

doi:10.11835/j.issn.1000-582X.2018.03.006

正交投影三维极化滤波

柏智^{1,2}, 何怡刚², 王赛男¹, 王鲁达³

(1. 湖南大学电气学院, 长沙 410082; 2. 湖南电气职业技术学院, 湖南湘潭 411101;
3. 湘南学院软件与通信工程学院, 湖南郴州 400042)

摘要:针对干扰和目标极化状态在 Poincare 球面距离很近的情况下, 二维虚拟极化滤波失效的问题, 提出了基于正交投影的三维极化滤波方法。该方法在传统三维极化滤波的基础上重新明确了问题的限定条件, 给出了干扰抑制准则下干扰正交子空间中的一组完备正交基, 这组正交基物理意义清晰, 便于算法的深入扩展。在求得的子空间内, 得到了干扰抑制准则下, 使目标回波接收功率最大的权系数矢量, 理论及仿真结果表明, 文中所提算法充分挖掘了目标和干扰在极化域与空域的特性差异, 算法性能较传统方法有明显改善。

关键词:极化滤波; 正交投影; 最优权值

中图分类号: TP95

文献标志码: A

文章编号: 1000-582X(2018)03-051-07

Three-dimensional polarization filtering based on orthogonal projection

BAI Zhi^{1,2}, HE Yigang², WANG Sainan¹, WANG Luda³

(1. College of Electrical and Information Engineering, Hunan University, Changsha 410082, P.R.China;
2. Hunan Electrical College of Technology, Xiangtan 411101, Hunan, P.R.China; 3. College of Software and Communication Engineering, Xiangnan University, Chenzhou 400042, Hunan, P.R.China)

Abstract: Aiming at the failure of two-dimensional polarization filtering when the distance between the interference and the signal in the Poincare is too short, a three-dimension polarization filtering approach based on orthogonal projection is proposed in this paper. The algorithm redefines the problem on the basis of traditional methods, a pair of complete orthogonal basis in interference orthogonal subspace is obtained under the interference suppression rule, and the pair of basis has clear physical significance, which facilitates the algorithm's expansion. In the solved subspace, the optimal weights are achieved under the rule. The theory and simulation results indicate that the proposed method can effectively suppress the polarized interference, the performance of traditional algorithm is improved.

Keywords: polarization filtering; orthogonal projection; optimal weight

虚拟极化(virtual polarization)滤波^[1]是经典的极化域信号处理技术, 因其可以在不实际改变接收天线极化状态的情况下, 通过对两正交极化通道进行幅相加权, 达到与改变接收天线极化状态相同的效果, 使得该技术在提出以后一直受到普遍关注^[1-4]。

收稿日期: 2017-12-12

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61501069)。

Supported by National Natural Science Foundation of China(61501069).

作者简介: 柏智(1975—), 男, 湖南大学电气工程学院博士研究生, 主要从事信号处理、RFID、电路设计研究, (E-mail) baizhi@hnu.edu.cn.

早期的虚拟极化滤波主要通过设置在频域设置单凹口^[1]、多凹口^[2]技术对干扰进行滤除,用于对雨杂波等干扰的抑制,收到了很好的抑制效果。随后,Gherardelli 等^[3-4]分别从滤波器适应环境的角度对自适应极化滤波器进行了研究,进一步提高了抑制干扰的能力。为了能有效抑制强杂波环境下极化状态随时间发生变化的干扰,徐振海等^[5],乔晓林等^[6]进一步研究了基于递推的极化相干散射矩阵的滤波算法,扩展了极化滤波的应用范围。王雪松等^[7]在总结已有研究的基础上,深入研究了极化估计器的理论性能,证明了极化估计误差近似服从瑞利分布,导出了自适应极化滤波器理论性能的解析公式,揭示了滤波性能与信噪比等因素的统计关系,这些工作将自适应极化滤波理论提高到一个全新的高度,有力推动了极化信号处理技术的发展。

为了使信号滤波后输出能继续进行相干积累等后续处理,使信号的相位在滤波前后不产生失真,毛兴鹏等^[8-10]提出了基于线性极化矢量变换的零相移极化滤波方法,该方法通过线性极化变换、普通极化滤波和相位补偿实现目标相位的保持,可有效改善信干比。随着斜投影理论应用在信号处理中的技术逐渐成熟,基于斜投影技术的极化滤波方法近几年也逐渐引起重视,文献[12]提出的基于斜投影算子的极化滤波算法,不需要通过变换和补偿即可实现对干扰的抑制且对目标回波的幅度和相位信息不产生附加影响,进一步推广了零相移极化滤波技术。

文献[11]在岸基高频地波雷达抑制天波电台干扰时,发现由于天波入射方向的随机性,一些特殊方向入射的干扰通过传统的极化滤波方法难以滤除。针对这些干扰的滤除问题,该文首次提出了三维极化滤波的概念,为了区别,文中将传统双通道正交极化滤波称为二维极化滤波。文献[11]提出的三维极化滤波通过对三正交偶极子天线的接收信号进行加权,实现对传统二维滤波中难以滤除的干扰进行抑制,并给出了满足抑制条件的权系数。该方法扩大了极化域干扰抑制的范围,实现了将空域极化域联合进行干扰抑制,有效地提高了强噪声杂波中信号检测能力。

文章在文献[11]的基础上,进一步对三维极化滤波问题进行了描述,明确了问题的限定条件和准则函数,利用正交投影这个理论工具,进一步优化了三维极化传感器的滤波性能,理论分析及仿真结果表明文中方法较原算法性能有较大提升。

1 三维极化滤波问题

文献[11]所描述的问题是:在坐标系 $oxyz$ 中,如图 1 所示, z 轴代表垂直极化天线轴向, x 轴代表水平极化天线轴向,对于电场矢量平行于 yoz 平面的干扰而言,在 xoz 平面内的二维极化只能接收到其 z 轴方向的分量,这与雷达回波极化方向完全一致,因此无法通过二维极化滤波的方法滤除。为此提出用 3 个中心位置重合、相互垂直的偶极子组成的三极子天线对这部分干扰进行抑制的算法。

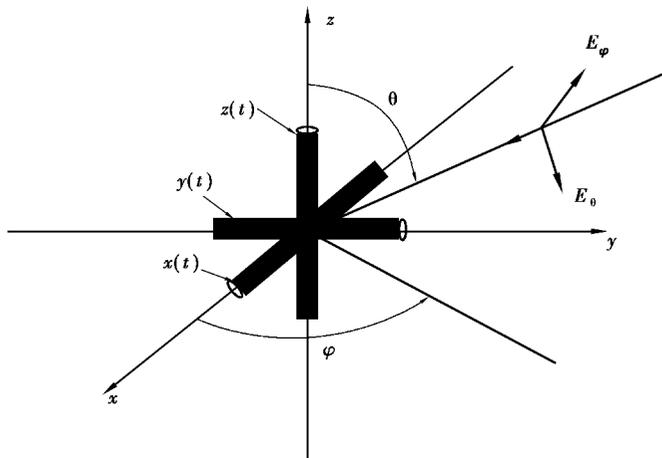


图 1 三维极化滤波模型

Fig.1 The model of three-dimensional polarization filtering

对于一般雷达而言,显然目标回波的极化状态不止是垂直极化一种,因此如果放宽此条件限制上述问题

可以概括为:极化状态与目标回波极化状态相同的干扰,尽管在空域上存在明显差异也不能通过二维滤波进行抑制。为了解决上述问题,需要对模型进行描述。

假设入射电磁波为单色平面波,满足远场条件,且其极化状态是任意的椭圆极化,则可由相位描述子^[13]表示为

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \cos \gamma \\ \sin \gamma e^{j\eta} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

假设每个偶极子都是短偶极子,则从每个偶极子输出的电压都与电场矢量沿着偶极子方向投影成正比。因此,平行于 x 、 y 、 z 轴的偶极子输出电压 E_x 、 E_y 、 E_z 与电场在 x 、 y 、 z 轴的分量成正比,即

$$\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \varphi \\ \cos \varphi \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \gamma \\ \sin \gamma e^{j\eta} \end{bmatrix} \triangleq \mathbf{E}. \quad (2)$$

目标的回波和干扰信号参数分别用下标 s, i 来进行区别。常用的滤波准则函数有信号干扰噪声功率比 SINR、信号干扰功率差 PDSI^[7]等,不同准则下求解出的权系数一般不同,为了便于比较,采用与传统算法保持一致的干扰抑制准则,在干扰完全抑制的条件下,以信号的归一化接收功率最大为目标函数。基于该准则的目标函数及限制条件可表示为

$$\begin{cases} \max \mathbf{H}_r^T \mathbf{E}_s \mathbf{E}_s^H \mathbf{H}_r^* \\ \mathbf{H}_r^T \mathbf{E}_i = 0, \end{cases} \quad (3)$$

其中 \mathbf{H}_r 为待求的加权系数矢量,不失一般性假定 $\|\mathbf{H}_r\| = 1$ 。

传统二维滤波中由于对干扰进行抑制的非零权系数在 $\|\mathbf{H}_r\| = 1$ 的约束下,只有干扰的交叉极化满足条件,因此,也就不存在优化问题。对三维传感器滤波而言,由于接收通道的增加,导致对干扰进行抑制的权系数空间的秩相对传统二维滤波增加了(由 1 变为了 2)。因此,基于干扰抑制准则的三维滤波中,权系数由满足抑制条件的权系数空间的一组完备正交基线性组合而成。

2 正交投影三维极化滤波器

按照式(3),注意到求解最佳的权系数则要在约束条件 $\mathbf{H}_r^T \mathbf{E}_i = 0$ 范围内寻找使接收信号功率最大的权矢量。因此,求解过程可分为 2 步:满足约束条件的子空间的确定;求解出的子空间内最优权系数。

2.1 干扰正交子空间的确定

对于约束条件 $\mathbf{H}_r^T \mathbf{E}_i = 0$, 由于 $\text{rank}(\mathbf{E}_i) = 1$, 根据线性方程的基本理论^[14], 可知 $\text{rank}(\mathbf{H}) = 3 - \text{rank}(\mathbf{E}_i) = 2$, 其中 $\mathbf{H} = \{\mathbf{H}_r | \mathbf{H}_r^T \mathbf{E}_i = 0\}$, 于是, 确定干扰的交叉极化子空间即是寻找满足条件的 2 个不相关矢量, 由这 2 个矢量张成的子空间即为满足抑制条件的权系数空间。文献[11]通过电场矢量合成的方法, 给出了一个矢量满足抑制条件的矢量, 文献[15]进一步明确了该矢量的参数与信号到达角及极化状态参数的关系, 但是求解过程相对复杂。针对上述问题, 文中重新寻找了构成 \mathbf{H} 的 2 个完备的单位正交基 \mathbf{H}_1 和 \mathbf{H}_2 , 且具有良好的性质

$$\mathbf{H}_1 = \begin{bmatrix} \sin \theta_i \cos \varphi_i \\ \sin \theta_i \sin \varphi_i \\ \cos \theta_i \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$\mathbf{H}_2 = \begin{bmatrix} -\sin \varphi_i \\ \cos \varphi_i \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin \gamma_i \\ -\cos \gamma_i \exp(-j\eta_i) \end{bmatrix}. \quad (5)$$

$\mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2$ 满足如下条件

1) 干扰抑制

$$\mathbf{H}_1^T \mathbf{E}_i = \mathbf{H}_2^T \mathbf{E}_i = 0, \quad (6)$$

2) 归一化

$$\| \mathbf{H}_1 \| = \| \mathbf{H}_2 \| = 1, \quad (7)$$

3) 相互正交

$$\mathbf{H}_1^H \mathbf{H}_2 = \mathbf{H}_2^H \mathbf{H}_1 = 0. \quad (8)$$

它们的物理意义为： \mathbf{H}_1 代表干扰入射的方向余弦， $\mathbf{H}_1^T \mathbf{E}_i = 0$ 说明电场矢量与传播方向垂直的特点，反映了电磁波的横波特性。 \mathbf{H}_2 则是在干扰的方向上形成的干扰交叉极化，这正是虚拟极化滤波的抑制原理。后面将会看到，由于这组完备正交基具有的良好性质，后面推导的结果变得十分简洁。由式(4)和式(5)确定的干扰正交子空间为

$$\mathbf{H} = \{c_1 \mathbf{H}_1 + c_2 \mathbf{H}_2 \mid c_1, c_2 \in \mathbb{C}, |c_1|^2 + |c_2|^2 = 1\}, \quad (9)$$

其中， $|c_1|^2 + |c_2|^2 = 1$ 根据假定 $\| \mathbf{H}_r \| = 1$ 可推知。最优解的求解过程即为确定参数 c_1, c_2 的过程。

2.2 最优极化滤波的权系数求解

在式(9)确定的空间内求解信号接收功率的最大值，将式(9)代入式(3)有

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_r^T \mathbf{E}_s \mathbf{E}_s^H \mathbf{H}_r^* &= \\ (c_1 \mathbf{H}_1 + c_2 \mathbf{H}_2)^T \mathbf{E}_s \mathbf{E}_s^H (c_1 \mathbf{H}_1 + c_2 \mathbf{H}_2)^* &= \\ |c_1|^2 \mathbf{H}_1^T \mathbf{E}_s \mathbf{E}_s^H \mathbf{H}_1^* + |c_2|^2 \mathbf{H}_2^T \mathbf{E}_s \mathbf{E}_s^H \mathbf{H}_2^* + 2 \operatorname{Re}(c_1 c_2^* \mathbf{H}_1^T \mathbf{E}_s \mathbf{E}_s^H \mathbf{H}_2^*) &\leq \\ |c_1|^2 \mathbf{H}_1^T \mathbf{E}_s \mathbf{E}_s^H \mathbf{H}_1^* + |c_2|^2 \mathbf{H}_2^T \mathbf{E}_s \mathbf{E}_s^H \mathbf{H}_2^* + 2 |c_1 c_2^*| | \mathbf{H}_1^T \mathbf{E}_s \mathbf{E}_s^H \mathbf{H}_2^* | &= \\ (|c_1 \mathbf{H}_1^T \mathbf{E}_s| + |c_2 \mathbf{H}_2^T \mathbf{E}_s|)^2. & \end{aligned} \quad (10)$$

式(10)当 $\arg(c_1 c_2^*) = -\arg(\mathbf{H}_1^T \mathbf{E}_s \mathbf{E}_s^H \mathbf{H}_2^*)$ 时取等号。而由 $|c_1|^2 + |c_2|^2 = 1$ ，于是可设 $|c_1| = \cos \xi, |c_2| = \sin \xi, \xi \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ ，故式(10)可进一步化为

$$\begin{aligned} (|c_1 \mathbf{H}_1^T \mathbf{E}_s| + |c_2 \mathbf{H}_2^T \mathbf{E}_s|)^2 &= \\ (\cos \xi | \mathbf{H}_1^T \mathbf{E}_s | + \sin \xi | \mathbf{H}_2^T \mathbf{E}_s |)^2 &= \\ (| \mathbf{H}_1^T \mathbf{E}_s |^2 + | \mathbf{H}_2^T \mathbf{E}_s |^2) \sin^2(\xi + \xi_0) &\leq \\ | \mathbf{H}_1^T \mathbf{E}_s |^2 + | \mathbf{H}_2^T \mathbf{E}_s |^2. & \end{aligned} \quad (11)$$

其中， $\xi_0 = a \tan \frac{| \mathbf{H}_1^T \mathbf{E}_s |}{| \mathbf{H}_2^T \mathbf{E}_s |}$ ，当 $\xi + \xi_0 = \frac{\pi}{2}$ 时，式(11)取最大值。

结合式(10)和式(11)，给出在干扰的正交子空间内信号可以达到的最大接收功率为

$$p_{\text{opt}} = \mathbf{H}_{\text{opt}}^T \mathbf{E}_s \mathbf{E}_s^H \mathbf{H}_{\text{opt}}^* = | \mathbf{H}_1^T \mathbf{E}_s |^2 + | \mathbf{H}_2^T \mathbf{E}_s |^2, \quad (12)$$

最佳权系数矢量

$$\mathbf{H}_{\text{opt}} = c_1 \mathbf{H}_1 + c_2 \mathbf{H}_2, \quad (13)$$

其中 c_1, c_2 的幅度和相位差由 2 个取等号的条件确定，满足

$$\begin{cases} |c_1| = \sin \xi_0, \\ |c_2| = \cos \xi_0, \\ \arg(c_1^* c_2) = -\arg(\mathbf{H}_1^T \mathbf{E}_s \mathbf{E}_s^H \mathbf{H}_2^*). \end{cases} \quad (14)$$

显然，文献[11]给出的权系数矢量 \mathbf{H}_r 只是 \mathbf{H} 中的某个特殊元素，不一定是最优的权系数矢量 \mathbf{H}_{opt} ，由 \mathbf{H}_r 决定的信号接收功率 p_r 与 p_{opt} 的关系为 $p_r \leq p_{\text{opt}}$ ，下节通过仿真证明了 p_r 比 p_{opt} 要小。另外，式(12)表示的信号最大接收功率可以看作是由信号向 2 个归一化正交矢量 $\mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2$ 投影的模值，这体现了正交投影的特点。

3 理论分析与仿真

3.1 理论分析

图 2 和图 3 展示了理论分析的结果。由于滤波的理论性能是目标的极化状态，目标所在方位角，干扰的极化状态，干扰方位角 8 个参数的函数，改变不同的变量会得到大量的性能分析曲线，限于篇幅，文中仅给出一些具有代表意义的分析结果。

图 2 展示了当目标和干扰的极化状态相同的情况下,滤波的理论性能曲线。可见,此时,二维滤波方法在滤除掉干扰的同时,目标回波也基本被滤除,滤波效果很差,但是,三维滤波器却可以通过获取的空域信息,寻找到干扰和目标回波的区别,进而起到抑制干扰保留目标回波的效果。从图 2 可见,经过优化后,算法性能明显优于传统的三维滤波算法。另外作为比较,给出了基于正交偶极子天线的滤波器的理论性能,从图 2 可见,后者的性能较所提的三维滤波器的性能差。图 3 给出了一般情况下,目标回波与干扰的极化状态稍有分离时,滤波性能随干扰入射角度的变化曲线。可见在图 3 的条件下,所提方法的理论性能始终优于所列的其他算法,说明了算法对不同条件具有较好的适应性。

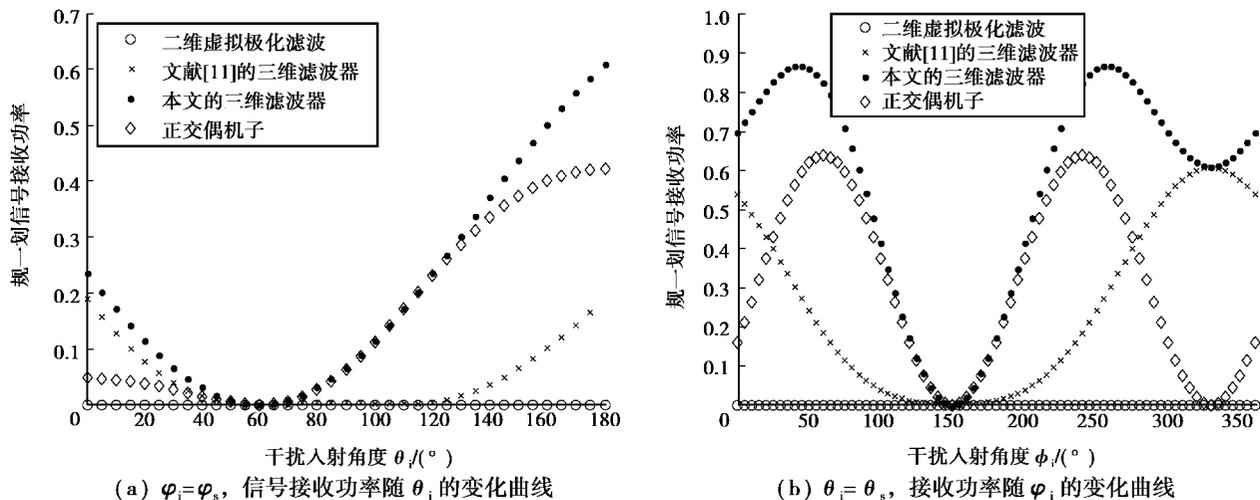


图 2 信号接收功率理论曲线,其中, $(\gamma_s, \eta_s) = (30^\circ, 60^\circ)$, $(\gamma_i, \eta_i) = (30^\circ, 60^\circ)$, $(\theta_s, \varphi_s) = (60^\circ, 150^\circ)$

Fig.2 The theoretical curve of receiving power, where $(\gamma_s, \eta_s) = (30^\circ, 60^\circ)$, $(\gamma_i, \eta_i) = (30^\circ, 60^\circ)$, $(\theta_s, \varphi_s) = (60^\circ, 150^\circ)$

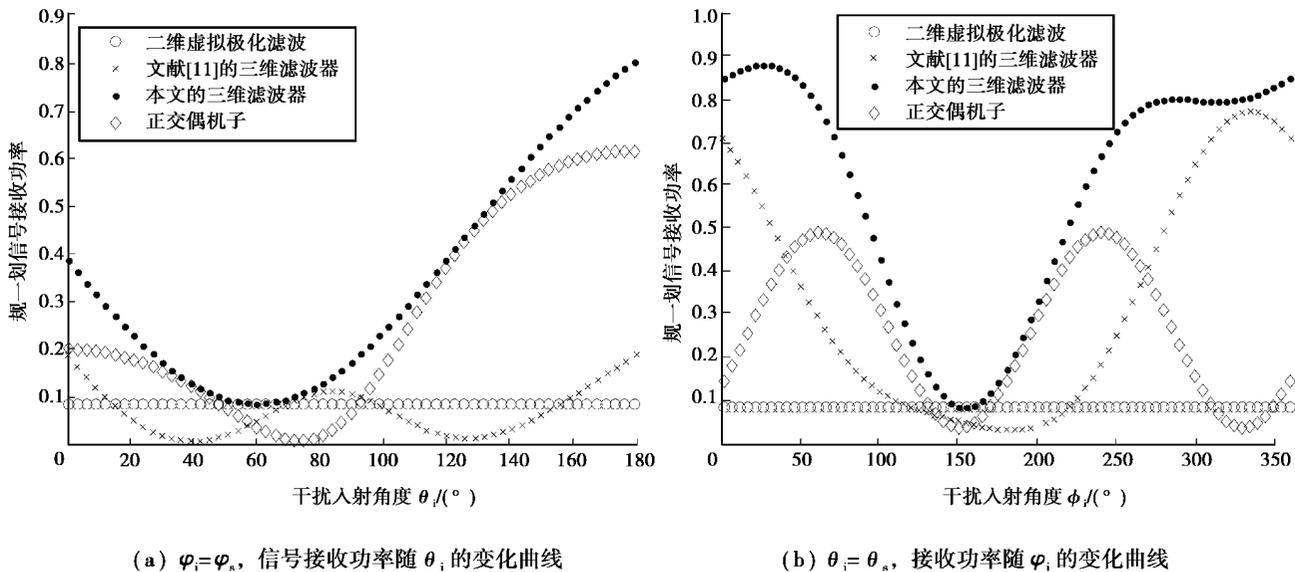


图 3 信号接收功率理论曲线,其中 $(\gamma_s, \eta_s) = (30^\circ, 60^\circ)$, $(\gamma_i, \eta_i) = (45^\circ, 75^\circ)$, $(\theta_s, \varphi_s) = (60^\circ, 150^\circ)$

Fig.3 The theoretical curve of receiving power, where $(\gamma_s, \eta_s) = (30^\circ, 60^\circ)$, $(\gamma_i, \eta_i) = (45^\circ, 75^\circ)$, $(\theta_s, \varphi_s) = (60^\circ, 150^\circ)$

3.2 仿真结果

研究对所提算法的滤波效果进行仿真。仿真中信噪比 SNR=20 dB,干噪比 INR=40 dB,目标信号入射方位 $(\theta_s, \varphi_s) = (30^\circ, 45^\circ)$,干扰信号入射方位 $(\theta_i, \varphi_i) = (45^\circ, 75^\circ)$,目标极化 $(\gamma_s, \eta_s) = (30^\circ, 60^\circ)$,干扰极化 $(\gamma_i, \eta_i) = (32^\circ, 57^\circ)$,发射信号为 LFM 信号,带宽 2 M。

图4给出了含有目标回波、噪声压制干扰和噪声的信号经过滤波后的幅度输出及无噪声情况下各滤波器理想的相位输出结果,从图4(a)可见由于目标极化状态与干扰极化状态在Poincare球上的距离很近,因此二维极化滤波损失较大,滤波后输出的幅度很低,这将导致滤波后的信噪比较小,传统的三维极化滤波方法较二维极化滤波后输出的幅度有所提高,在传统算法基础上进行了优化后,算法输出的幅度较前2种算法得到了明显改善。这为后续检测等处理提供了良好基础。

当采用其他参数进行仿真时,得到了类似结果。说明经过空域和极化域信息的充分挖掘算法的性能得到了进一步的改善。另外图4(b)给出了各种算法对无干扰及噪声情况的目标回波信号进行滤波后的相位输出,从输出结果看,算法的相位失真为线性失真,与参考相位的相位差为 $\Delta\varphi = \arg(\mathbf{H}_{\text{opt}}^T \mathbf{E}_s)$,显然可以通过相位补偿,实现零相移的输出。

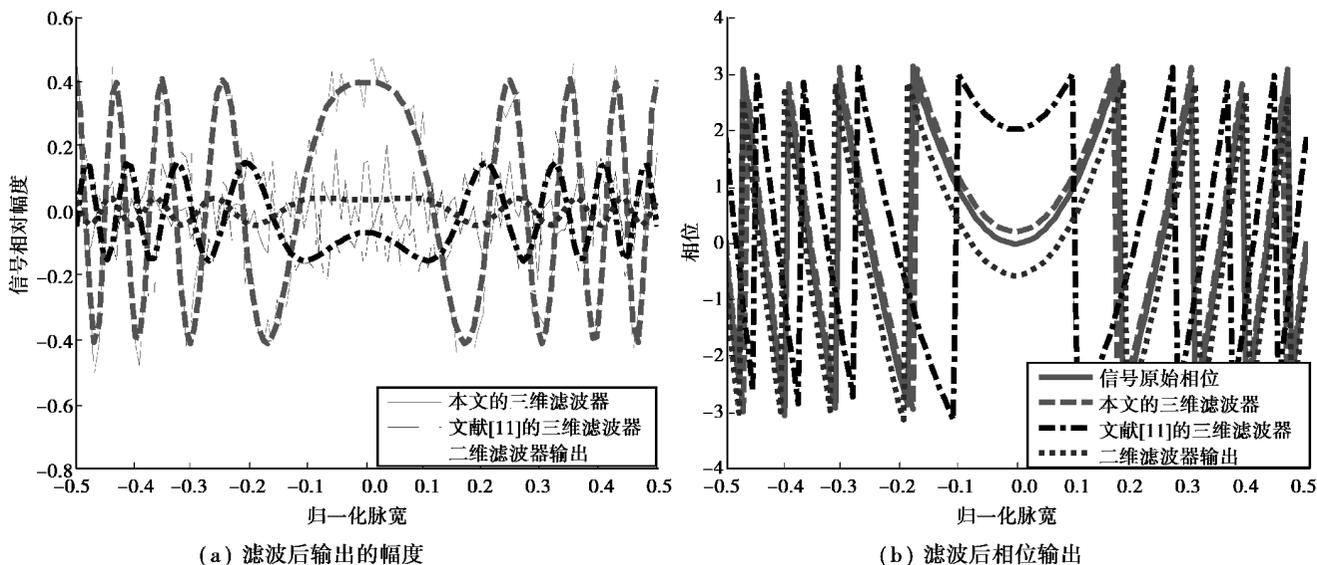


图4 滤波效果仿真实验

Fig.4 Simulation of the filtering effect

4 结论

在传统三维极化滤波算法的基础上,进一步明确了问题的内涵,即针对目标回波和干扰极化状态在Poincare球上接近的条件下,二维滤波算法近乎失效,而三维极化滤波算法则可以通过二者在空域上的差异,进一步进行滤波,并提出了基于正交投影极化抑制准则的最优滤波算法。通过理论分析和仿真实验可以发现,文中所提算法的性能较传统三维极化滤波算法有显著改善,在空域极化域联合滤波的理论和工程研究方面具有借鉴意义。

参考文献:

- [1] Poelman A J. Virtual polarisation adaptation a method of increasing the detection capability of a radar system through polarisation-vector processing [J]. Communications Radar & Signal Processing Iee Proceedings F, 1981, 128(5): 261-270.
- [2] Poelman A J, Guy J R F. Multinotch logic-product polarisation suppression filters: a typical design example and its performance in a rain clutter environment [J]. Communications Radar & Signal Processing Iee Proceedings F, 1984, 131(4): 383-396.
- [3] Gherardelli M, Giuli D, Fossi M. Suboptimum adaptive polarisation cancellers for dual-polarisation radars [J]. Processing IEE Proceedings F-Radar and Signal, 1988, 135(1): 60-72.
- [4] Gherardelli M. Adaptive polarisation suppression of intentional radar disturbance [J]. Radar & Signal Processing Iee Proceedings F, 1991, 137(6): 407-417.

- [5] 徐振海,王雪松,肖顺平,等.极化自适应递推滤波算法[J].电子学报,2002,30(4):608-610.
XU Zhenhai, WANG Xuesong, XIAO Shunping, et al. Adaptive recursive filtering in polarization domain[J]. Acta Electronic Sinica, 2002, 30(4): 608-610. (in Chinese)
- [6] 乔晓林,薛敬宏,邵仙鹤.极化自适应滤波算法的新实现[J].现代雷达,2006,28(1),58-60.
QIAO Xiaolin, XUE Jinghong, SHAO Xianhe. A new method of realization of adaptive filtering in polarization domain[J]. Modern Radar, 2006, 28(1), 58-60. (in Chinese)
- [7] 王雪松,汪连栋,肖顺平,等.自适应极化滤波器的理论性能分析[J].电子学报,2004,32(8):1326-1329.
WANG Xuesong, WANG Liandong, XIAO Shunping, et al. Theoretical performance analysis of adaptive polarization filters [J]. Acta Electronic Sinica, 2004, 32(8): 1326-1329.(in Chinese)
- [8] 毛兴鹏,刘永坦,邓维波,等.零相移瞬时极化滤波器[J].电子学报,2004,32(9):1495-1498.
MAO Xingpeng, LIU Yongtan, DENG Weibo, et al. Null phase-shift instantaneous polarization filter[J]. Acta Electronic Sinica, 2004, 32(9): 1495-1498. (in Chinese)
- [9] Mao X P, Liu Y T. Null phase-shift polarization filtering for high-frequency radar[J]. IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems, 2007, 43(4): 1397-1408.
- [10] 毛兴鹏,刘永坦,邓维波.频域零相移多凹口极化滤波器[J].电子学报,2008,36(3):537-542.
MAO Xingpeng, LIU Yongtan, DENG Weibo. Frequency domain null phase-shift multi-notch polarization filter [J]. Acta Electronic Sinica, 2008, 36(3): 537-542. (in Chinese)
- [11] 张国毅,刘永坦,邓维波.高频地波雷达的三维极化滤波[J].电子学报,2000,28(9):114-116.
ZHANG Guoyi, LIU Yongtan, DENG Weibo. Three dimension polarization filter of HF ground wave radar [J]. Acta Electronic Sinica, 2000, 28(9): 114-116. (in Chinese)
- [12] 张钦宇,曹斌,王健,等.基于斜投影的极化滤波技术[J].中国科学:信息科学,2010,40:91-101.
ZHANG Qinyu, CAO Bin, WANG Jian, et al. Polarization filtering based on oblique projection [J]. SCI of China: Info, 2010, 40: 91-101. (in Chinese)
- [13] 庄钊文,肖顺平,王雪松.雷达极化信息处理及其应用[M].北京:国防工业出版社,1999.
ZHUANG Zhaowen, XIAO Shunping, WANG Xuesong. Radar polarization information processing and application[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1999. (in Chinese)
- [14] 刘先忠,杨明.线性代数[M].北京:高等教育出版社,1999.
LIU Xianzhong, YANG Ming. Linear algebra[M]. Beijing: Higher Education Press, 1999. (in Chinese)
- [15] 刘爱军,宋立众,王季刚,等.斜投影三维极化滤波[J].哈尔滨工业大学学报,2012,44(3),75-80.
LIU Aijun, SONG Lizhong, WANG Jigang, et al. Three-dimensions polarization filtering based on oblique projection [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2012,44(3): 75-80. (in Chinese)

(编辑 詹燕平)