. 河南师范大学学报: 自然科学版, 1992, 20(1): 98-102.
ZHAO Linzhi, YANG Shuting. Study on the stability of thiourea [J]. Journal of Henan Normal University: Natural Science, 1992, 20(1): 98-102.
- [31] 罗勤慧. 配位化学[M]. 北京: 科学出版社, 2012.
- [32] 杨显万, 邱定. 湿法冶金 [M]. 2 版. 北京: 冶金工业出版社, 2011.
- [33] Hajbi A E, Chartier P. Complexation and adsorption of thiourea in sulphate medium on electrochemically roughened silver electrodes [J]. Journal of Electroanalytical Chemistry and Interfacial Electrochemistry, 1987, 227(1/2): 159-170.

(编辑 张 芊)