doi:10.11835/j.issn.1000-582X.2018.05.007

# 超低纹波 PWM 编码技术分析

冉多钢,陈 鹏,刘伟玲,许亚豪

(河北工业大学 机械学院, 天津 300130)

摘要:传统 PWM(pulse width modulation)技术的不足之处是会产生纹波脉冲,对其他电路产 生干扰。这对很多精度要求比较高的应用场合是非常不利的。一种基于脉冲编码的数字 PWM 方案,可以大幅度降低输出纹波的强度,可表述为:将 PWM 脉冲序列均匀的分布到整个 PWM 周期之中,最理想的情况是达到单个脉冲的程度。理论上 PWM 输出纹波与 PWM 信号各次谐 波幅值具有很强的正相关关系,其中基波与二次谐波的所产生的纹波最为显著。深入的分析表 明,这种编码映射方法可以将这 2 项均降低到数字 PWM 信号最低极限数量级。初步实验表明, 这种技术的效果非常显著。

关键词:纹波;谐波分析;脉冲宽度调制(PWM);傅里叶级数;脉冲编码 中图分类号:TM 921 文献标志码:A 文章编号:1000-582X(2018)05-052-08

# Analysis of ultra-low ripple PWM coding technique

### RAN Duogang, CHEN Peng, LIU Weiling, XU Yahao

(School of Mechanical Engineering, Hebei University of Technology, Tianjin 300130, P.R.China)

**Abstract**: Traditional pulse width modulation (PWM) produces harmful ripple, which will interfere with other circuits. It is very unfavorable for many applications where high accuracy is required. A digital PWM scheme based on code technique is proposed and it can significantly reduce the ripple. The scheme can be expressed as: the PWM pulse sequences are evenly distributed throughout the PWM cycle. The most ideal situation is up to a single pulse level. Theoretically, there is a strong positive correlation between the output ripple and the amplitude of each harmonic of the signal, in which the ripple generated by fundamental and the second harmonic wave is the most significant. More deep analysis shows that with the scheme based on code technique, the ripple can be reduced to the minimum order of digital PWM. Preliminary experiments show that the technique is useful.

Keywords: ripple; harmonic analysis; pulse width modulation (PWM); Fourier series; pulse coding

脉宽调制(PWM)是利用脉冲实现连续模拟输出的技术,广泛应用在电力电子、开关电源、DC-DC变换、 电机伺服等工程应用中。此外也可以利用 PWM 技术实现 D/A 转换<sup>[1]</sup>。

Supported by the National Major Scientific Instruments and Equipment Development Projects(2012YQ060165).

**作者简介:**冉多钢(1959一),男,河北工业大学教授,硕士生导师,主要从事测控技术与仪器的研究,(Tel)15222613695; (E-mail)r-d-q@sina.com。

刘伟玲(联系人),女,河北工业大学副教授,主要从事测控技术研究,(E-mail)Labview8@163.com。

收稿日期:2017-12-10

基金项目:国家重大科学仪器设备开发专项资助项目(2012YQ060165).

PWM 技术可以利用简单的开关实现对输出的连续控制。目前这种技术已经非常成熟,可以通过硬件电路实现,也可以通过微处理器实现。前者一般通过三角波与连续变化的控制电平相比较,产生占空比连续变化的控制波形<sup>[2-3]</sup>;后者则通过数字量实现相似的功能。由于数字 PWM 技术控制更加灵活智能,其应用前景也将更加广泛。

PWM 控制技术有 2 种不同的类型:一种是非隔离型 PWM,通过调整脉宽连续地控制输出,典型应用是 Buck 电路和 Boost 电路<sup>[4]</sup>,其占空比的变化范围从 0~1;另一种是隔离型 PWM,这种 PWM 信号除了利用 脉宽调制输出之外,还肩负着斩波的功能,从某种意义上讲,其占空比的变化范围只能从 0~0.5。

PWM 控制技术的不足之处是会产生高频纹波,对其他电路产生干扰。这对于很多精度要求比较高的应用场合是非常不利的。传统上,解决纹波问题的方法主要有 2 种。第一是提高调制频率,因为调制频率越高,高频纹波频率也随之提高,这种高频噪声比较容易被抑制。第二是后面加低通滤波器来抑制高频纹波的幅值。但是当希望实现更高的分辨率时,将会与提高调制频率发生冲突,特别是对于采用数字控制实现 PWM 功能时。例如在时钟周期一定的前提下,提高分辨率时,会使 PWM 周期增大,频率减小。研究内容就是为了解决提高分辨率和提高频率互相冲突问题。

## 1 传统 PWM

传统 PWM 技术如图 1 所示,其占空比为 τ/T,变化范围为 0~1,能够实现从 0~1 的连续控制量 输出<sup>[5]</sup>。



Fig.1 Traditional PWM Technology

PWM 信号除了能够产生所需的连续变化的占空比之外,还会产生各种不利的谐波成分,这也是产生纹 波的根源<sup>[6]</sup>。实际上,最后输出纹波的幅值与各次谐波的幅值谱具有很强的正相关关系。因此,评价纹波主 要从幅值谱入手。除此之外,还要考虑频率的影响,一般来说,频率越高越容易被衰减。由于 PWM 信号是 周期的,研究采用傅里叶级数进行频域分析。对于图 1 所示的 PWM 信号,其频谱为(对幅值做了归一化处 理)

$$X_{n} = \frac{\tau}{N} \frac{\sin \frac{n\tau}{T}\pi}{\frac{n\tau}{T}\pi} e^{-j\frac{n\tau}{T}\pi},$$
(1)

式(1)中:T为PWM周期; 7为一个PWM周期中的导通时间; n为谐波次数。

由于纹波强弱主要受幅值谱  $|X_n|$ 影响,相位因子可以忽略不计,故后面分析只考虑幅值谱。对于 p bit 的数字 PWM 信号,可以用一个 p bit 的数字量表达,其形式为 $D_{p-1}$ ..... $D_3D_2D_1D_0$ 。实际输出时要映射成脉 冲序列,其长度为  $N = 2^p - 1$ 。按照图 1 所示波形,映射关系为将数字量连续堆积成一个脉冲,设时钟周期为  $T_0$ ,则  $T = NT_0$ , $\tau = kT_0$ ,其幅值谱为

$$|X(n,k)| = \frac{k}{N} \frac{\sin \frac{n\pi}{N}k}{\frac{n\pi}{N}k},$$
(2)

在此表达式中,当n=0时为0次谐波, $|X_{(0,k)}|=k/N$ ,即占空比,为所需要输出的 PWM 信号,通过改 变k的值,可以连续的调节输出的模拟信号。当n>0时为各次谐波,均为脉冲成分。从应用角度来看,各个 级次的谐波均有纹波输出。首先,当n=1时为基波,该分量最强,频率也最低;其次,当n=2时为二次谐波, 其频率加倍,幅值也比更高次(n>2)谐波大。对于这些更高次谐波,一方面,其幅值随着n的增加趋于0;另一方面,频率越高,经过后级低通滤波器后,其幅值衰减幅度越大,最终输出时产生的纹波影响远低于基波和 二次谐波,因此,对纹波的评估重点放在基波与二次谐波上<sup>[7]</sup>。它们的幅值谱分别为

$$|X(l,k)| = \frac{k}{N} \frac{\sin \frac{l\pi}{N}k}{\frac{l\pi}{N}k},$$
(3)

式中1=1对应基波,1=2对应二次谐波。

式(3)表明,PWM 信号占空比的变化对纹波的幅值也有影响。当占空比为 0 或 1 时,也就是 k=0 或 k=N,完全不会产生纹波。当 k=1 或 k=N-1 开始产生纹波,此时基波与二次谐波所产生的纹波,定义为 最弱纹波

$$X_{l\min} = |X_{(l,1)}| = \frac{\sin \frac{l\pi}{N}}{\pi},$$
(4)

当占空比 k/N 达到约 1/2 时,基波纹波会达到最大,约 1/4 或 3/4 时,二次谐波纹波会达到最大,定义为最强纹波

$$X_{l_{\max}} = \frac{\sin\frac{\pi}{2}}{\pi} = 0.318, X_{2_{\max}} = \frac{\sin\frac{\pi}{2}}{2\pi} = 0.159,$$
(5)

因此,PWM 信号当占空比在 1/4~3/4 之间时会有较强的纹波。

对于不同的比特数目 p 或序列长度 N,其纹波最强与最弱的比值差距会很大,关系如表1所示,

Table 1 The relation of amplitude value				
Þ	$X_{1\min}$	$X_{ m 2min}$	$X_{1\mathrm{max}}/X_{1\mathrm{min}}$	$X_{2\max}/X_{2\min}$
4bit	0.066	0.129	5	1
8bit	$3.92 \times 10^{-3}$	$7.84 \times 10^{-3}$	81	20
10bit	$9.77 \times 10^{-4}$	$1.96 \times 10^{-3}$	325	81

表 1	纹波幅值关系

由此可以看出,当分辨率提高时,也就是比特数 p 增加时,纹波幅值的变化范围急剧增大。为了抑制纹波,只有提高 PWM 的调制频率。但是当调制频率提高时,要求时钟周期 T。也更低,这对微处理器的时钟周期也提出更高的要求<sup>[8]</sup>。

## 2 编码 PWM

相对传统 PWM 信号与脉冲序列的映射关系:将数字量连续堆积成一个脉冲,提出的编码方式是将它们 更均匀地分布于整个 PWM 周期之中。将图1中传统 PWM 进行初步改进,效果如图2 所示。

显然图 1 和图 2 的占空比是一样的,但后者基波的幅值相对更低,高次谐波成分的幅值相对更高, 显然纹波成分的能量向更高频率分布,等效调制频率有所提高。基于这种理念,编码的基本方法可表 述为:将 PWM 脉冲均匀的分布到整个 PWM 周期中,会得到更好的效果,最理想的分布方式是达到单



图 2 初步改进的脉冲分布方式

Fig.2 Preliminarily Improved Pulse Distribution

个脉冲的程度。

与传统数字 PWM 信号一样,也是将 *p* bit 的数字量映射成长度为 *N*=2<sup>*p*</sup>-1 的脉冲序列,此长度就是 PWM 脉冲序列的周期。为了便于分析,将此周期映射为 2π 相位。数字量中每一位 *D<sub>i</sub>* 在 PWM 脉冲序列 中占据特定的位置或相位,通过编码的方式使其均匀分布于整个周期中。如果 *D<sub>i</sub>* 比特为 0,脉冲序列中相 应位置或相位输出为 0;反之则输出为 1。

从理论上讲,D。可以放到任意位置,为了便于编码,把D。放在(N+1)/2位置或π相位。位置的不同 只是附加不同的相位因子,对幅值并无影响。

按照数字量与脉冲序列的映射关系,对于 D<sub>i</sub> 位,其权值为 2<sup>i</sup>,所以会有对应数目的脉冲映射到脉冲序列 中。再按照前面均匀分布的编码理念,这些脉冲以一定的间隔对称于 D<sub>0</sub>所在的 π 相位位置向两侧均匀分 布<sup>[9]</sup>。除此之外,这些脉冲还具有一定的起始位置或初始相位,虽然这些初始相位对频谱幅值并无影响,但 是后面频谱合成时还要涉及到。编码脉冲映射关系可以表达如表 2 所示。

Table, 2 Coucu pulse mapping relation					
数字量	脉冲个数	间隔(Δφ)	起始位置( $\varphi_0$ )		
$D_i$	$2^i$	$2\pi \times 2^{p-i}/N$	$2\pi \times 2^{p-i-1}/N$		

表 2 编码脉冲映射关系 Table. 2 Coded pulse mapping relation

限于篇幅,这里以 p=4bit 的 PWM 信号为例说明编码方法的实现原理。此时,各位数字量可依次表示为  $D_3D_2D_1D_0$ ,其中  $D_0$ 位于脉冲序列中间位置,其他  $D_i(i=1,2,3)$ 以  $D_0$ 所在位置为中心向两侧均匀分布。其编码分布如图 3 所示。



实际的输出是各个  $D_i$  的组合。在 p = 4 bit 的数字量的前提下,当占空比为 6/15 时, $D_3D_2D_1D_0 = 0110$ ;为 7/15 时, $D_3D_2D_1D_0 = 0111$ ;为 8/15 时, $D_3D_2D_1D_0 = 1000$ ;为 9/15 时, $D_3D_2D_1D_0 = 1001$ 。相应的输出脉冲序列分别如图 4 中(a)(b)(c)(d)所示。



该方法可以实现不同占空比 PWM 的编码,在实际应用中可以扩展到更多的比特数,以满足更高的分辨 率要求<sup>[10]</sup>。

## 3 性能分析

笔者的研究目标是降低 PWM 的输出纹波的幅值,而其大小又和频谱强度基本成正比关系,因此,通过 对编码的频谱做深入分析,来证明该方法可以实现非常低的纹波输出<sup>[11-12]</sup>。由于纹波强弱主要由受幅值谱 影响,相位因子可以忽略不计。后面分析只考虑幅值谱。

前文所述的编码方法都是以单个脉冲形式体现的,这些按照编码规律均匀分布脉冲的频谱可以利用单 个脉冲的频谱与傅里叶级数的时移定理进行合成。该定理表述如下:当一个周期信号在时间上移位时,它的 傅里叶级数的模保持不变,但是要附加一个相位移<sup>[13]</sup>。若

$$x(t) \xrightarrow{F_s} X_k, \tag{6}$$

则

$$x(t-t_0) \xrightarrow{F_s} e^{j\frac{2\pi}{T}kt_0} X_k$$
(7)

对于任意  $D_i = 1$  时,有  $2^i$  个均匀分布的单脉冲,每个单脉冲都会附加一个不同的相位移: $\varphi = \varphi_0 + m\Delta \varphi$ ,

 $m = 0 \sim 2^i - 1$ 。其中  $\Delta \varphi = \varphi_0$  参见表 2。

#### 3.1 基波分析

对于基波,根据前述傅里叶级数的时移定理,可以求出每一单脉冲的频谱

$$X_{C(1,D_i,m)} = X(1,1) e^{-j(\varphi_0 + m\Delta \varphi)}, \qquad (8)$$

式(8)中Xc表示编码后的频谱,m取值范围为0~2<sup>i</sup>-1。

这些单脉冲频谱之和对应 D<sub>i</sub>=1 的频谱

$$X_{C(1,D_i)} = \sum_{m=0}^{2^{i-1}} X_C (1, D_i, m) = X_{1,1} e^{-j\varphi_0} \sum_{m=0}^{2^{i-1}} e^{-jm\Delta\varphi} .$$
(9)

如果只考虑幅值谱,可以得到

$$|X_{X(1,D_i)}| = \Big| \sum_{m=0}^{2^i-1} X_{C(1,D_i,m)} \Big| = X_{l\min} \Big| \sum_{m=0}^{2^i-1} e^{-jm\Delta\varphi},$$
(10)

注意到常数的相位因子幅值为 1, $X_{(1,1)} = X_{l\min}$ 对于相应的最弱纹波。只有后面求和号中的内容会对幅值有影响,对于基波,这 2 项求和号中内容分别记作 $|S_{1(p,i)}|$ ,其表达式为

$$\left|S_{1(p,i)}\right| = \sum_{m=0}^{2^{i-1}} \mathrm{e}^{-jm\Delta\varphi} \left| = \left|\frac{\sin\left[\left(1+\frac{1}{N}\right)\pi\right]}{\sin\frac{2^{p-i}}{N}\pi}\right|,\tag{11}$$

式(11)中,当i=0时, $|S_{1(p,0)}|=1$ 。可以证明,当i>0时, $|S_{1(p,i)}|$ 幅值因子随着i值单调递增。并且 有如下表达式

$$\left|S_{1(p,1)}\right| = \left|\frac{\sin\frac{\pi}{N}}{\cos\frac{2\pi}{N}}\right|,\tag{12}$$

当 N 的值足够大时,式(12)中第一项分子趋于 0,分母趋于 1,则  $|S_{1(p,1)}| = 0$ ;第二项取极限,得  $|S_{1(p,p-1)}| = 1/2$ 。

在式(12)中,对于基波  $|S_{1(p,i)}|$  (*i*>1)的值而言,随着 N 增加,其值增加,极限为 1/2。即每一位  $D_i$ ,所 产生的纹波均不会超过其相应最弱纹波  $X_{lmin}$ 的 1/2。

对于一个实际输出的数字量,是由不同的 *D<sub>i</sub>* 组合而成的,详细的分析比较复杂,这里不做深入的定量分析,仅给出一个比较粗略的估计结果。当占空比为 1/*N* 时,编码方法与传统方法的纹波幅值大小一样,即前述的最弱纹波 *X*<sub>1min</sub>;当占空比大于 1/*N* 时,其中各位 *D<sub>i</sub>* 的上限是 *X*<sub>1min</sub>的 1/2,故其组合形式可以通过如下表达式估计

$$\left|\sum_{i=0}^{p-1} X_{C(1,D_i)}\right| < \sum_{i=0}^{p-1} |X_{C(1,D_i)}| = \frac{1}{2}(p+1).$$
(13)

## 3.2 二次谐波分析

对于二次谐波,根据前述傅里叶级数的时移定理,可以求出每一单脉冲的频谱

$$X_{C(2,D_i,m)} = X_{2,1} e^{-j2(\varphi_0 + m\Delta\varphi)}, \qquad (14)$$

式(14)中, $X_c$ 表示编码后的频谱,m取值范围为 $0 \sim 2^i - 1$ 。

这些单脉冲频谱之和对应 D<sub>i</sub>=1 的频谱

$$X_{C(2,D_i)} = \sum_{m=0}^{2^{i-1}} X_{C(2,D_i,m)} = X_{2,1} e^{-j2\varphi_0} \sum_{m=0}^{2^{i-1}} e^{-j2m\Delta\varphi}, \qquad (15)$$

如果只考虑幅值谱,可以得到

$$|X_{C(2,D_i)}| = \left|\sum_{m=0}^{2^{i}-1} X_{C(2,D_i,m)}\right| = X_{2\min} \sum_{m=0}^{2^{i}-1} e^{-j2m\Delta\varphi} \,.$$
(16)

注意到常数的相位因子幅值为  $1, X_{(2,1)} = X_{2\min}$  对于相应的最弱纹波。只有后面求和号中的内容会对幅值有影响,对于二次谐波,这 2 项求和号中内容分别记作  $|S_{2(p,i)}|$ ,其表达式为

$$|S_{2(p,i)}| = \left|\sum_{m=0}^{2i-1} e^{-j2m\Delta\varphi}\right| = \left|\frac{\sin\left[\left(1+\frac{1}{N}\right)2\pi\right]}{\sin\frac{2^{p-i}}{N}2\pi}\right|,$$
(17)

对于二次谐波,当i=0时, $|S_{2(p,0)}|=1/2$ 。当i=1时, $|S_{2(p,1)}|=2$ 。可以证明,当i>1时, $|S_{2(p,i)}|$ 幅 值因子随着i值单调递增。并且有如下表达式

$$|S_{2(p,2)}| = \left| \frac{\sin \frac{2\pi}{N}}{\cos \frac{\pi}{2N}} \right|, |S_{2(p,p-1)}| = \left| \frac{\sin \frac{2\pi}{2}}{\sin \frac{4\pi}{N}} \right|,$$
(18)

当 N 的值足够大时,式(18)中第一项分子趋于 0,分母趋于 1,则 $|S_{2(p,2)}|=0$ ;第二项取极限, $|S_{2(p,p-1)}|=1/2$ 。

在式(18)中,对于二次谐波 $|S_{2(p,i)}|(i \geq 2)$ 的值而言,随着 N 增加,其值增加,极限为 1/2。即每一位  $D_i$ ,所产生的纹波均不会超过其相应最弱纹波  $X_{1min}$ 的 1/2。

当占空比为 1/N 时,编码方法与传统方法的纹波幅值大小一样,即前述的最弱纹波 X<sub>2min</sub>;当占空比大于 1/N 时,其中各位 D<sub>i</sub> 的上限是 X<sub>2min</sub>的 1/2,故其组合形式可以通过如下表达式估计

$$\left|\sum_{i=0}^{p-1} X_{C(2,D_i)}\right| < \left|\sum_{i=0}^{p-1} X_{C(2,D_i)}\right| = \frac{1}{2}(p+3).$$
(19)

实际上这种估计结果远远高于实际的结果,即使这种估计是一种最为不利状况,相对于传统 PWM 方法 而言,纹波的幅值已经了低很多。

## 4 总 结

通过上述分析可知,与传统方法相比较,经编码方法处理之后,其纹波幅值有显著的改善。PWM 编码的 方法能够通过程序软件或硬件来实现<sup>[14-15]</sup>。该方法适用于对纹波要求较高的场合,因此上述研究有很高的 实用价值。

理论上最佳的编码方式是离散成单个脉冲的形式,但实际应用中考虑到开关的频率特性,也可以采用分 组方式实现,例如4个或8个脉冲为一组,这样可以适当增加脉冲的宽度,使开关对其响应更为理想。尽管 分组后谐波频率有所提高,但相对于传统编码方法而言,其纹波的幅值已经有很大的改善。经过初步的实验 验证,此技术效果良好。

#### 参考文献:

[1] 吴桂清,李鸿霖,戴瑜兴,等. 微控制器 PWM 接口实现高分辨率 D/A 转换器方法研究[J]. 电子学报,2012,40(8): 1631-1634.

WU Guiqing, LI Honglin, DAI Yuxing, et al. Implementation method of high-resolution DAC using the MCU's PWM interfaces[J]. Atca Electronica Sinica, 2012, 40(8): 1631-1634.(in Chinese)

[2]李金科,金新民,吴学智,等.模块化多电平变流器模块电压纹波抑制策略及应用[J].中国电机工程学报,2016,36(7): 1892-1899.

LI Jinke, JIN Xinmin, WU Xuezhi, et al. Strategy and application of reducing capacitor voltage ripples in modular multilevel converters[J]. Proceedings of the CSEE,2016, 36(7): 1892-1899.(in Chinese)

[3] Kolar J W, Ertl H. A novel three-phase single-switch discontinuous-mode AC-DC buck-boost converter with high-quality input current waveforms and isolated output[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 1994, 19(2): 160-172.

- [4] 唐治德,王官涛,杨红,等.有源纹波补偿 BUCK 型 LED 驱动电源[J]. 重庆大学学报,2012,35(12):40-45.
   TANG Zhide, WANG Guantao, YANG Hong, et al. The power supply based on BUCK with active ripple compension for LED[J]. Journal of Chongqing University, 2012, 35(12):40-45.(in Chinese)
- [5] 王兆安,刘进军. 电力电子技术[M]. 北京:机械工业出版社,2009.
- WANG Zhaoan, LIU Jinjun. Power electronics [M]. Beijing: China Machine Press, 2009.(in Chinese)
- [6] Lin Y K, Lai Y S. Pulse-width modulation technique for BLDCM drives to reduce commutation torque ripple without calculation of commutation time[J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2011, 47(4): 1786-1793.
- [7]王学勤,汤耀林.一种新型的脉宽调制方法[J]. 重庆大学学报,1990,13(1):23-34.
   WANG Xueqin, TANG Yaolin. A new pwm method average value PWM[J]. Journal of Chongqing Uniersity, 1990, 13(1):23-34.(in Chinese)
- [8] 吴建德,杜进,王瑞驰,等.基于开关纹波调制的电源线通讯线技术[J]. 电工技术学报,2014,29(4):166-172.
   WU Jiande, DU Jin, WANG Ruichi, et al. Power line communication technique based on switching ripple modulation [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2014, 29(4): 166-172.(in Chinese)
- [9] Hagiwara M, Akagi H. Control and experiment of pulse width-modulated modular multilevel converters [J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2009, 24(7):1737-1746.
- [10] 汪泉弟,王赢聪,高峰,等.电源分配网络阻抗分析及去耦电容优化[J]. 重庆大学学报,2016,39(6):19-26.
   WANG Quandi, WANG Yingcong, GAO Feng, et al. Impedance analysis and decoupling capacitance optimization of power delivery network[J]. Journal of Chongqing Uniersity, 2016, 39(6): 19-26. (in Chinese)
- [11] Babu T S, Priya K, Maheswaran D, et al. Selective voltage harmonic elimination in PWM inverter using bacterial foraging algorithm[J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2014, 20: 74-81.
- [12] 陈章勇,许建平,吴建雪,等.耦合电感零输入纹波高增益非隔离 DC-DC 变换器[J]. 中国电机工程学报, 2014, 34(33): 5836-5845.

CHEN Zhangyong, XU Jianping, WU Jianxue, et al. High voltage gain zero-ripple non-isolated converters with a coupledinductor [J]. Proceedings of the CSEE, 2014, 34(33): 5836-5845.(in Chinese)

- [13] (美)奧本海姆,(美)维尔斯基,(美)纳瓦卜.信号与系统[M]. 刘树堂译. 北京:电子工业出版社,2013.
   ALAN V Oppenheim, WILLSKY Alan S, HAMID S. Siginals and Systerms [M]. LIU Shutang. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2013.(in Chinese)
- [14] Barrena J A, Marroyo L, Rodriguez M A, et al. A novel PWM modulation strategy for DC voltage balancing in cascaded H-bridge multilevel converters [C] // Proceedings of the International Conference on "Computer as a Tool". Warsaw: IEEE,2007: 38-42.
- [15] 胡存刚,胡军,陈权,等. 基于特定谐波消除 PWM 的三电平有源中点钳位逆变器共模电压抑制方法[J]. 电工技术学报, 2016, 31(16): 93-102.

HU Cungang, HU Jun, CHEN Quan, et al. Suppression method of common-mode voltage for three-level active neutralpoint-clamped inverter based on selective harmonics elimination PWM [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2016, 31(16): 93-10.(in Chinese)

(编辑 侯 湘)