

doi:10.11835/j.issn.1000-582X.2016.03.021

# 响应面法不确定性参数对行星架静强度的影响

常 涛,孙义忠,何爱民,王 红,张 迅

(南京高速齿轮制造有限公司,南京 211000)

**摘 要:**不确定性参数对行星架静强度的影响,取行星架强度最薄弱的部位—前轴承支座挖根(清根处)为研究对象,采用参数方差分析法从不确定性参数中挑选显著参数,并利用 D-最优抽样法选取样本点组合,计算精细有限元模型清根处应力响应值,继而基于最小二乘估计建立多项式回归响应面模型。基于快速响应面模型,利用蒙特卡洛模拟法和统计分析法研究显著性参数过盈量、铸造圆角和腹板公差对清根处第一主应力的影响,并从可靠度角度对清根处静强度进行评估。研究发现过盈量和前后腹板偏差的离散性对清根处静强度影响明显,同时行星架可靠度达到 99.3%,表明在考虑了 GL 和 IEC 安全系数后,行星架可靠度仍然非常高。

**关键词:**齿轮箱;响应面法;不确定性参数;可靠度

**中图分类号:**O224

**文献标志码:**A

**文章编号:**1000-582X(2016)03-163-10

## The influence of uncertain parameters on the static strength of planet carrier based on response surface method

CHANG Tao, SUN Yizhong, HE Aiming, WANG Hong, ZHANG Xun

(Nanjing High Speed Gear Manufacturing Co. Ltd, Nanjing 210000, P.R.China)

**Abstract:** In order to research the influence of uncertain parameters on the static strength of planet carrier, we took the relief cut as the research object, and found out sensitive parameters from uncertain parameters using the standard deviation analysis method. D-OPT method was used to sample these parameters, the maximum principal stress was calculated by using fine FEM model, and then the polynomial response surface could be build based on these samples. Based on the fast response surface function, the Monte Carlo method and the statistical analysis were introduced to analyze the influence of sensitive parameters (interference, blend R1 and thickness tolerance) on the maximum principal stress, and the reliability of the static strength was evaluated. The results show that the discreteness of the interference and the thickness tolerance has obvious influence on the static strength. And the reliability of the planet carrier reaches 99.3%, which means the reliability is very high even if the reduction coefficients of GL and IEC are considered.

**Keywords:** gearbox; response surface method; uncertain parameter; reliability

随着经济的快速发展,能源供应紧张、环境污染等现象日益严重,可再生无污染的风能成为了未来能源的重要支柱之一。风力发电机制造和维修成本极其昂贵,诸多风场均发生过批次性更换齿轮箱的事件,耗费资金均在百万级以上,因此高可靠性成为齿轮箱极其重要的指标。齿轮箱中的行星架是传扭的重要部件,但其中存在着一些不确定参数,使得行星架的强度也具有一定的分散性,因此传统的安全系数并不能全面反映行星架的可靠度,必须借助可靠性分析来评价齿轮箱的可靠度<sup>[1-2]</sup>,在此基础上进行结构的参数优化,就能比

收稿日期:2015-11-06

作者简介:常涛(1986-),男,工程师,主要从事结构强度计算方向研究,(E-mail)chang.tao@ngctransmission.com。

较全面地提高行星架可靠度。

响应面法是用多元多项式或非多项式模型(如 kriging 模型)来描述系统自变量和响应特征的复杂关系,从而替代有限元仿真和其它复杂模型进行更有效设计或计算的一种方法<sup>[3-4]</sup>。响应面法源自统计计量经济学,在结构的参数优化与分析应用方面也逐渐成熟,郭勤涛等对响应面法的样本点选取、响应面拟合做了比较全面的描述<sup>[3-4]</sup>。费庆国等对显著性参数筛选的方差分析方法做了比较深入的研究<sup>[5]</sup>。因此,响应面法应用也逐渐成熟,在可靠性设计中,蒙特卡洛模拟对系统无具体数学模型或模型比较难描述的问题特别有效,能够通过参数的抽样点,计算出特征量响应值,并通过概率统计的概率密度、累计概率密度、正态分布校验等方法来识别特征量的统计特性,以此研究系统的特性。蒙特卡洛法是比较成熟的计算方法,但高精度的响应值必须取大量的样本点,通常都在百万级左右,这样的计算量如果都是基于有限元模型进行计算,是不可能完成的,所以文中采用了快速的响应面模型,就解决了计算量的问题。

## 1 分析方法

### 1.1 多项式响应面法

快速响应面模型能够直接替代有限元计算,使得大规模工程问题求解时间大大缩短,非常适用于结构参数优化及可靠性设计。其基本思想是通过确定性试验设计拟合一个响应面函数来模拟真实的输入和输出之间的隐式关系,使系统的进一步分析可以建立在响应面函数上,采用快速响应面模型目的在于研究特征量的统计特性时能极大地提高计算效率。多项式回归分析是建立响应面模型的核心,其具体可分为如下几个部分。

#### 1.1.1 试验设计方法

基于回归分析的响应面拟合是对样本数据进行操作,常用的试验设计方法为全因子试验设计、中心点复合设计、box-behnken design、D-最优设计等<sup>[5-6]</sup>。

D-最优设计定义如下,研究回归模型为

$$y = k_1 f_1(x) + k_2 f_2(x) + \dots + k_n f_n(x) \quad (1)$$

最小二乘法获得参数  $\mathbf{k}^T = (k_1, k_2, \dots, k_n)$  的最小二乘估计  $\mathbf{a}^T = (a_1, a_2, \dots, a_n)$  的密集椭球体定义为与  $(a_1, a_2, \dots, a_n)$  具有相同平均值和相关矩的  $n$  维均匀分布所围成的区域。密集椭球体体积是  $(a_1, a_2, \dots, a_n)$  分散与集中程度的数量指标,使得密集椭球体体积最小的试验计算即为 D-最优试验设计。

#### 1.1.2 显著性参数识别

应用 F 值检验法进行假设检验,找出显著性参数定为主参数。例如,有限元模型的设计参数  $A$ , 对其某一响应特征(比如模态频率  $f$ ) 的 F 检验如下

$$F_A = \frac{S_A/f_A}{S_e/f_e} \sim F(f_A, f_e) \quad (2)$$

式中:  $S_A$  为因素  $A$  引起的偏差平方和;  $S_e$  为误差  $e$  的偏差平方和;  $f_A, f_e$  分别为因素  $A$  和偏差的自由度<sup>[5-6]</sup>。

#### 1.1.3 多项式回归模型建立

系统的特征量  $y$  为因变量,  $x_i (i=1, 2, \dots, k)$  代表  $k$  个设计参数,采用一阶交互项和二次项的响应面函数可表示为

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_i \sum_j \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 \quad (3)$$

式中:  $x \in [x_i^l, x_i^u]$ ,  $x_i^l, x_i^u$  分别为设计参数  $x_i$  取值范围上下限;  $\beta_0, \beta_i, \beta_{ij}, \beta_{ii}$  为待定系数。多项式系数  $\beta_0, \beta_i, \beta_{ij}, \beta_{ii}$  通常采用最小二乘法估计来获得。响应面精度的检验采用相对均方根误差 RMSE 和  $R^2$  判断系数

$$RSME = \frac{1}{N_g} \sqrt{\sum_g (y - y_r)^2} \quad (4)$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{j=1}^{N_g} (y_r(j) - y(j))^2}{\sum_{j=1}^{N_g} (y_r(j) - \bar{y})^2} \quad (5)$$

式中: $y$  和  $y_r$  分别是设计空间上各点的真值和响应面的值; $\bar{y}$  是设计空间上各点真值的均值; $N_g$  是设计空间上检验点的数量<sup>[5-7]</sup>。

### 1.2 蒙特卡洛模拟

蒙特卡洛法亦称随机模拟法,通过随机数试验,求得特征量的近似解,尤其对系统无具体数学模型或模型比较难描述的问题特别有效。

蒙特卡洛法的基本思路是首先确定概率模型,即所求问题的解为概率模型的特征量,通过蒙特卡洛抽样获取大量的样本点,求解特征量的值,并采用统计分析手段对特征量的特性进行分析。蒙特卡洛法关键是抽样,常见抽样方法有直接抽样,超拉丁抽样、中心点复合抽样等,其中超拉丁抽样具有避免样本点重复与集中地性质而广泛应用。相比较直接抽样法,超拉丁抽样能够缩减 20%~40% 计算规模,且能够达到同样的计算精度,如图 1 所示。

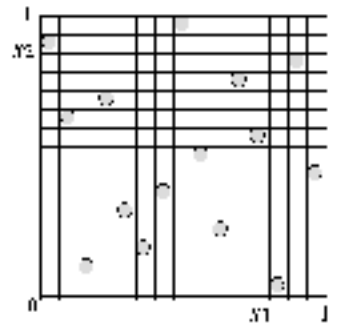


图 1 二参数超拉丁样本点分布  
Fig.1 Two paramters sampling of Latin Hypercube Sampling

### 1.3 正态分布可靠度评估

可靠度是指应力超过强度的概率,已知正态分布  $x_s$ 、 $x_\sigma$ , 令  $\delta = x_s - x_\sigma$ ,  $f(\delta)$  也服从正态分布<sup>[8-9]</sup>

$$\text{令 } t = \frac{\delta - \bar{\delta}}{S_\delta}, \text{ 则 } d\delta = S_\delta dt,$$

当  $\delta = 0$ ,  $t = -\bar{\delta}/S_\delta$ ; 当  $\bar{\delta} = \infty$ ,  $t = \infty$ , 转换为标准正态分布函数

$$R = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-z}^{\infty} e^{-t^2/2} dt, \tag{6}$$

积分限

$$z = \frac{x_s - x_\sigma}{\sqrt{S_s^2 + S_\sigma^2}}, \tag{7}$$

式中,  $x_s$ 、 $x_\sigma$  表示强度与应力分布均值;  $S_s$  和  $S_\sigma$  表示强度与应力分布标准差。

因此,应力和强度联接起来,亦称“联接方程”, $Z$  称为联接系数。然后依据正态分布表查阅处所需可靠度  $R$ 。

## 2 不确定性参数对行星架强度的影响

### 2.1 问题描述

在 GL 旋转坐标系下,行星架主要承受从轮毂中心传递来的扭矩与弯矩。根据经验,行星架静强度最薄弱环节主要为前轴承座清根处(如图 2 所示),立柱倒角处以及内部油孔等,而弯矩传递至前轴承比后轴承大很多,因此取前轴承座清根处为研究对象具有重要意义。模型与材料参数见表 1。

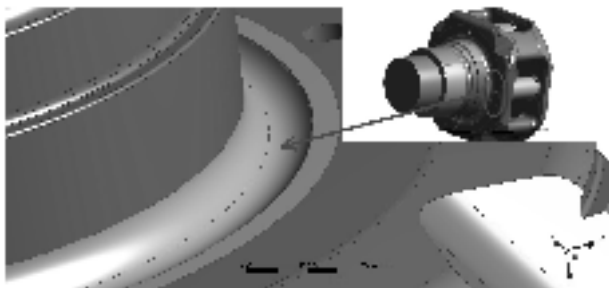


图 2 行星架前轴承座清根(圈出位置)

Fig.2 The relief cut of planet carrier

表 1 模型与材料

Table 1 Material

	行星架材料	主轴与销轴
材料	GJS700	42CrMoA
杨氏模量/GPa	176	206
泊松比	0.275	0.3
屈服强度/MPa	230	—
单元数	78 万	24 万
单元类型	Solid186/187	Solid186/187
连接方式	frictional	

约束主轴末端,扭矩传递至行星轮并转换为轴承载荷,弯矩传递至前后轴承并转换为轴承载荷,同时考虑收缩盘压力,如图 3 所示,载荷参数见表 2。



图 3 约束、载荷与网格  
Fig.3 Constraints, loads & meshing

表 2 载荷  
Table 2 Load

名 称	主轴承处
扭矩 $M_x / \text{kN} \cdot \text{m}$	2 519.9
弯矩 $M_y / \text{kN} \cdot \text{m}$	1 297
弯矩 $M_z / \text{kN} \cdot \text{m}$	175

行星架的设计、生产与装配过程中存在着诸多不确定性参数,这些参数会对行星架强度有一定影响,描述见表 3。

表 3 不确定性参数  
Table 3 Uncertain parameters

编 号	名 称	描 述
1	铸造圆角公差	反映内孔壁厚变化量
2	过盈量	叶片侧销轴过盈量
3	材料力学性能	采购件力学性具有分散性
4	零件最大厚度	零件屈服强度与厚度有关
5	铸造腹板偏差度公差	行星架前后腹板偏差量
6	铸造立柱厚度公差	大多为变半径设计

### 2.2 显著性参数识别和相关性校验

由于缺乏数据,暂不研究材料力学性能和零件最大厚度,只研究过盈量与铸造公差这两类参数的影响。依据现有数据,取图 4~图 7 中 4 个不确定性参数作为研究的对象。

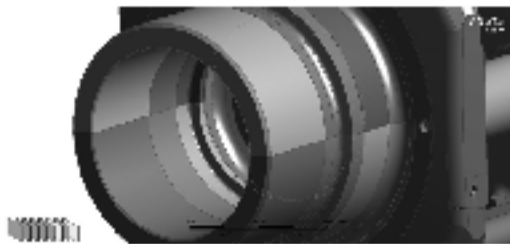


图 4 铸造圆角 R1  
Fig.4 Casting rounding R1



图 5 铸造过渡圆角 R2  
Fig.5 Casting rounding R2



图 6 前后腹板偏差  
Fig.6 Casting tolerance of front and rear plate

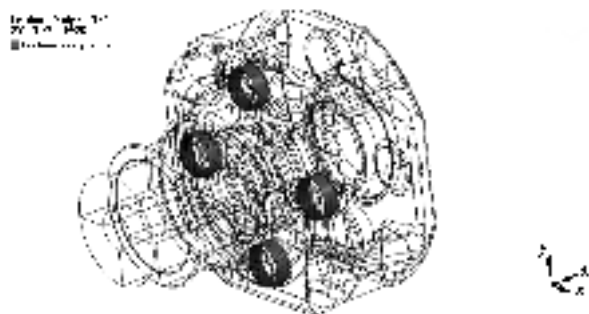


图 7 叶片侧销轴过盈量  
Fig.7 Assemble interference fit of front hole of carrier

取前后腹板偏差为随机变量;铸造圆角 R1 取草绘图中圆角半径为随机变量,其余取原始值。首先对 4 个随机变量进行归一化,使抽样更为简便,采用 D-最优法取样本点 60 组,代入参数化后的有限

元精细模型进行计算,得到清根处拉应力值。相关性矩阵如图 8 所示。

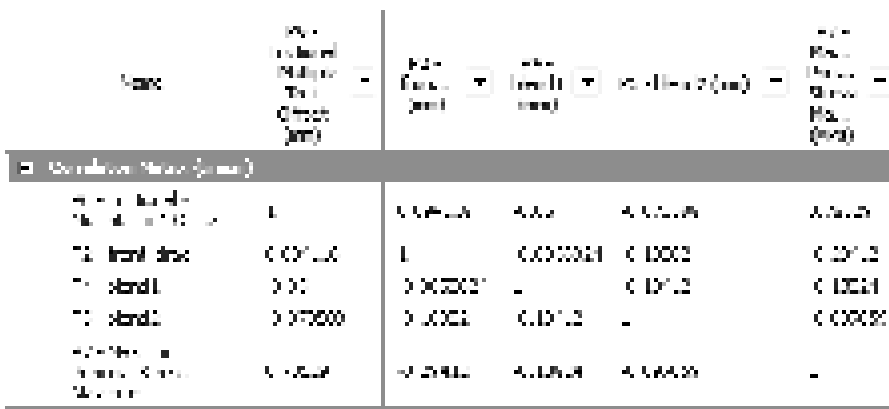
表 4 参数与分布  
Table 4 Normal distribution

编 号	描 述	正态分布
P4	铸造圆角 R1	N(20,1)
P1	铸造过渡圆角 R2	N(55,1)
P2	前后腹板偏差	N(1,0.05)
P6	过盈量	N(0.028,0.001 4)

表 5 显著性参数

Table 5 Dominant sensible parameters

编 号	显著性
P4	★
P1	—
P2	★★
P6	★★★★



(注:P7 为拉应力,其余参数参照表 4)

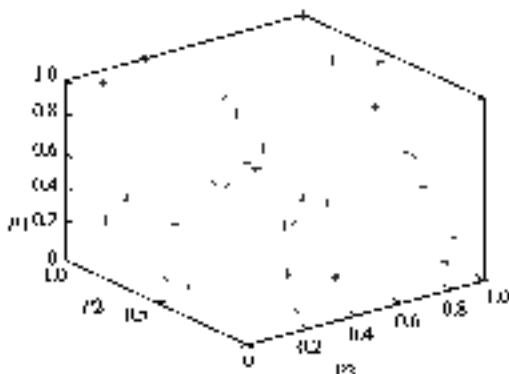
图 8 相关性矩阵

Fig.8 Correlation matrix

通过方差分析发现铸造过渡圆角 R1 对清根处强度几乎无影响,因此忽略。取剩余 3 参数为研究对象,进行独立性与相关性分析,通过相关矩阵可以发现 3 个随机变量表现为弱相关性。

2.3 多项式响应面模型

取这 3 个随机变量为参数,采用 D-最优法取样 35 样本点,代入参数化后的有限元精细模型计算清根处拉应力。归一化后样本点组合如图 9 所示,整个取样点由 MATLAB 编写的程序完成。



(注:P1 为归一化后腹板偏差;P2 为归一化后倒角 R1;P3 为归一化后过盈量)

图 9 归一化样本点

Fig.9 Normalization sampling points

取三阶多项式模型(包含二阶交互项)进行回归拟合。根据经验,在结构静强度计算中,响应和参数的非线性程度不强,因此三阶多项式模型精度已经较高,能够满足计算要求。通过最小二乘估计,求解出多项式的系数。各响应面如图 10~图 12 所示,响应面精度校验见表 6。

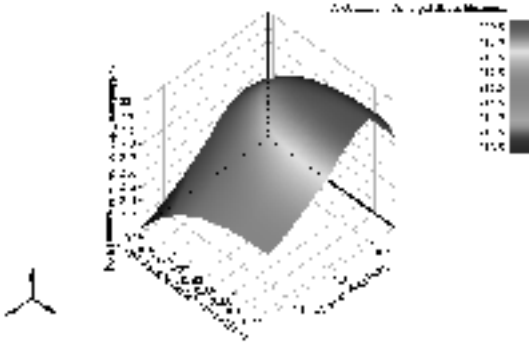


图 10 S1 关于腹板偏差和过盈量响应面

Fig.10 S1 response surf of plate tolerance and interference fit

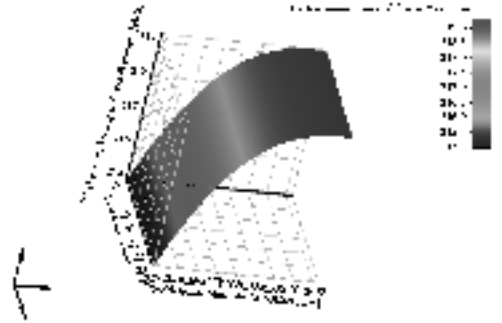


图 11 S1 关于倒角 R1 和过盈量响应面

Fig.11 S1 response surf of rounding R1 and interference fit

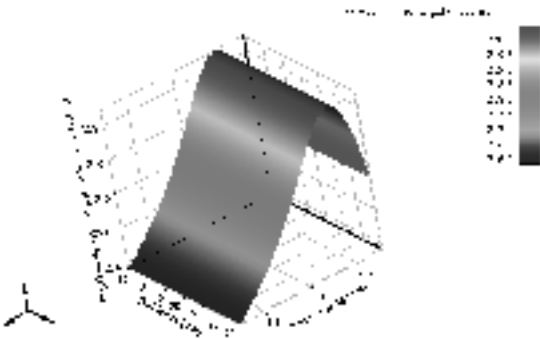


图 12 S1 关于倒角 R1 和腹板偏差响应面

Fig.12 S1 response surf of plate tolerance and rounding R1

表 6 响应面精度校验

Table 6 The prediction accuracy

编号	RSME	$R^2$
取样点	0.59	0.27
新样本点	0.90	0.59

同时,响应面除了对拟合点的预测精度较高外,还必须对非拟合点的预测精度也一样高,这样的响应面才具有较高可信度。随机取 8 个单独的样本点,对比响应面预测值与有限元计算值。响应面可信度符合要求(如图 13~图 14 所示)。

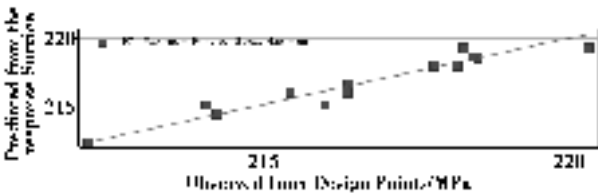


图 13 样本点与拟合预测点一致性

Fig.13 Prediction and real sampling result comparison

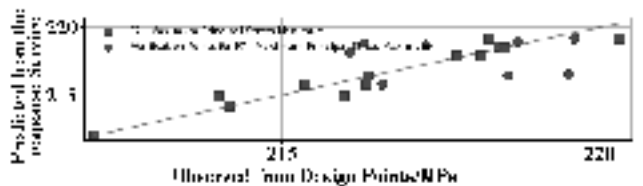


图 14 样本点与非拟合预测点一致性

Fig.14 Prediction and un-sampled point result comparison

### 2.4 蒙特卡洛模拟

文中抽取 3 参数组合样本点 100 万,通过超拉丁方抽样法获取样本点,样本点绘图如图 15~图 18 所示,柱状图为概率密度,黑线为累计概率密度。



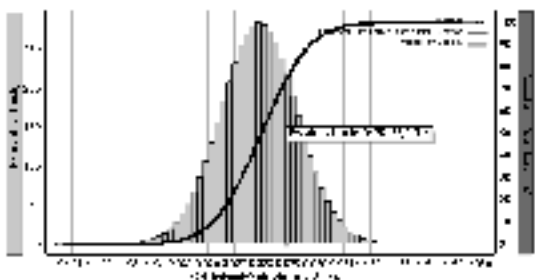


图 15 过盈量抽样累计概率密度分布

Fig.15 Accumulate probability of interference fit

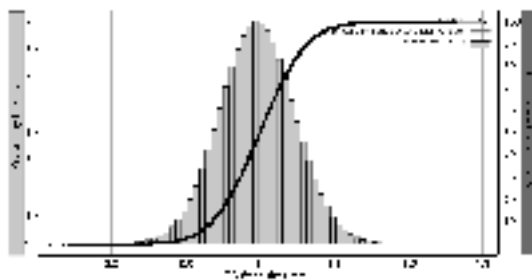


图 16 腹板偏差抽样累计概率密度分布

Fig.16 Accumulate probability of plate tolerance

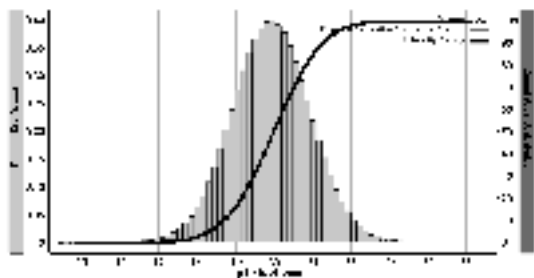


图 17 圆角 R1 抽样累计概率密度分布

Fig.17 Accumulate probability of rounding R1

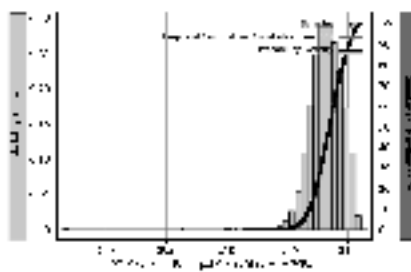


图 18 特征量 S1 累计概率密度分布

Fig.18 Accumulate probability of response S1

### 2.5 可靠度评估

在 GL 和 IEC 认证规范<sup>[11-12]</sup>中,考虑了材料强度安全系数、载荷安全系数以及其他安全系数,因此安全系数较高。如下计算都是已经考虑了这些折现系数之后的结果。

在不考虑不确定性参数时,计算

$$S1 = 210 \text{ MPa}, \text{SRF} = 230 \text{ MPa} / 210 \text{ MPa} = 1.095. \tag{8}$$

考虑了不确定性参数,取可靠度 50%,即考虑不确定性参数均值影响,计算

$$S1 = 218.1 \text{ MPa}, \text{SRF} = 230 \text{ MPa} / 218 \text{ MPa} = 1.055. \tag{9}$$

表明不确定性参数影响明显,走上偏差的不确定性参数应该着重考虑。

强度分布缺乏数据,依据可靠性计算的相关文献,取变异系数 0.02,即强度分布  $N(230, 4.6)$

S1 分布:  $NN(218.4, 1.4)$ ; 强度分布  $Sa: N(230, 4.6)$ 。

依据式(7):

$$z = \frac{230 - 218}{\sqrt{1.4^2 + 4.6^2}} = 2.47, \tag{10}$$

查正态分布表可知:  $R = 99.324\%$ 。

### 3 结 论

1) 不确定性参数对行星架强度的影响比较明显,应着重考虑不确定性参数均值影响,显著性参数过盈量和前后腹板偏差对清根处强度影响明显;

2) 在已考虑认证规范安全系数后,行星架可靠度仍可达 99.324%,表明行星架静强度可靠度很高,因此可靠度分析能够比较全面直观地反映行星架的安全裕度;

3) 响应面法是不确定性参数分析的有效方法,而蒙特卡洛模拟是随机参数研究的有效手段,在文中研究基础上,后续可进行高精度响应面法研究以及参数优化。

## 参考文献:

- [1] 张庆伟,张博,王建宏,等.风力发电机齿轮传动系统的动态优化设计[J].重庆大学学报,2010,33(3):30-35.  
ZHANG Qingwei, ZHANG Bo, WANG Jianhong, et al. Dynamic optimization design of gear transmission system for wind turbine[J]. Journal of Chongqing University, 2010, 33(3): 30-35.(in Chinese)
- [2] 李国云,秦大同.风力发电机齿轮箱加速疲劳试验技术分析[J].重庆大学学报(自然科学版),2009,32(11):1252-1256.  
LI Guoyun, QIN Datong. Analysis of accelerated fatigue test technology for wind turbines gearbox[J]. Journal of Chongqing University(natural science edition), 2009, 32(11): 1252-1256.(in Chinese)
- [3] 郭勤涛,张令弥,费庆国.用于确定性计算仿真的响应面法及其试验设计研究[J].航空学报,2006,27(1):55-61.  
GUO Qintao, ZHANG Lingmi, FEI Qingguo. Response surface method and its experimental design for deterministic computer simulation[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2006, 27(1): 55-61.(in Chinese)
- [4] 郭勤涛,张令弥,费庆国.结构动力学有限元模型修正的发展-模型确认[J].力学进展,2006,36(1):36-42.  
GUO Qintao, ZHANG Lingmi, FEI Qingguo. From fe model updating to model validation: advances in modeling of dynamic structures[J]. Advances in Mechanics, 2006, 36(1): 36-42.(in Chinese)
- [5] 费庆国,张令弥,李爱群,等.基于统计分析技术的有限元模型修正研究[J].振动与冲击,2005,24(3):23-26.  
FEI Qingguo, ZHANG Lingmi, LI Aiqun, et al. Finite element model updating using statistics analysis[J]. Journal of Vibration and Shock, 2005, 24(3): 23-26.(in Chinese)
- [6] 郭勤涛,张令弥,费庆国.基于响应面重构技术的有限元模型修正方法[C]//全国振动理论及应用学术会议.2003-11-26,上海,2003.  
GUO Qintao, ZHANG Lingmi, FEI Qingguo. Finite element model updating based on response surface methodology[C]//The Vibration Theory and Application of Academic Meeting. November 26, 2003, Shanghai, 2003.(in Chinese)
- [7] Jones D R. A taxonomy of global optimization methods based on response surfaces[J]. Journal of Global Optimization, 2001, 21(4): 345-383.
- [8] Papadopoulos L, Garcia E. Probabilistic finite element model updating using random variable theory[J]. Aiaa Journal, 2001, 39(1): 193-195.
- [9] 李舜酩.机械疲劳与可靠性设计[M].北京:科学出版社,2006.  
LI Shunming. The fatigue and reliability design[M]. Beijing: Science Publication, 2006.(in Chinese)
- [10] The European committee for standardization of casting technology, EN-1563-2012, Founding-spheroidal graphite cast irons[B]. 2012.
- [11] Guidelines for the certification of wind turbines[M]. Hamburg: Germanischer Lloyd, 2010.
- [12] International Electrotechnical Commission, IEC 61400-1 International standard-wind turbines, Part1: design requirements [M]. Third edition, 2005.

(编辑 陈移峰)