

doi:10.11835/j.issn.1000-582X.2018.01.004

# 考虑弯剪相关性的钢筋混凝土受弯构件承载力计算

张望喜<sup>a,b</sup>, 刘精巾<sup>a</sup>, 陈宝<sup>a</sup>, 邓曦<sup>a</sup>

(湖南大学 a. 土木工程学院; b. 工程结构损伤诊断湖南省重点实验室, 长沙 410012)

**摘要:**钢筋混凝土受弯构件中, 弯剪承载力存在相关性。中国规范 GBJ10—89, GB50010, JTJ023—85 和 JTJG D62—2004, 以及美国规范 ACI318 基本沿用了相同的思路, 未充分考虑弯剪相关性, 受弯构件纵筋和箍筋用量分别按正截面承载力和斜截面承载力单独计算确定, 仅通过剪跨比分析了在集中荷载作用下的独立梁的弯矩对抗剪承载力的影响。在分析 GB50010 和 ACI318 的强度准则中隐含应力层次的弯剪相关性和承载力公式中剪跨比影响的基础上, 提出了考虑弯剪相关性的弯剪承载力修正公式。通过典型算例, 分析了不同参数下修正公式与规范公式的设计配筋量, 比较了抗弯和抗剪可靠指标的变化, 并基于 GB50068—2001 的目标可靠指标要求, 探讨了考虑弯剪相关性的必要性。

**关键词:** RC 受弯构件; 相关性; 修正公式; 可靠指标; 安全性

**中图分类号:** TU375

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1000-582X(2018)01-030-12

## Calculation of bearing capacity of reinforced concrete bending members considering correlation between bending and shearing

ZHANG Wangxi<sup>a,b</sup>, LIU Jingjin<sup>a</sup>, CHEN Bao<sup>a</sup>, DENG Xi<sup>a</sup>

(a. Civil Engineering College; b. Hunan Provincial Key Lab on Diagnosis for Engineering Structures, Hunan University, Changsha 410012, P.R.China)

**Abstract:** There is correlation between flexural capacity and shearing capacity in RC (reinforced concrete) bending members. Chinese code GBJ10-89, GB50010, JTJ023-85 and JTJG D62-2004, as well as American code ACI318 basically follow the same guidelines. They do not consider the bearing capacity correlation between bending and shearing sufficiently. The amount of longitudinal reinforcement and stirrup of a RC bending member is respectively calculated according to its normal section bearing capacity and oblique section bearing capacity. Only for independent beams under concentrated load, the influence of bending moment on shearing bearing capacity are considered through the shear-span ratio. Based on the analysis of the implicit correlation of bending and shearing from GB50010 and ACI318 strength criteria in stress level, and the effect of shear-span ratio in bearing capacity code formula, a modified formula considering the correlation of bending and shearing is put forward. By introducing several typical examples, the amount of reinforcement with different parameters is calculated with the modified formula and the code formula, respectively, and the reliability indexes of the two formulas are compared. Moreover, according to the

**收稿日期:** 2017-08-18

**基金项目:** 国家重点研发计划专项资助项目(2016YFC0701400); 国家自然科学基金资助项目(51578228)。

Supported by National Key Research and Development Program of China (2016YFC0701400) and National Natural Science Foundation of China(51578228).

**作者简介:** 张望喜(1971—), 男, 副教授, 博士, 主要从事混凝土结构理论研究, (E-mail) wxizhang2000@163.com。

target reliability index requirements of Chinese code GB50068-2001, the necessity of considering the correlation of bending and shearing in RC bending member is discussed.

**Keywords:** reinforced concrete bending member; correlation; modified formula; reliability index; safety

近年来,复杂受力状态下钢筋混凝土(RC, reinforced concrete)承载性能的研究从未停止,受弯构件弯剪承载力相关性研究也获得了一些可喜的成果。康谷贻等<sup>[1]</sup>对比了弯剪扭共同作用下 RC 构件不同破坏模式下极限强度的计算方法和试验结果,分析和讨论了相关关系。秦卫红等<sup>[2]</sup>和赵嘉康等<sup>[3]</sup>根据试验,基于空间桁架理论,建立了强度相关公式,提出了抗扭承载力实用计算公式。喻丕用等<sup>[4]</sup>根据高强混凝土构件斜截面试验,研究了斜截面破坏特征和规律。黄靓等<sup>[5-8]</sup>认为按现行规范设计的 RC 梁的可靠度不能满足规范目标要求,给出了考虑弯剪相关性的承载能力计算公式和计算方法。复杂受力情况下混凝土承载性能的研究成果也涉及受扭等其他情形<sup>[9-15]</sup>。

中国规范 GBJ10—89、GB50010—2002、GB50010—2010、JTJ023—85 和 JTGD62—2004,以及美国规范 ACI318 基本沿用了相同的思路,充分考虑弯剪相关性,正截面抗弯和斜截面抗剪分别单独设计配筋。GB50010 和 ACI318 在受剪承载力计算公式的混凝土贡献部分中分别考虑了剪跨比和弯剪比的影响。研究了弯剪相关性对整个构件配筋的影响与规范体系中不考虑剪弯相关性对整个构件配筋的影响,两者之间存在差距,这种差距对 RC 受弯构件安全性会造成多大的影响或后果,是文中力图澄清与探讨的主要内容。

### 1 弯剪相关性的研究成果

RC 受弯构件弯剪承载力<sup>[1-4,16]</sup>为

$$M_u/M_{u0} + (V_u/V_{u0})^2 = 1, \tag{1}$$

也有建议采用以下相关公式<sup>[5-6]</sup>:

$$(M_u/M_{u0})^2 + (V_u/V_{u0})^2 = 1, \tag{2}$$

式中: $M_u, V_u$  分别为复杂受力下构件正截面抗弯和斜截面受剪切承载力; $M_{u0}, V_{u0}$  分别为构件纯弯状态下正截面抗弯和不考虑弯矩影响的斜截面受剪切承载力。

整理已有的试验数据<sup>[17-21]</sup>,弯矩和剪切承载力实测值分布见图 1,对应破坏形态为弯剪共同作用下斜截面破坏(剪力较大弯矩较小,或弯矩和剪力均较大时)、正截面破坏(剪力较小弯矩较大时)。

### 2 规范中的弯剪相关性

#### 2.1 规范强度准则隐含的弯剪应力相关性

“GB50010—2010 附录 C 钢筋、混凝土本构关系与混凝土多轴强度准则公式(C.4.2)”中,混凝土在二轴拉压应力作用下强度包络曲线方程为

$$f_2 / |f_{c,r}| - f_1 / |f_{t,r}| = 1, (f_1 < 0, f_2 > 0), \tag{3}$$

$$f_1 / |f_{c,r}| - f_2 / |f_{t,r}| = 1, (f_1 > 0, f_2 < 0), \tag{4}$$

式中: $f_i$  为混凝土多轴应力,受拉为负,受压为正; $f_{t,r}$  为混凝土单轴抗拉强度代表值; $f_{c,r}$  为混凝土单轴抗压强度代表值。

平面微元体在剪应力 $\tau$ 和正压应力 $\sigma$ 作用下,对应正应力为

$$f_1 = \sigma/2 + \sqrt{(\sigma/2)^2 + \tau^2} > 0, \tag{5}$$

$$f_2 = \sigma/2 - \sqrt{(\sigma/2)^2 + \tau^2} < 0, \tag{6}$$

代入强度包络曲线方程中,有

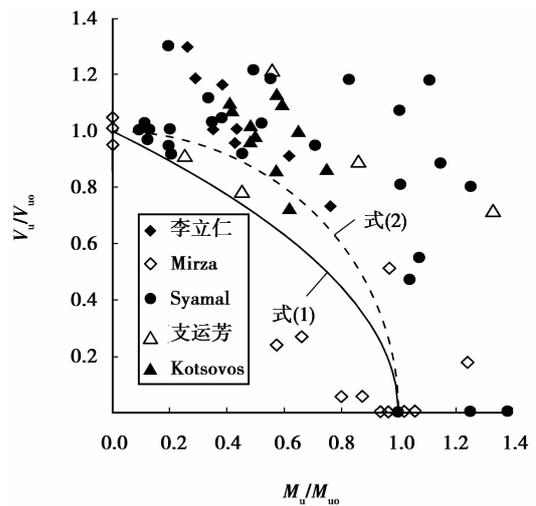


图 1 实测数据与建议的弯剪相关性曲线  
Fig.1 Measured data and suggested curve of the bending-shearing correlation

$$\frac{\sigma/2 + \sqrt{(\sigma/2)^2 + \tau^2}}{|f_{c,r}|} - \frac{\sigma/2 - \sqrt{(\sigma/2)^2 + \tau^2}}{|f_{t,r}|} = 1, \quad (7)$$

记  $k = |f_{c,r}|/|f_{t,r}|$ , 式(7)变为

$$\frac{1-k}{2k} \frac{\sigma}{|f_{t,r}|} + \frac{1+k}{k} \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2|f_{t,r}|}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{|f_{t,r}|}\right)^2} = 1. \quad (8)$$

图 2 为中国规范 GB50010—2010 各强度等级混凝土对应的正应力与剪应力相关曲线。

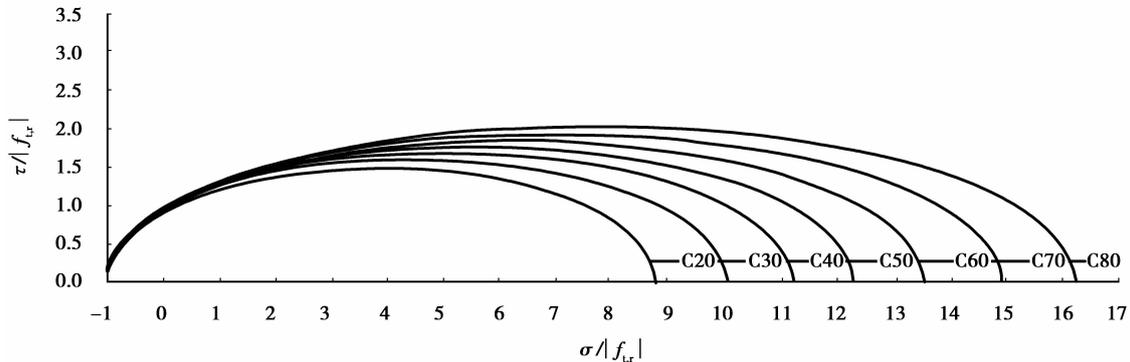


图 2 GB50010—2010 中隐含的正应力与剪应力相关曲线

Fig.2 Implicit correlation curve of normal-shear stress from GB50010—2010

欧洲规范 EN1992-1-1:2004 采用简单双轴应力状态, 记混凝土抗拉强度为  $f_{ct}$ , 从摩尔圆得出

$$\tau = \sqrt{f_{ct}^2 + \sigma f_{ct}}. \quad (9)$$

随着应力  $\sigma$  的增大, 式(9)过高估计了混凝土的抗剪强度, 记混凝土抗压强度为  $f_c$ , 设置以下界限

$$\sigma_{c,lim} = f_c - 2\sqrt{f_{ct}(f_{ct} + f_c)}, \quad (10)$$

当应力  $\sigma$  超过上述界限时为

$$\tau = \sqrt{f_{ct}^2 + \sigma f_{ct} - (\sigma - \sigma_{c,lim})^2/4}. \quad (11)$$

图 3 为欧洲规范 EN1992-1-1:2004 各强度等级混凝土对应的正应力与剪应力相关曲线。

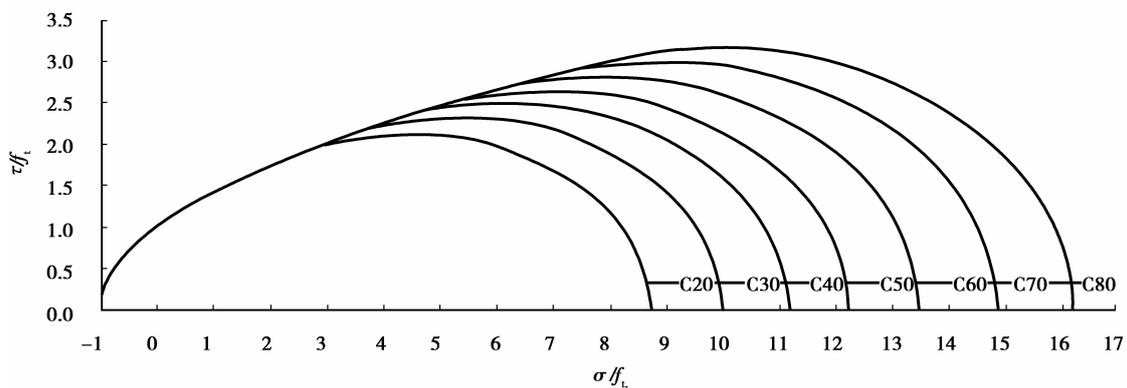


图 3 EN1992-1-1:2004 中包括的正应力与剪应力相关曲线

Fig.3 Implicit correlation curve of normal-shear stress from EN1992-1-1:2004

## 2.2 规范强度准则隐含的弯剪承载力相关性

为不失一般性, 研究单筋矩形截面受弯构件的弯剪承载力。图 4 矩形截面构件承受纯弯荷载时, GB50010—2010 受弯计算公式为

$$\begin{cases} f_y A_s = \alpha_1 f_c b x, \\ M = f_y A_s (h_0 - x/2). \end{cases} \quad (12)$$

梁端隔离体与剪力  $V$  平衡的力包括: 剪压区混凝土切应力合力  $V_c$ ; 开裂面骨料咬合力  $V_a$ ; 纵向钢筋的销栓力  $V_d$ ; 箍筋拉力  $V_{sv}$  (图 5)。与弯矩  $M$  平衡的内力矩包括: 纵向钢筋拉力  $T$ ; 剪压区混凝土合压力  $C$ ; 箍筋拉力  $V_{sv}$ 。

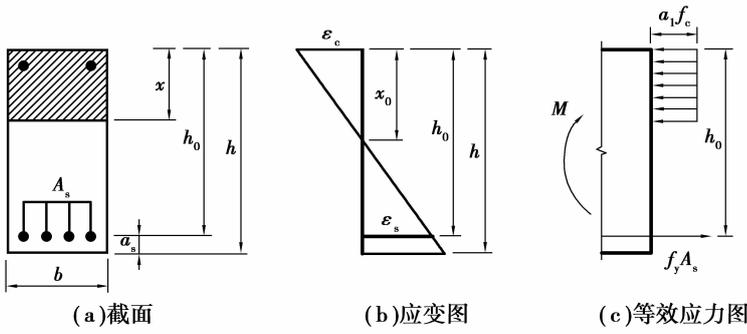


图 4 典型的单筋矩形截面图

Fig.4 Classic rectangular section with single reinforcement

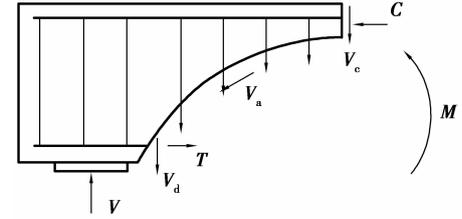


图 5 受弯梁端隔离体受力情况<sup>[10]</sup>

Fig.5 Load situation of beam end isolator<sup>[10]</sup>

不计纵筋的销栓作用,根据剪力平衡,有

$$V = V_c + f_{yv}A_{sv}h_0/s, \tag{13}$$

根据弯矩平衡,近似有

$$M = T \cdot (h_0 - x/2) = f_yA_s(h_0 - x/2). \tag{14}$$

假定斜截面破坏时,混凝土受压区的高度  $x$  范围内,正应力  $\sigma$  及剪应力  $\tau$  近似为均匀分布,则有

$$V = \tau bx + f_{yv}A_{sv}h_0/s, \tag{15}$$

$$f_yA_s = \sigma bx, \tag{16}$$

$$x = 2[h_0 - M/(f_yA_s)], \tag{17}$$

则有

$$\tau = \frac{V - f_{yv}A_{sv} \frac{h_0}{s}}{bx}, \sigma = \frac{f_yA_s}{bx}. \tag{18}$$

将式(18)代入弯剪应力强度相关式(9)中,并将  $M, V$  换成  $M_u, V_u$ , 则有

$$\left(V_u - f_{yv}A_{sv} \frac{h_0}{s}\right)^2 + \left(\frac{f_yA_s}{2}\right)^2 = \left(\frac{k}{k+1}\right)^2 \left[2bf_t \left(h_0 - \frac{M_u}{f_yA_s}\right) + \frac{k-1}{2k}f_yA_s\right]^2, \tag{19}$$

式中:当  $V_u > V_{u0}$  时,取  $V_u = V_{u0}$ ;当  $M_u > M_{u0}$  时,取  $M_u = M_{u0}$ 。

式(19)对应的相关式与构件截面尺寸、纵筋和箍筋强度、配筋量、配箍量、混凝土强度等有关。图 6 为一典型单筋截面对应的弯剪相关曲线,参数:截面  $b \times h = 200 \text{ mm} \times 600 \text{ mm}$ ,HRB400 级四肢箍  $\Phi 8 @ 200$ ,HRB400 级纵筋 4  $\Phi 20$ ,纵筋截面重心至受拉边缘的距离  $a_s = 35 \text{ mm}$ ,混凝土强度:C20~C80。可以看出,对于该典型截面,当  $V_u/V_{u0} < 0.82$  时, $M_u/M_{u0} = 1.0$ ;当  $M_u/M_{u0} < 0.52$  时, $V_u/V_{u0} = 1.0$ 。

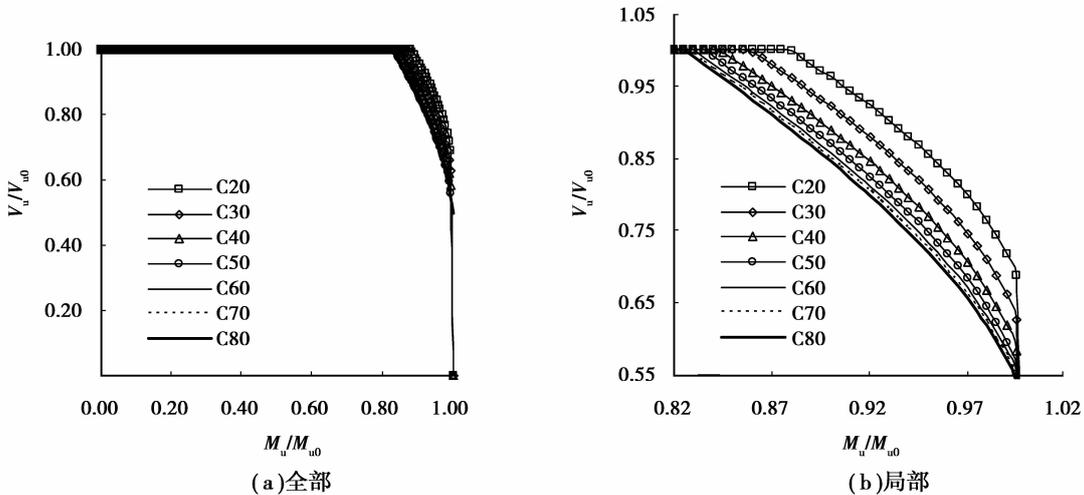


图 6 某典型单筋截面强度准则对应的弯剪相关曲线

Fig.6 Bending-shearing correlation curve of some classic single reinforcement rectangular section according to the strength criterion in code

2.3 规范承载力计算公式中弯剪相关性参数

GB50010—2010 中,集中荷载作用下的独立梁对应的斜截面受剪承载力为

$$V_u = \frac{1.75}{\lambda + 1} f_t b h_0 + f_{yv} A_{sv} \frac{h_0}{s}, \tag{20}$$

式中: $\lambda$  为计算剪跨比,可取  $\lambda = a/h_0$ ,当  $\lambda < 1.5$  时,取  $\lambda = 1.5$ ;当  $\lambda > 3$  时,取  $\lambda = 3$ 。

对于广义剪跨比  $\lambda = M/(Vh_0)$ ,在一定程序上考虑了弯剪比( $M/V$ )对斜截面受剪承载力的影响。图 7 为式(20)包含的剪跨比影响曲线。

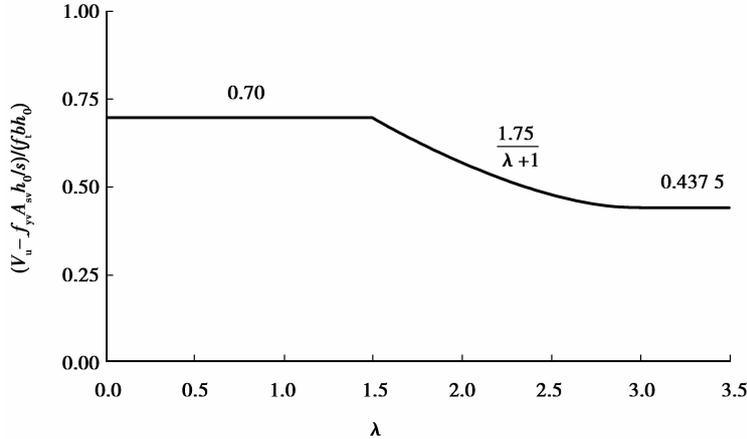


图 7 GB50010 斜截面受剪承载力的剪跨比影响曲线

Fig.7 Shear span ratio affection curve of oblique section shear bearing capacity from GB50010

美国规范 ACI318 中,对配有间距为  $s$  截面积为  $A_v$  强度为  $f_{yt}$  的箍筋,截面有效高度为  $d$  的受弯构件抗剪承载力

$$V = \phi \left[ (0.16 \sqrt{f'_c} + 17 \rho_w V_u d / M_u) b_w d + f_{yt} A_v d / s \right]. \tag{21}$$

式中: $\phi$  为强度折减系数; $f'_c$  为混凝土圆柱体抗压强度; $\rho_w$  为纵筋配筋率; $b_w$  为截面腹板宽度; $M_u$  和  $V_u$  分别为乘以系数的截面弯矩和剪力。按 GB50010 的符号体系,式(21)可转换为

$$V = \phi \left[ (0.6 \sqrt{f'_c} + 17 \rho V h_0 / M) b h_0 + f_{yv} A_{sv} h_0 / s \right]. \tag{22}$$

GB50010 的立方体抗压强度  $f_{cu,k}$  和圆柱体抗压强度  $f'_c$  的关系式,近似取为: $f_{cu,k} = 1.185 f'_c$ 。给合广义剪跨比  $\lambda = M/(Vh_0)$ ,式(22)变为

$$V = \phi \left[ (0.147 \sqrt{f_{cu,k}} + 17 \rho / \lambda) b h_0 + f_{yv} A_{sv} h_0 / s \right]. \tag{23}$$

由式(23)得图 8 所示的 ACI318 斜截面受剪承载力的剪跨比影响曲线(ACI318 要求: $V_u d / M_u \leq 1.0$ )。

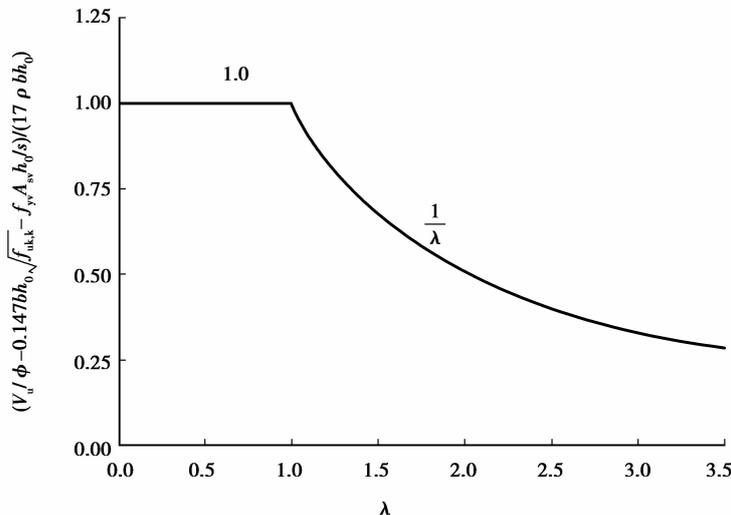


图 8 ACI318 斜截面受剪承载力的剪跨比影响曲线

Fig.8 Shear span ratio affection curve of oblique section shear bearing capacity from ACI318

### 3 弯剪相关曲线汇总

图 9 为前述弯剪相关曲线汇总:1)已有研究成果认为弯剪存在式(1)或式(2)对应的抛物线形或圆弧形的相关曲线;2)对典型截面,GB50010—2010 强度准则隐含的弯剪相关性只发生在  $V_u/V_{u0} > 0.8$  和  $M_u/M_{u0} > 0.5$  时;3)ACI318 和 GB50010 受弯承载力公式均未考虑弯剪相关性;4)GB50010 对集中荷载下独立梁和 ACI318 对无轴力梁,受剪承载力公式通过剪跨比考虑弯剪相关性;5)对普通梁、板,GB50010 和 ACI318 受剪承载力公式均未考虑弯剪相关性。

### 4 考虑弯剪相关性的承载力修正公式

#### 4.1 公式修正建议

参照规范剪扭相关性的计算思路,引入弯矩承载力降低系数  $\beta_m$ ,同时认为这种相关性主要停留在与混凝土相关的承载公式部分,对应弯剪承载力记为  $M_c$  和  $V_c$ 。为简化,用图 10 的三拆线关系近似代替 1/4 圆弧关系(式(1))或抛物线关系(式(2))。

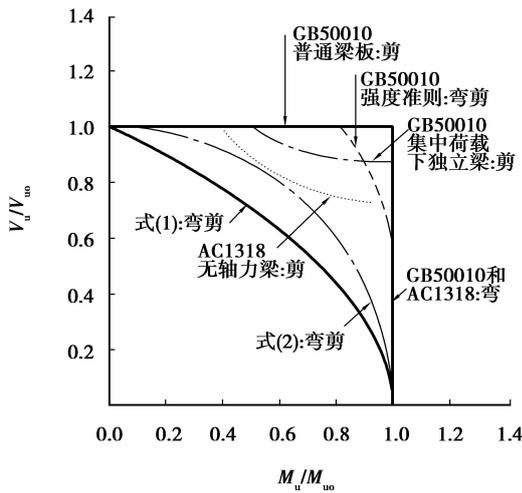


图 9 弯剪相关性曲线汇总  
Fig.9 Summary of bending-shearing correlation curve

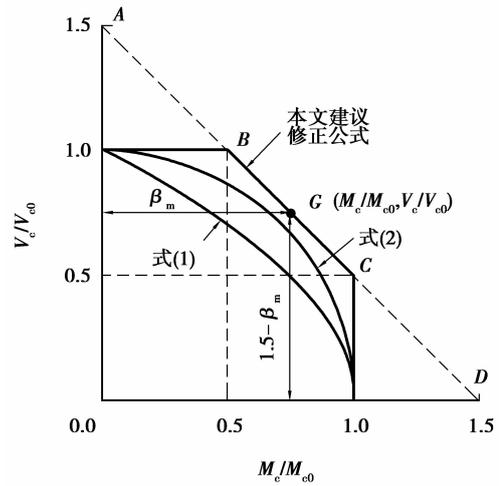


图 10 混凝土部分弯剪承载力相关的计算模式  
Fig.10 Calculation model of bending-shearing correlation of concrete bearing capacity

单筋矩形截面梁抗弯承载力公式为

$$\begin{cases} f_y A_s = \alpha_1 f_c b x, \\ M = \alpha_1 \beta_m f_c b x (h_0 - x/2). \end{cases} \quad (24)$$

双筋矩形截面梁抗弯承载力公式为

$$\begin{cases} f_y A_s = \alpha_1 f_c b x + f'_y A'_s, \\ M = \alpha_1 \beta_m f_c b x (h_0 - x/2) + f'_y A'_s (h_0 - a'_s). \end{cases} \quad (25)$$

对第一类 T 形截面梁,抗弯承载力公式为

$$\begin{cases} f_y A_s = \alpha_1 f_c b'_f x, \\ M = \alpha_1 \beta_m f_c b'_f x (h_0 - x/2). \end{cases} \quad (26)$$

对第二类 T 形截面梁,仅考虑腹板部分的相关性,抗弯承载力公式为

$$\begin{cases} f_y A_s = \alpha_1 f_c b x + \alpha_1 f_c (b'_f - b) h'_f, \\ M = \alpha_1 \beta_m f_c b x (h_0 - x/2) + \alpha_1 f_c (b'_f - b) h'_f (h_0 - h'_f/2). \end{cases} \quad (27)$$

相应的斜截面抗剪承载能力公式,对于矩形、I 形和 T 形截面一般受弯构件为

$$V = 0.7(1.5 - \beta_m) f_c b h_0 + f_{yv} A_{sv} h_0 / s + V_{sb}, \quad (28)$$

式中,  $V_{sb} = 0.8 f_y A_{sb} \sin \alpha$ , 为弯起钢筋提供的抗剪承载力,当存在弯起钢筋斜截面承载力计算时按实际配筋

情况计入该项。

结合图 9 和图 10,对于集中荷载作用下的独立梁,只需采用与式(28)相同的公式。

图 9 中,弯矩承载力降低系数  $\beta_m$  对应于相关曲线 BC 段上任意点 G 的横坐标值,则有

$$\beta_m = M_c/M_{c0}, 1.5 - \beta_m = V_c/V_{c0} \quad (29)$$

用实际效应的剪力设计值与弯矩设计值之比  $V/M$  代替  $V_c/M_c$ ,可得

$$\beta_m = 1.5/[1 + VM_{c0}/(MV_{c0})] \quad (30)$$

$M_{c0}$  与混凝土强度、钢筋强度与面积、截面尺寸及受压高度等影响正截面受弯内力臂  $z$  的因素有关,为简化,近似取

$$z = 0.87h_0 \quad (31)$$

由此,对矩形、I 形和 T 形截面受弯构件

$$\beta_m = 1.5/[1 + 0.323\alpha_1 f_c h_0 V/(Mf_t)] \quad (32)$$

当  $\beta_m > 1.0$  时,  $\beta_m = 1.0$ ; 当  $\beta_m < 0.5$  时,  $\beta_m = 0.5$ 。

#### 4.2 修正公式配筋量

以单筋矩形截面普通受弯构件为例,采用修正公式和 GB5001—2010 规范公式完成配筋计算并进行比较。纵筋 HRB400,箍筋 HPB300,取  $a_s = 35$  mm。从表 1~表 3 中:按文中建议的修正公式,考虑弯剪相关性后,算例纵筋量和箍筋量有时有所增加,纵筋量增加幅度较箍筋高;规范公式与修正公式配筋量相同,说明此时配筋量较小且均由构造要求控制。

表 1 算例 1( $M=100$  kN·m,  $V=300$  kN):公式设计配筋比较

Table 1 Example 1 ( $M=100$  kN·m,  $V=300$  kN): Reinforcement comparison of modified formula with code formula

砼	截面尺寸/ (mm×mm)	纵筋 $A_s/\text{mm}^2$			箍筋 ( $A_{sv}/s$ )/(mm <sup>2</sup> /mm)		
		规范	修正	修正:规范	规范	修正	修正:规范
C30	300×550	565.4	1 195.1	2.11	1.05	1.05	1.00
	300×600	511.0	1 068.0	2.09	0.85	0.85	1.00
	300×650	466.5	967.2	2.07	0.69	0.69	1.00
C35	300×550	561.4	1 175.1	2.09	0.94	0.94	1.00
	300×600	508.1	1 053.9	2.07	0.75	0.75	1.00
	300×650	464.3	956.8	2.06	0.59	0.59	1.00
C40	300×550	558.4	1 161.0	2.08	0.83	0.83	1.00
	300×600	505.9	1 043.9	2.06	0.64	0.64	1.00
	300×650	462.6	949.4	2.05	0.48	0.48	1.00

表 2 算例 2( $M=200$  kN·m,  $V=200$  kN):公式设计配筋比较

Table 2 Example 2 ( $M=200$  kN·m,  $V=200$  kN): Reinforcement comparison of modified formula with code formula

砼	截面尺寸/ (mm×mm)	纵筋 $A_s/\text{mm}^2$			箍筋 ( $A_{sv}/s$ )/(mm <sup>2</sup> /mm)		
		规范	修正	修正:规范	规范	修正	修正:规范
C30	300×550	1 195.1	2 376.0	1.99	0.38	0.40	1.05
	300×600	1 068.0	2 216.6	2.08	0.38	0.38	1.00
	300×650	967.2	2 100.5	2.17	0.38	0.38	1.00
C35	300×550	1 175.1	2 388.2	2.03	0.42	0.42	1.00
	300×600	1053.9	2 249.9	2.13	0.42	0.42	1.00
	300×650	956.8	2 052.9	2.15	0.42	0.42	1.00

续表 2

砼	截面尺寸/ (mm×mm)	纵筋 $A_s/\text{mm}^2$			箍筋 $(A_{sv}/s)/(\text{mm}^2/\text{mm})$		
		规范	修正	修正:规范	规范	修正	修正:规范
C40	300×550	1 161.0	2 408.6	2.07	0.46	0.46	1.00
	300×600	1 043.9	2 247.4	2.15	0.46	0.46	1.00
	300×650	949.4	2 013.8	2.12	0.46	0.46	1.00

表 3 算例 3( $M=200 \text{ kN} \cdot \text{m}, V=100 \text{ kN}$ ):公式设计配筋比较Table 3 Example 3( $M=200 \text{ kN} \cdot \text{m}, V=100 \text{ kN}$ ): Reinforcement comparison of modified formula with code formula

砼	截面尺寸/ (mm×mm)	纵筋 $A_s/\text{mm}^2$			箍筋 $(A_{sv}/s)/(\text{mm}^2/\text{mm})$		
		规范	修正	修正:规范	规范	修正	修正:规范
C30	300×550	1 195.1	1 500.6	1.26	0.38	0.38	1.00
	300×600	1 068.0	1 399.7	1.31	0.38	0.38	1.00
	300×650	967.2	1 318.2	1.36	0.38	0.38	1.00
C35	300×550	1 175.1	1 515.4	1.29	0.42	0.42	1.00
	300×600	1 053.9	1 420.4	1.35	0.42	0.42	1.00
	300×650	956.8	1 344.8	1.41	0.42	0.42	1.00
C40	300×550	1 161.0	1 529.2	1.32	0.46	0.46	1.00
	300×600	1 043.9	1 438.4	1.38	0.46	0.46	1.00
	300×650	949.4	1 365.8	1.44	0.46	0.46	1.00

### 4.3 修正公式可靠度

参照 GBJ 68—84、GB50068—2001 和 SDJ20—78,取 3 种最常见的组合:1)办公室  $S_G+S_L$ ;2)住宅  $S_G+S_L$ ;3) $S_G+S_w$ 。利用规范附录统计参数及分布特征(表 4~表 6),采用 JC 法计算可靠度。

表 4 荷载统计参数及分布特征<sup>[22]</sup>

Table 4 Load statistic parameter and distribution characteristic

荷载类别	恒载 $G$	活载		风荷载 $W$
		$L_{\text{办}}$	$L_{\text{住}}$	
平均值 $\mu_k$	1.060	0.524	0.644	1.015
变异系数 $\delta_k$	0.070	0.288	0.233	0.193
组合系数 $\psi_c$	—	0.7	0.7	0.6
分布类型	正态分布	极值 I 型	极值 I 型	极值 I 型

表 5 材料性能统计参数

Table 5 Statistic parameter of material performance

材性参数	平均值/标准值 $\kappa$	变异系数 $\delta$
C30 砼抗压强度 $f_c$	1.471	0.185
C30 砼抗拉强度 $f_t$	1.463	0.185
HRB400 抗拉强度 $f_y$	1.10	0.08
HPB300 抗拉强度 $f_{yv}$	1.08	0.08

表 6 几何特征统计参数

Table 6 Statistic parameter of geometrical characteristic

几何参数	平均值/标准值 $\kappa$	变异系数 $\delta$
截面宽度 $b$	1.00	0.01
截面高度 $h$	1.00	0.02
截面有效高度 $h_0$	1.00	0.042
纵筋面积 $A_s$	1.00	0.03
箍筋面积 $A_{sv}$	1.00	0.03
箍筋间距 $s$	1.00	0.063

GBJ 68—84 给出的 RC 结构构件的受弯和受剪的抗力统计参数的平均值与标准值之比  $\kappa_R$  分别为 1.13 和 1.24, 变异系数  $\delta_R$  分别为 0.10 和 0.19。结合弯剪相关曲线, 完成修正公式对应的不确定性系数  $\Omega$  的确定。从图 11 可以看出, 对于一般受弯单筋截面梁, 有

$$\text{相关段抗弯: } \Omega_m = \kappa_{R,m} \beta_m, \quad (33)$$

$$\text{不相关抗弯: } \Omega_m = \kappa_{R,m}, \quad (34)$$

$$\text{相关段抗剪: } \Omega_v = \kappa_{R,v} \frac{(1.5 - \beta_m)V_{c0} + V_s}{V_{c0} + V_s}, \quad (35)$$

$$\text{不相关抗剪: } \Omega_v = \kappa_{R,v}, \quad (36)$$

以无弯起钢筋单筋矩形截面普通受弯构件为例, 规范公式对应抗力平均值公式为

$$\frac{M_{um}}{\Omega_m} = 0.946 f_{ym} A_{sm} \left( h_{0m} - \frac{0.937 f_{ym} A_{sm}}{\alpha_1 f_{cm} b_m} \right), \quad (37)$$

$$\frac{V_{um}}{\Omega_v} = 0.551 f_{tm} b_m h_{0m} + 1.433 f_{yv} \frac{A_{svm}}{s_{vm}} h_{0m}. \quad (38)$$

文中修正公式对应的抗力平均值公式为

$$\frac{M_{um}}{\Omega_m} = 0.946 \beta_m f_{ym} A_{sm} \left( h_{0m} - \frac{0.937 f_{ym} A_{sm}}{\alpha_1 f_{cm} b_m} \right), \quad (39)$$

$$\frac{V_{um}}{\Omega_v} = 0.551 (1.5 - \beta_m) f_{tm} b_m h_{0m} + 1.433 f_{yv} \frac{A_{svm}}{s_{vm}} h_{0m}. \quad (40)$$

记荷载效应比  $\rho_s = S_{Qk}/S_{Gk}$  或  $\rho_s = S_{wk}/S_{Gk}$ , 算例截面  $250 \text{ mm} \times 600 \text{ mm}$ ,  $M/V = 1.5 \text{ m}$ , 混凝土 C30,  $a_s = 35 \text{ mm}$ , 纵筋  $4 \Phi 25$  和双肢箍筋  $\Phi 8 @ 200$ 。

从表 7 算例结果, 对于一般受弯单筋截面梁, 规范 GB50010—2010 公式对应的  $\beta_M$  和  $\beta_V$  平均值分别为 3.09 和 3.65, 分别小于延性和脆性目标可靠指标 3.2 和 3.7; 按文中建议的修正公式(考虑弯剪相关性)对应的  $\beta_M$  和  $\beta_V$  平均值分别为 4.77 和 4.55, 分别达到目标可靠指标。从表 7 和图 12 可以看出, 规范 GB50010—2010 公式与修正公式可靠指标平均值均与荷载效应比、活荷载的类型和大小有关。

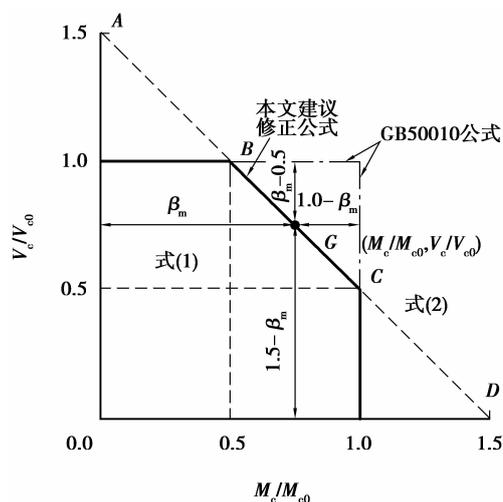


图 11 抗力不确定性系数计算示意图

Fig.11 Calculation scheme of resistance uncertain coefficient

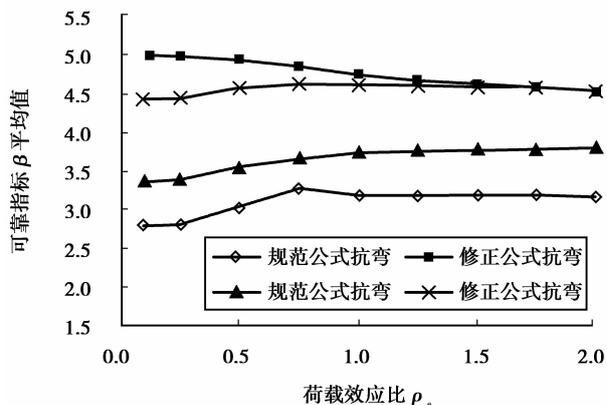


图 12 可靠指标平均值随荷载效应比的变化曲线

Fig.12 Variation curve of the mean value of the reliability index with the load effect ratio

表 7 算例可靠指标  $b$  计算结果(抗弯  $\beta_M$ ; 抗剪  $\beta_V$ )

Table 7 Example calculation results of reliability index  $\beta$  (bending  $\beta_M$ ; shearing  $\beta_V$ )

$\beta$	公式	荷载组合	荷载效应比 $\rho_s$								
			0.10	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75	2.00
$\beta_M$	GB50010 —2010	$S_G + S_{L_{\text{办}}}$	2.92	3.11	3.43	3.62	3.69	3.71	3.72	3.72	3.72
		$S_G + S_{L_{\text{住}}}$	2.86	2.96	3.20	3.78	3.44	3.46	3.47	3.47	3.47
		$S_G + S_w$	2.60	2.36	2.42	2.43	2.41	2.39	2.36	2.35	2.33
	修正公式	$S_G + S_{L_{\text{办}}}$	5.11	5.27	5.33	5.28	5.20	5.14	5.08	5.04	5.01
		$S_G + S_{L_{\text{住}}}$	5.05	5.13	5.16	5.10	5.02	4.96	4.90	4.86	4.82
		$S_G + S_w$	4.79	4.52	4.36	4.18	4.04	3.94	3.86	3.80	3.76
$\beta_V$	GB50010 —2010	$S_G + S_{L_{\text{办}}}$	3.45	3.57	3.81	4.02	4.12	4.17	4.20	4.22	4.23
		$S_G + S_{L_{\text{住}}}$	3.41	3.48	3.66	3.82	3.91	3.96	3.99	4.00	4.01
		$S_G + S_w$	3.25	3.10	3.16	3.18	3.18	3.16	3.15	3.14	3.13
	修正公式	$S_G + S_{L_{\text{办}}}$	4.52	4.65	4.87	4.99	5.02	5.01	5.00	4.99	4.97
		$S_G + S_{L_{\text{住}}}$	4.47	4.54	4.70	4.81	4.83	4.83	4.82	4.80	4.79
		$S_G + S_w$	4.30	4.12	4.13	4.09	4.03	3.98	3.94	3.90	3.87

### 5 构件算例分析与讨论

从以上分析可以看出,考虑弯剪相关性后,抗弯纵筋和抗剪箍筋的配筋量均存在一定程度的增加,下面以受弯构件为例说明考虑弯剪相关性后对工程和应用的影响。

均布荷载设计值  $q$  作用下的简支梁,计算跨度 4.8 m,混凝土强度等级 C30,截面尺寸 250 mm × 500 mm,取截面计算高度  $h_0 = 465$  mm,根据式(33),可得梁各截面弯矩承载力降低系数  $\beta_m$ ,记梁截面位置距左端支座的距离为  $x$ ,则有

$$\beta_m(x) = \frac{1.5}{1 + 1.502 \frac{|1 - x/2.4|}{x(1 - x/4.8)}} \quad (41)$$

根据界限取值条件,  $\beta_m$  取值在 0.5~1.0 之间。算例简支梁  $\beta_m$  随截面位置  $x$  的变化曲线如图 13。

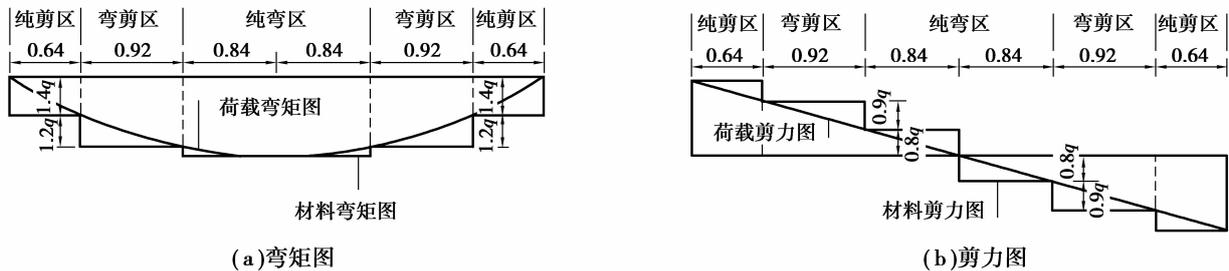


图 13 梁弯矩图和剪力图

Fig.13 Moment curve and shearing force curve of beam

从图 14 可以看出,考虑弯剪相关性后,梁跨可分为靠近支座的 2 个“纯”剪区、1 个跨中的“纯”弯区和 2 个弯剪区。即支座的“纯”剪区和跨中“纯”弯区同传统不考虑弯剪相关性设计一样,不必考虑弯剪相关性的影响,仅在弯剪区需考虑弯剪相关性。

从图 14 内力可以看出,当弯剪区纵筋配筋量与弯剪区弯矩最大的截面保持一致,受剪箍量配筋量与弯剪区剪力最大的截面保持一致,简支梁的材料弯矩

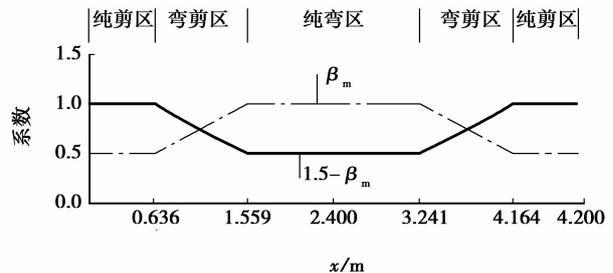


图 14 系数  $\beta_m$  曲线

Fig.14 Curve of  $\beta_m$

图或材料剪力图即可分别包住荷载弯矩图和荷载剪力图,整个简支梁各截面均处于安全状态。与不考虑弯剪相关性相比,所增加的用钢量和成本很小。

## 6 结 论

1)钢筋混凝土受弯构件的弯剪承载力存在相关性,虽然,中国规范 GB50010—2010 和欧洲规范 EN1992-1-1;2004 的混凝土强度准则中隐含正应力和剪应力相关性,中国规范 GB50010 和美国规范 ACI318 通过剪跨比部分考虑了弯矩对受剪承载力的影响,但设计方法未充分考虑这种相关性,会导致设计结果偏于不安全。

2)引入弯矩承载力降低系数,采用三折线考虑混凝土部分的弯剪相关性,统一给了单筋截面、双剪截面、T形截面一般受弯构件和集中荷载作用下独立梁的弯剪承载力计算修正公式。

3)通过截面算例,分析了不同截面尺寸、混凝土强度等级和弯剪比下修正公式与规范公式设计的配筋量,比较了不同荷载效应比和荷载组合下,修正公式和规范公式对应构件抗弯和抗剪可靠指标的变化,并基于《建筑结构可靠度设计统一标准》(GB 50068—2001)的目标可靠指标要求,通过设计方法安全性对比,探讨了受弯构件弯剪相关性考虑的方法和考虑的必要性。

4)通过简支梁算例分析讨论考虑弯剪相关性对整个构件配筋的影响,结果表明,考虑弯剪相关性后配筋量受影响的范围仅在弯剪区,与不考虑弯剪相关性相比,所增加的用钢量和成本很小。

### 参考文献:

- [1] 康谷贻, 王士琴. 弯剪扭共同作用下钢筋混凝土构件的强度[J]. 天津大学学报, 1986(1): 11-23.  
KANG Guyi, WANG Shiqin. Ultimate strength of reinforced concrete members under the combined action of bending, shear and torsion [J]. Journal of Tianjin University, 1986(1): 11-23. (in Chinese)
- [2] 秦卫红, 卫云亭, 张连德. 钢筋混凝土压、弯、剪、扭构件抗扭性能的研究[J]. 西安冶金建筑学院学报, 1993, 25(4): 367-374.  
QIN Weihong, WEI Yunting, ZHANG Liande. A study of torsional behavior of R. C. members subjected to combined compression, bending, shear and torsion[J]. Journal of Xi'an Institute of Metallurgical & Construction, 1993, 25(4): 367-374. (in Chinese)
- [3] 赵嘉康, 张连德, 卫云亭. 钢筋混凝土压弯剪扭构件的抗扭强度研究[J]. 土木工程学报, 1993, 26(1): 20-30.  
ZHAO Jiakang, ZHANG Liande, WEI Yunting. Torsional strength of RC members subjected to compression, bending, shear and torsion [J]. China Civil Engineering Journal, 1993, 26(1): 20-30. (in Chinese)
- [4] 喻丕用, 李家康, 康谷贻, 等. 高强混凝土柱在压、弯、剪作用下斜截面承载力研究[J]. 工业建筑, 2000, 30(7): 60-63.  
YU Peiyong, LI Jiakang, KANG Guyi, et al. Research on Inclined section bearing capacity of high-strength concrete column under compression, bending and shearing [J]. Industrial Construction, 2000, 30(7): 60-63. (in Chinese)
- [5] 黄靛, 徐紫鹏, 鲁鬻虬. 弯剪共同作用下钢筋混凝土梁承载力计算方法的研究[J]. 工程力学, 2012, 29(12): 302-306.  
HUANG Liang, XU Zipeng, LU Yiqiu. Research of calculated method of bearing capacity for reinforced concrete member under shear and bending[J]. Engineering Mechanics, 2012, 29(12): 302-306. (in Chinese)
- [6] 黄靛, 徐紫鹏, 鲁鬻虬, 等. 钢筋混凝土构件在压、拉弯剪共同作用下的强度包络图研究[J]. 工程力学, 2013, 30(3): 224-232.  
HUANG Liang, XU Zipeng, LU Yiqiu, et al. Strength envelope of RC members subjected to axial compression(tension), shear and bending [J]. Engineering Mechanics, 2013, 30(3): 224-232. (in Chinese)
- [7] Huang L, Lu Y, Shi C. Unified calculation method for symmetrically reinforced concrete sections subjected to combined loading[J]. Aci Structural Journal, 2013, 110(1):127-136.
- [8] 黄靛, 张怀安, 江超, 等. 拉-弯-剪复合受力混凝土构件的承载力计算研究[J]. 工业建筑, 2014, 44(11):172-177.  
HUANG Liang, ZHANG Huaian, JIANG Chao, et al. Bearing capacity of reinforcement concrete members under combined tension, bending and shear [J]. Industrial Construction, 2014, 44(11):172-177. (in Chinese)
- [9] Rahal K N, Collins M P. Combined torsion and bending in reinforced and prestressed concrete beams[J]. Aci Structural Journal, 2003, 100(2):157-165.

- [10] Pandit G S, Joseph W. Reinforced concrete beams in combined bending and torsion [J]. ACI Special Publication, 1968, 18(1): 133-163.
- [11] Victor D J, Ferguson P M. Reinforced concrete T-beams without stirrups under combined moment and torsion [J]. ACI Journal & Proceedings, 1968, 65(1): 29-36.
- [12] Lampert P, Collins M P. Torsion, bending and confusion-an attempt to establish the facts [J]. ACI Journal & Proceedings, 1972, 69(8): 500-504.
- [13] Elfgren L. Reinforced concrete beams loaded in combined torsion, bending and shear; a study of the ultimate load-carrying capacity (Division of Concrete Structures)[M]. Goteborg: Chalmers University of Technology, 1972.
- [14] Santhakumar R, Dhanaraj R, Chandrasekaran E. Behaviour of retrofitted reinforced concrete beams under combined bending and torsion; A numerical study[J]. Electronic Journal of Structural Engineering, 2007, 7:1-7.
- [15] Rahal K N. Combined Torsion and Bending in Reinforced and Prestressed Concrete beams Using Simplified Method for Combined Stress-Resultants[J]. Aci Structural Journal, 2007, 104(4):402-411.
- [16] Hsu T T C. Torsion of structural concrete- interaction surface for combined torsion, shear, and bending in beams without stirrups [J]. ACI Journal & Proceedings, 1968, 65(1): 51-60.
- [17] Syamal P K, Mirza M S, Ray D P. Plain and reinforced concrete l-beams under combined flexure, shear, and torsion[J]. Aci Structural Journal, 2008.
- [18] 支运芳, 蒋超, 甘民, 等. 纵筋率对有腹筋约束梁受剪性能影响的研究[J]. 重庆建筑大学学报, 2005, 27(4): 64-71.  
ZHI Yunfang, JIANG Chao, GAN Min, et al. Study on effect of longitudinal reinforcement rate on shear behavior of restrained beams with web reinforcement [J]. Journal of Chongqing Jianzhu University, 2005, 27(4): 64-71. (in Chinese)
- [19] 李立仁, 蒋传星, 支运芳. 纵筋率对无腹筋约束梁抗剪性能影响的研究[J]. 重庆建筑大学学报, 2008, 30(1): 49-54.  
LI Liren, JIANG Chuanxing, ZHI Yunfang. Effect of longitudinal reinforcement rate shear behavior of beams without web reinforcement restriction [J]. Journal of Chongqing Jianzhu University, 2008, 30(1): 49-54. (in Chinese)
- [20] Haddadin M J, Hong S T, Mattock A H. Stirrup effectiveness in reinforced concrete beams with axial force[J]. Journal of the Structural Division, 1971, 97(9): 2277-2297.
- [21] Kotsovos M D. Compressive force path concept: basic for reinforced concrete ultimate limit state design[J]. ACI Structural Journal, 1988, 85(6): 68-75.
- [22] 龚云平. 通用设计表达式中荷载与抗力分项系数的研究[D]. 西安: 西安建筑科技大学, 2006.  
GONG Yunping. Analysis on load and resistance factors in general design expression [D]. Xi'an: Xi'an University of Architecture and Technology, 2006. (in Chinese)

(编辑 詹燕平)