

doi:10.11835/j.issn.1000-582X.2017.11.002

SPH 方法在溃坝数值模拟中的应用

刘维平, 张永祥

(重庆大学 航空航天学院, 重庆 400044)

摘要:光滑粒子流体动力学(SPH)方法是一种纯拉格朗日无网格方法,适用于模拟波浪破碎、高速水流、高速冲击碰撞等瞬时极大变形的问题。介绍了 SPH 方法的基本原理、核函数及离散格式的控制方程、边界处理方法等,建立了数值水槽模型,验证了模型的有效性。应用 SPH 方法模拟了二维溃坝问题,考虑了添加无孔障碍物和有孔障碍物的 2 种情形,将模拟得到的结果进行对比分析。结果表明,SPH 方法能够很好地捕捉流体自由面变形、飞溅及融合现象,在一定程度上有孔障碍物有更好的消能效果。

关键词:光滑粒子流体动力学;SPH;溃坝;障碍物;数值模拟

中图分类号:TV871

文献标志码:A

文章编号:1000-582X(2017)11-011-09

Application of SPH method to numerical simulation of dam-break

LIU Weiping, ZHANG Yongxiang

(College of Aerospace Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, P.R.China)

Abstract: Smoothed particle hydrodynamics (SPH) method is a fully Lagrangian meshless method, which is available to simulate the problems with instantaneous very large deformation, such as wave cracking, high-speed water flow, high-speed impact and collision. The basic principle, kernel function, discretization of governing equations and boundary treatment of SPH method are introduced, a numerical flume model is constructed and its validity is verified. 2D dam-break problem under two cases is simulated respectively, i.e. obstacle with and without holes, and the computational results are compared and analyzed. It is demonstrated that the SPH method can nicely capture the variation of the free surface flow, the fluid fragment and coalescence, and to some extent, the energy dissipation effect is better when the obstacle has holes.

Keywords: smoothed particle hydrodynamics; SPH; dam-break; obstacle; numerical simulation

溃坝流动是一种典型的自由表面流动,具有运动边界和复杂的大变形问题,自由表面流动模拟一直是计算流体力学领域的一大难题。19 世纪 70 年代,圣维南提出一维非恒定流基本方程组,奠定了溃坝水流问题研究的理论基础^[1];1892 年 Ritter 通过特征理论获得了著名的 Ritter 瞬间溃坝问题解^[2];Hunt B 对溃坝波的近似解和摄动解做了一系列的研究工作^[3];Abdolmaleki 等采用 FVM 法结合 VOF 格式追踪自由表面模拟了二维溃坝问题^[4]。杨小亭采用 MAC 法求解不可压缩非定常 Navier-Stokes 方程^[5],张永祥等建立基于

收稿日期:2017-06-19

基金项目:中央高校基本科研业务费(106112015CDJXY320007)。

Supported by the Fundamental Research Funds for the Central Universities(106112015CDJXY320007)。

作者简介:刘维平(1990—),男,硕士,主要研究方向为计算流体力学,(E-mail)graduatieliu@163.com。

张永祥(联系人),男,副教授,博士,(E-mail)55675851@qq.com。

CE/SE 格式的溃坝洪水波计算模型^[6],其他一些学者通过传统的网格方法(如有限差分法、有限体积法)对溃坝流动过程进行了研究^[7-8],但基于网格的方法在模拟水流飞溅、高速冲击等大变形问题时非常复杂,甚至会造成求解错误。文中采用无网格方法—光滑粒子流体动力学(SPH)法研究二维溃坝问题。

1 SPH 基本原理

SPH(smoothed particle hydrodynamics)是一种无网格粒子法,由 Lucy & Gingold & Monaghan 于 1977 年提出,最先用于天体物理现象的模拟,现已被广泛地应用于连续固体力学和流体力学中。SPH 法是一种纯拉格朗日无网格法,相对于传统的基于网格的数值方法它具备一些独特的优点,如 SPH 法的自适应性、问题域用粒子表示和将粒子作为场变量近似的框架。由于 SPH 法自适应性,公式的构造不受粒子随意分布的影响,因此,能够解决一些水下爆炸、波浪破碎、高速水流、高速冲击碰撞等极大变形的问题,SPH 法日益成熟并且在诸多领域快速发展^[9]。

SPH 方程的构造分 2 个关键步骤,第一步为积分表示法,又称核近似法;第二步为粒子近似法。核近似法是对任意函数和光滑函数进行逐步积分。函数积分表达式再通过最近相邻粒子的值进行累加求和近似。在 SPH 方法中,函数积分表达式定义为

$$f(x) = \int_{\Omega} f(x')W(x-x',h)dx', \quad (1)$$

式中: Ω 为整个求解域; f 为三维坐标向量 x 的函数; $W(x-x',h)$ 为核函数; $|x-x'|$ 为粒子间距; h 为光滑长度。任意一点 i 的函数值都可以表示为 SPH 的离散形式:

$$f(x_i) = \sum_{j=1}^N m_j \frac{f_j}{\rho_j} W(|x_i - x_j|, h), \quad (2)$$

式中: N 为支持域内相邻粒子数; m_j 为粒子 j 的质量; ρ_j 为粒子 j 的密度。 $|x_i - x_j|$ 为粒子 i 和粒子 j 的间距, h 为光滑长度。

2 溃坝流体 SPH 数值方法

2.1 用 SPH 法解 Navier-Stokes 方程组

拉格朗日描述下的流体控制方程为^[10-12]

$$\text{连续方程:} \quad \frac{d\rho}{dt} = -\rho \nabla \cdot v, \quad (3)$$

$$\text{动量方程:} \quad \frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + g + \Theta, \quad (4)$$

$$\Theta = \nu_0 \nabla^2 v + \frac{1}{\rho} \nabla \tau, \quad (5)$$

式中: P 为粒子压力; ρ 为流体粒子密度; t 为时间; g 为重力加速度; v 为粒子运动速度; Θ 为紊动项; ν_0 为水的运动粘性系数; τ 为应力张量。

模拟流体动力学问题时,须对算法进行一些特别的处理,避免求解域内产生非物理振荡,研究可知,加上人工粘度可减少非物理振荡且防止粒子接近时的非物理穿透。文中采用 Monaghan(1989)提出的公式,具体表达式为^[13]

$$\Pi_{ij} = \begin{cases} \frac{-\alpha_{\Pi} \bar{c}_{ij} \varphi_{ij} + \beta_{\Pi} \varphi_{ij}^2}{\bar{\rho}_{ij}}, & v_{ij} \cdot x_{ij} < 0; \\ 0, & v_{ij} \cdot x_{ij} \geq 0. \end{cases} \quad (6)$$

式中: $\bar{c}_{ij} = \frac{1}{2}(c_i + c_j)$, $\varphi_{ij} = \frac{h_{ij} v_{ij} \cdot x_{ij}}{|x_{ij}|^2 + \varphi^2}$, $v_{ij} = v_i - v_j$, $\bar{\rho}_{ij} = \frac{1}{2}(\rho_i + \rho_j)$, $h_{ij} = \frac{1}{2}(h_i + h_j)$, $x_{ij} = x_i - x_j$ 。

在以上方程中 α_{Π} 和 β_{Π} 为标准常数,一般取值在 1.0 左右, c 为声速, v_{ij} 为粒子 i 对粒子 j 的相对速度, x_{ij} 为粒子 i 对粒子 j 的相对位移, h_{ij} 为粒子 i 和粒子 j 光滑长度之和的平均值, 因子 $\varphi=0.1h_{ij}$ 可以避免粒子靠近时产生的数值发散。式中与 α_{Π} 相关的项可得到体积粘度, 与 β_{Π} 相关的项可以避免在高马赫数时发生粒子间的穿透。

根据式(2)得出控制方程的 SPH 离散格式为

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \rho_i \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i}, \quad (7)$$

$$\frac{dv_i}{dt} = - \sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2} + \Pi_{ij} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i} + g, \quad (8)$$

式中: v_{ij} 为粒子 i 对粒子 j 的相对速度; Π 为人工粘性项; p 为粒子压力。

2.2 选取光滑核函数

光滑函数具有紧支性、归一性、对称性及光滑性等。目前,常用的核函数有 Gaussian 型、三次样条核函数、四次样条核函数及五次样条核函数等。文中选用 Quintic 核函数进行模拟^[14-15]。

$$W(x-x',h) = \alpha_D \left(1 - \frac{q}{2}\right)^4 (2q+1), 0 \leq q \leq 2, \quad (9)$$

$$q = \left| \frac{x-x'}{h} \right|, \quad (10)$$

式中, α_D 为归一化常数, 二维问题 $\alpha_D = 7/(4\pi h^2)$ 。

2.3 边界处理方法

SPH 数值模拟中,在固定边界上分布 1 组虚粒子,这些虚粒子对邻近边界的粒子中心作用强排斥力,排斥力只在近距离上起作用,从而阻止邻近边界的粒子非物理穿透边界^[16]。固壁粒子参与控制方程的计算,壁面采用滑移边界,但设置位移为 0,即在模拟中位置固定。

2.4 状态方程

在求解可压缩流体问题的 SPH 方法中,粒子的运动由压力梯度产生,而粒子的压力是由状态方程中粒子自身的密度和内能计算得到。理论上不可压缩流体事实上是可压缩的,因此,需要引入人工压缩率,目的是求解压力对时间的导数^[17]。文中采用水的状态方程模拟溃坝问题:

$$P = B \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\gamma} - 1 \right], \quad (11)$$

$$B = \frac{\rho_0 c^2}{\gamma}, \quad (12)$$

式中: P 为粒子压力; γ 为常数,一般情况下取 $\gamma=7$; ρ_0 为参照密度; B 用于限制密度的最大改变量,一般作为初始压力。 C 为人工音速, $c = \sqrt{200gH}$, H 为水面高度,粒子的位移变化:

$$\frac{dx}{dt} = v. \quad (13)$$

方程(7)(8)(11)(13)组成 SPH 离散化的 N-S 方程组,加入定解条件得到完整的迭代方程组。

2.5 数值解法

先由连续方程计算得到粒子密度变化,捕捉自由表面粒子且对表面粒子进行密度校正,再由状态方程计算粒子的压力,同时,计算得到外力引起的加速度,最后,通过动量方程计算粒子的总加速度。采用迭代方法对粒子的密度、位置、速度进行更新。文中采用关联列表搜索技术搜索最近相邻粒子。

离散的 SPH 方程组对时间的积分一般采用显式格式,如标准蛙跳(Leapfrog)法、四阶 Runge-Kutta 法、Verlet 差分格式及中心差分法等。文中采用 Beeman 预测-校正法。时间步长 Δt 应满足 CFL 条件以保证解的收敛。

3 算例模拟

3.1 模型有效性验证

为验证 SPH 法模拟溃坝这种自由表面流体大变形问题的有效性,通过建立上下游不同水深的水槽模型,将模拟计算结果和理论解进行对比^[18-19]。

如图 1 所示,模型为单宽矩形槽,长 40 m,距左侧 5 m 处设一闸门,上游初始水位为 10 m,下游初始水位为 5 m,水体密度为 $1\ 000\ \text{kg}/\text{m}^3$ 。水体在初始时刻处于静力平衡状态,通过迅速提升闸门来模拟溃坝问题。

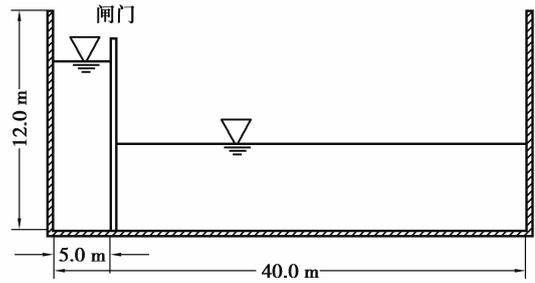


图 1 上下游不同水深模型布置

Fig.1 Model layout of different water depth

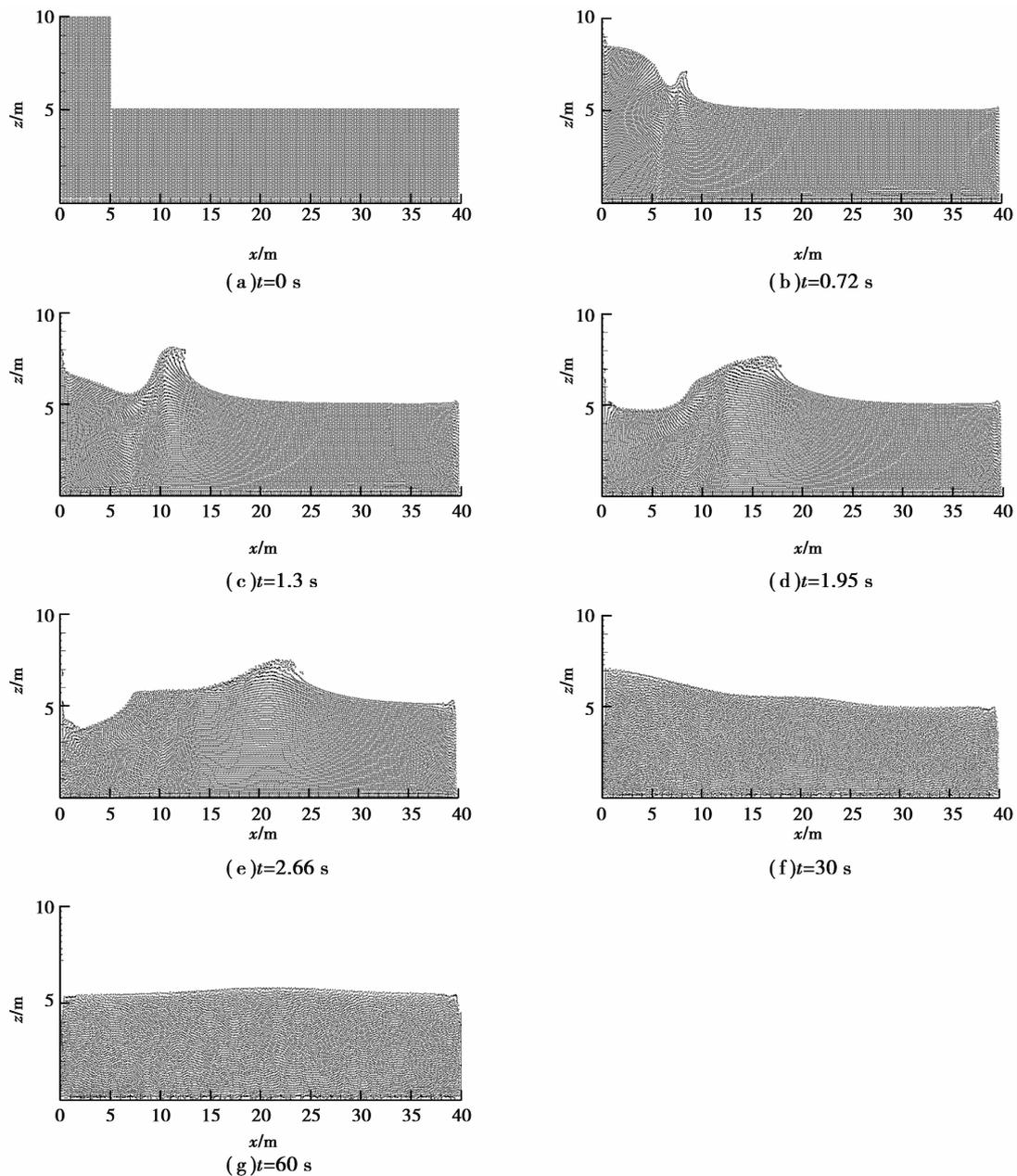


图 2 溃坝过程中不同时刻水体流态

Fig.2 Water form of dam-break at different time

坝址下游有水的情况下,Stoker 推导得到了理论解,考虑的初始条件为:矩形河道、平底、无阻力、下游有水、瞬间全溃、溃坝前上下游为静水。如图 3 所示,将 $t=30\text{ s}, 60\text{ s}$ 时液面高度的数值解和 Stoker 理论解进行对比,从图 3 中可见,数值解和理论解吻合较好,误差在允许的范围,表明建立的溃坝数值模型是有效的。导致误差的主要原因为,理论解假定了河底和边界无摩擦力及 SPH 方法数值计算精度受核函数形式、边界条件处理、时间步长选择等因素的影响。

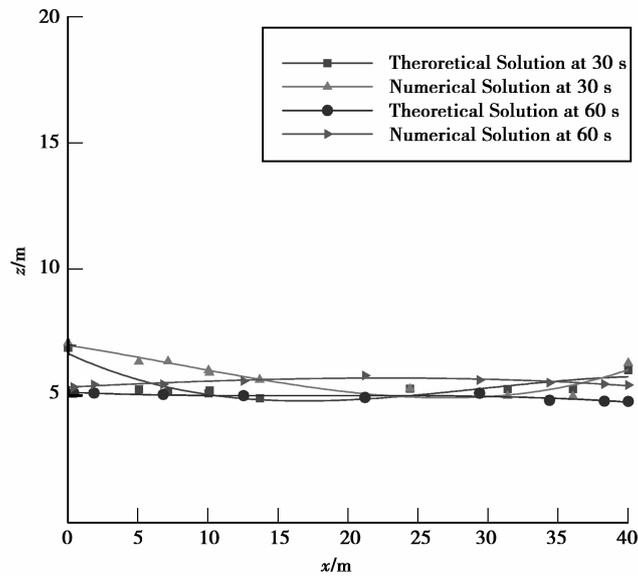


图 3 $t=30\text{ s}, 60\text{ s}$ 液面高度的数值解和理论解对比

Fig.3 Liquid level height of theoretical solution and numerical solution at 30 s,60 s

3.2 2 种消能坎的溃坝流动模拟

参考 Martin 等的水槽模型,在距水槽左侧位置 $x=0.6\text{ m}$ 处布置矩形障碍物,分别模拟了无孔障碍物和有孔障碍物 2 种情形下的自由表面流动现象。通过比较 2 种模型中水流撞击障碍物及右壁时的水位爬高和水流压强,分析比较 2 种障碍物的消能效果。

如图 4~图 5 所示,水槽模型为单宽矩形槽,长 1.2 m,距左侧 0.4 m 处设一闸门,上游初始水位为 0.5 m,水体密度为 $1\ 000\text{ kg/m}^3$ 。水体在初始时刻处于静力平衡状态,通过迅速提升闸门来模拟水柱溃坝时的情形。距左侧位置 $x=0.6\text{ m}$ 处布置障碍物,高 0.2 m。

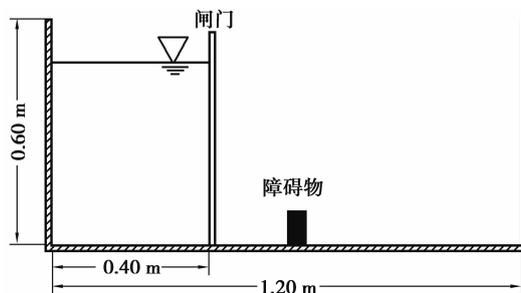


图 4 无孔障碍物模型布置

Fig.4 Model layout of obstacle without hole

对整个计算域离散化,初始粒子布置分别如图 6 和图 7 所示,时间步长 Δt 根据 CFL 条件给出。粒子初始压力由静水压力给出。数值模拟计算的模型参数如表 1 所示。

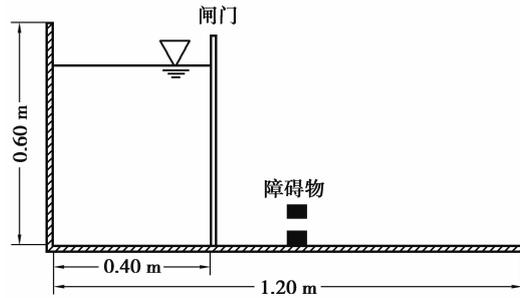


图 5 有孔障碍物模型布置

Fig.5 Model layout of obstacle has hole

表 1 模型粒子数及光滑长度

Table 1 Number of particles and smoothing length

模型	粒子总数	液体粒子数	固壁粒子数	光滑长度/m	粒子初始间距/m
a	5 589	4 770	819	0.007	0.005
b	5 637	4 770	867	0.007	0.005

注:a 为无孔障碍物模型,b 为有孔隙障碍物模型。

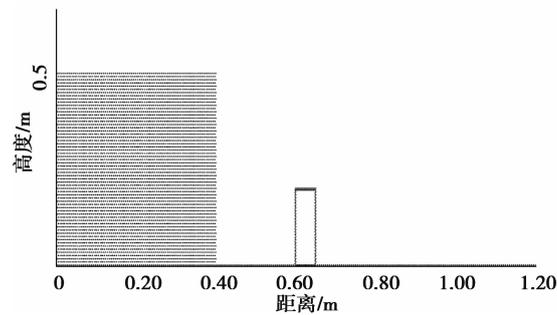


图 6 无孔障碍物模型初始粒子布置

Fig.6 The initial particle layout of model has obstacle without hole

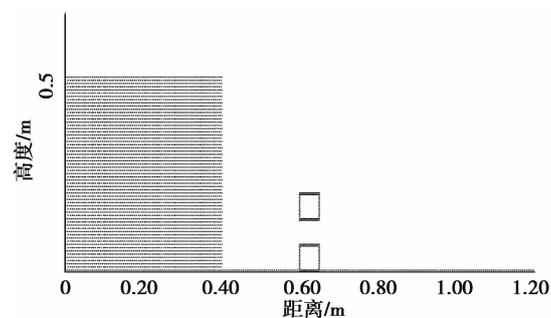


图 7 有孔障碍物模型初始粒子布置

Fig.7 The initial particle layout of model has hole obstacle

图 8 显示数值模拟计算后溃坝在几个时刻中粒子分布情况的对比,从图中可以看出,溃坝后水位下降,水体向右高速运动,水体在翻越障碍物前有序流动。

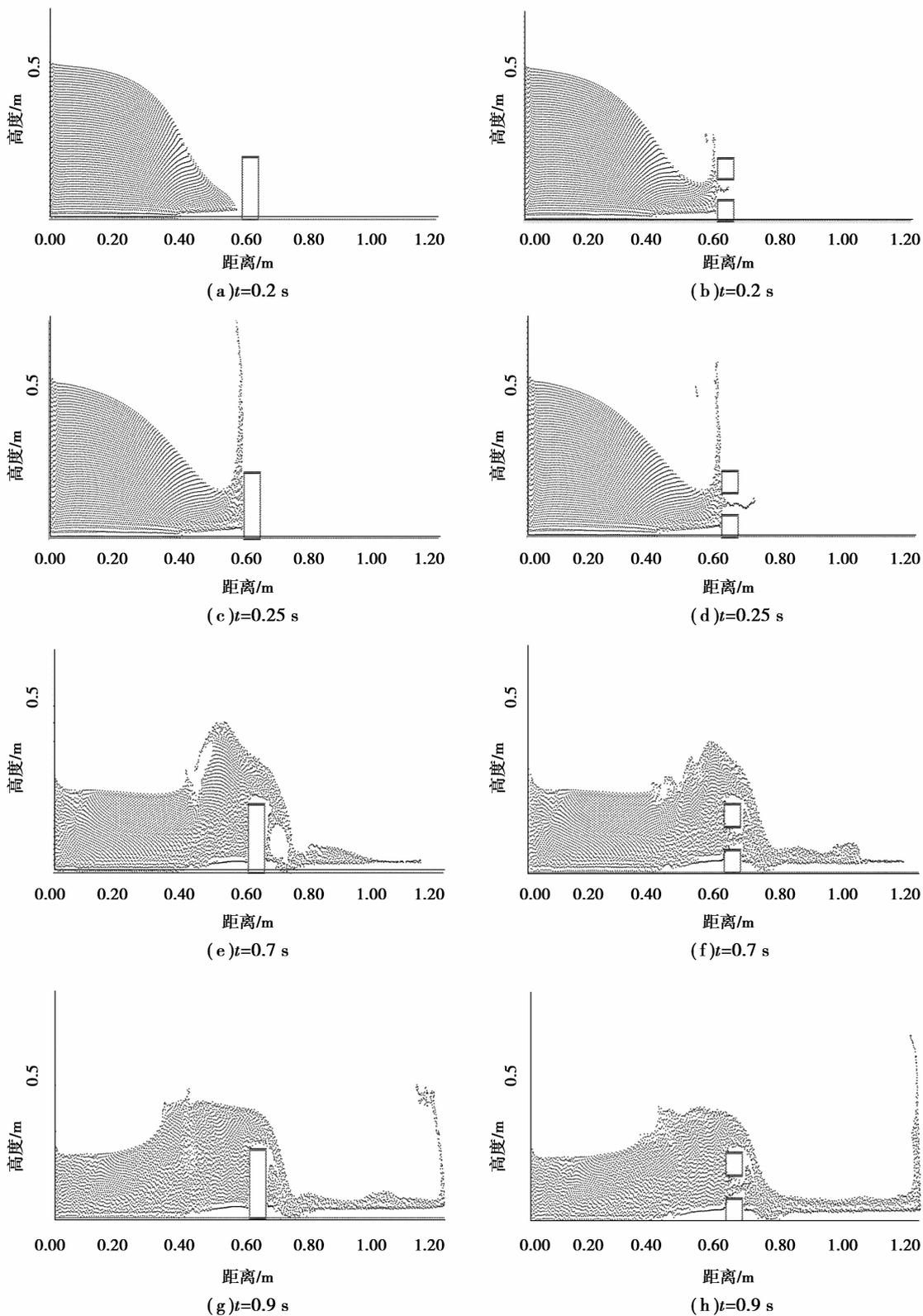


图 8 2 种模型在相同时刻自由液面变化对比

Fig.8 The comparison of free surface flow variation in the two different models at the same time

在 $t=0.25\text{ s}$ 时,水体撞击障碍物后向上飞溅,从图中可以看出水体撞击有孔隙障碍物时的飞溅高度要低于撞击无孔障碍物时的高度;之后在重力的作用下快速跌落翻卷,在 $t=0.7\text{ s}$ 时水体下落撞击底部后,无孔障碍物的右边有封闭的气穴,而有孔障碍物右边没有;在 $t=0.9\text{ s}$ 时,水体撞击右壁面后水位迅速爬高。

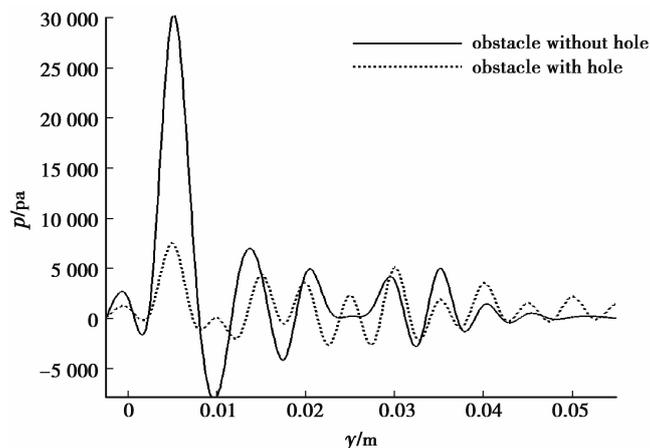


图 9 0.9 s 水体撞击右壁面的压强对比

Fig.9 The comparison of pressure when water hit the right wall at 0.9 s

为了比较无孔障碍物和有孔障碍物的在溃坝后的消能效果,如图 9 所示,文中计算了水体在撞击右壁面的压强对比,从图中可看出在有孔障碍物的阻碍下,水体撞击右壁面时的压强要小于无孔障碍物时的情形,所以在一定范围内,有孔障碍物有更好的消能效果。

4 结 论

根据 SPH 方法的基本原理建立了溃坝数值模型,通过将数值解和 Stoker 理论解进行对比分析,验证了模型的有效性,模拟中采用预测-校正法求解弱可压缩流体方程组,较好地模拟了溃坝水体自由面变形、飞溅、融合等复杂自由表面现象。对障碍物有孔和无孔 2 种情形进行模拟,通过计算及对比分析,表明有孔障碍物在一定程度下有更好的消能效果。

参考文献:

- [1] 王船海,李光炽.实用河网水流计算[M].南京:河海大学出版社,2003.
WANG Chuanhai, LI Guangzhi. Practical river flow calculation[M]. Nanjing: Hohai University Press, 2003.(in Chinese)
- [2] 李炜.水力计算手册[M].北京:中国水利水电出版社,2006.
LI Wei. Hydraulic calculation manual[M]. Beijing: China Hydropower Press, 2006.(in Chinese)
- [3] 王立辉,胡四一.溃坝问题研究综述[J].水利水电科技进展,2007,27(1):80-85.
WANG Lihui, HU Siyi. Research overview of dam-break [J]. Progress in Mater Conservancy and Hydropower Technology, 2007,27(1):80-85.(in Chinese)
- [4] Huang S X, Chen X, Lu C J. Modeling of dynamic extrusion swelling using cross model[C].Shanghai: Proceedings of the Fifth International Conference on Fluid Mechanics, 2007.
- [5] 杨小亭.二维溃坝洪水波 MAC 方法数值模拟[J].武汉水利电力大学学报,1997,30(2):54-58.
YANG Xiaoting.MAC method for numerical simulation of two dimensional dam break flood wave[J].Journal of Wuhan University of Hydraulic and Electric engineering,1997,30(2):54-58.(in Chinese)
- [6] 张永祥,陈景秋.用守恒元和解元法数值模拟二维溃坝洪水波[J].水利学报,2005,36(10):1 224-1 229.
ZHANG Yongxiang, CHEN Jingqiu. The conservation of element and share-win method for numerical simulation of two-dimensional dam bursting flood wave[J].Journal of Water Conservancy,2005,36(10):1 224-1 229.(in Chinese)
- [7] 周可发.溃坝生命损失分析方法研究[D].南京:南京水利科学研究院,2006.
ZHOU Kefa.The research of Dam life loss analysis method [D]. Nanjing,Nanjing Water Conservancy Science Research Institute,2006.(in Chinese)
- [8] 李雷,周可发.大坝溃决导致生命损失估算方法研究现状[J].水利水电科技进展,2006,26(2):76-80.

- LI Lei,ZHOU Kefa.The research status of dam breach caused loss of life estimation method[J].Water Conservancy and Hydropower Science and Technology Progress,2006,26(2):76-80.(in Chinese)
- [9] 李洋,周孝德,李红英.溃坝洪水数值模拟[J].东北水利水电,2006,24(12):1-4.
LI Yang,ZHOU Xiaode,LI Hongying.Dam flood numerical simulation [J].Northeast of Water Resources and Hydropower,2006,24(12):1-44.(in Chinese)
- [10] 缪吉伦,黄成林,张晓明.溃坝流动无网格 SPH 法模拟研究[J].中国农村水利水电,2012,22(1):134-137.
MIAO Jilun,HUANG Chenglin,ZHANG Xiaoming.R-esearch on dambreak flow simulation by messfree SPH method[J].China Rural Water Conservancy and Hydropower,2012,22(1):134-137.(in Chinese)
- [11] 刘梅娥,周进雄.不可压流体自由表面流动的 SPH 数值模拟[J].机械工程学报,2004,40(3):5-9.
LIU Meie,ZHOU Jinxiong.SPH numerical simulation for the free surface flow of incompressible fluid[J].Journal of Mechanical Engineering,2004,40(3):5-9.(in Chinese)
- [12] 杨志国,黄兴,郑兴,等.GPU 在 SPH 方法模拟溃坝问题的应用研究[J].哈尔滨工程学报,2014,35(6):661-666.
YANG Zhiguo,HUANG Xing,ZHEN Xing,et al.The application of research of GPU in simulated dambreak problem with SPH method[J].Journal of Harbin Engineering,2014,35(6):661-666.(in Chinese)
- [13] Lee B H,Park J C,Kim M H,et al.Numerical simulation of Impact loads using a particle method[J].Ocean Engineering,2010,37(2/3):164-173.
- [14] Ji ax,P H S J,Jiang S B. GPU-based fast Monte Carlo calculation for proton therapy[J].Physics in Medicine and Biology,2012,57(23):7783-7797.
- [15] Dalrymple R A,Knio O.SPH modelling of water[C].P-roceedings of the Fourth Conference on Coastal Dynamics,Lund Sweden,ASCE,2001:779-787.
- [16] Roubustsova V,Kahavira R. The SPH technique applied to free surfaceflow. Computers&Fluids. flow [J]. Computers&Fluids,2006,35(10):1359-1371.
- [17] Chanson H.Application of the method of characteristics to the dam break wave problem[J].J Hydraul Res,2009(47):41-49.
- [18] Wu W M,Wang S S Y.One-dimensional modeling of dambre-ak folw over movable beds[J].J Hydraul Eng,2007,133(1):48-58.
- [19] Liu M B,Liu G R,Lam K Y. Numerical simulation of inco-mpressible flows by SPH[C]. International Conference on scienti-fic&Engineering Computing,Beijing. [s.n.]. 2001,mtthod[J].Journal of Harbin engineering,2014,35(6):661-666.

(编辑 陈移峰)