

doi:10.11835/j.issn.1000-582X.2019.01.006

# 弹丸侵彻混凝土靶板破坏过程的近场动力学模拟

沈 峰<sup>1</sup>, 章 青<sup>2</sup>, 顾 鑫<sup>2</sup>

(1. 苏州科技大学 土木工程学院, 江苏 苏州 215000; 2. 河海大学 工程力学系, 江苏 南京 211100)

**摘要:**为了精确描述弹丸侵彻混凝土靶板的破坏过程及其演化规律,文中采用基于非局部相互作用思想与空间积分方程建模的键型近场动力学(peridynamics, PD)方法,改进了近场动力学本构力核函数,对弹丸侵彻下混凝土靶板的动态破坏过程进行仿真分析。模拟了弹丸侵彻下混凝土靶板破坏的全过程,探讨了不同冲击速度下混凝土靶板的破坏特征,较好地描述了其损伤累积和渐进破坏过程。

**关键词:**近场动力学;混凝土板;侵彻;数值模拟

中图分类号:Q313

文献标志码:A

文章编号:1000-582X(2019)01-064-06

## Peridynamics modeling for projectile penetrating into concrete

SHEN Feng<sup>1</sup>, ZHANG Qing<sup>2</sup>, GU Xin<sup>2</sup>

(1. School of Civil Engineering, Suzhou University of Science and Technology, Suzhou 215000, Jiangsu, P.R.China; 2. Department of Engineering Mechanics, Hohai University, Nanjing 211100, Jiangsu, P.R.China)

**Abstract:** Peridynamics (PD) is a continuum theory based on the idea of non-local interaction and spatial integral equation modelling. In order to accurately describe the failure process and evolution of the projectile penetrating the concrete target plate, the non-local PD model is proposed. The modified PD constitutive model is used to simulate the dynamic failure process of the projectile penetrating the concrete target plate and the failure characteristics of concrete target plate under different impact velocities are discussed. The process of concrete damage accumulation and progressive failure is obtained.

**Keywords:** peridynamics; concrete; penetration; numerical simulation

弹丸侵彻混凝土靶板是一个极为复杂的动力学问题,其试验和理论研究一直是学术界和工程界至为关注的课题之一<sup>[1-3]</sup>。许多研究人员对此进行了深入系统的研究,取得了许多成果<sup>[4-6]</sup>。在侵彻过程中,混凝土在高速、高温、高压等极端条件下经历高应变率大变形,可导致出现各种复杂的变形,显示出明显的不连续特征。基于经典连续介质力学的有限元法、有限差分法等由于强烈的网格依赖性,在计算过程中会出现网格畸变,导致计算中止,难以直接用于计算和模拟材料及结构发生破坏的整个过程<sup>[7]</sup>。近场动力学理论及其计算方法在描述固体材料裂纹扩展、损伤破坏等不连续问题时,显示出独特的优势,引起了相关领域的关注<sup>[8-12]</sup>。

收稿日期:2018-06-13

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51709194, 11672101);国家重点研发计划资助项目(2017YFC1502603);江苏省自然科学基金项目(BK20151493)。

Supported by National Natural Science Foundation of China (51709194, 11672101), National key technologies Research and Development program (2017YFC1502603), Natural Science Foundation of Jiangsu Province (BK20151493).

作者简介:沈峰(1984—),男,博士,主要从事灾变破坏力学研究,(E-mail)shenfeng1023@163.com。

该理论基于非局部思想建立模型,采用空间积分方程代替偏微分方程描述材料的力学行为,是解决“连续”理论和“不连续”问题之间根本矛盾的一种新途径。它不考虑位移场的连续性,不受连续性和网格约束,通过求解积分方程计算一定影响域的材料点之间的相互作用力。它的本构函数包含了材料的微观结构特征,材料的内部响应在“点对”尺度上计算,裂纹自然萌生和扩展。

Demmi 等<sup>[13]</sup>进行大型混凝土结构的极限荷载分析,并模拟了在冲击、爆炸作用下的损伤破坏。Ha 等<sup>[14]</sup>研究了动态脆性断裂的特征,并将近场动力学模拟的结果与实验对比。顾鑫等<sup>[15]</sup>基于近场动力学方法,对混凝土板侵彻问题进行了研究,揭示了损伤累积及裂纹扩展全过程与最终破坏形态。章青等<sup>[16]</sup>在近场动力学理论框架下,对颗粒材料在冲击荷载作用下的动态力学响应进行了模拟。郁杨天等<sup>[17]</sup>对含单边缺口混凝土梁在冲击荷载作用下的破坏过程进行了数值模拟,得到了裂纹扩展路径、角度以及裂尖速度与时间的变化规律。

笔者在前期研究的基础上<sup>[18-19]</sup>,基于键型近场动力学方法及改进的混凝土 PD 本构模型<sup>[19]</sup>,进一步研究弹丸对混凝土板的侵彻问题。

## 1 基本理论

假设某时刻  $t$ ,空间域  $R$  内任一物质点  $x$ ,与位于其周围一定范围  $\delta$ (近场范围)内的任意物质点  $x' \in R$ :  $|x' - x| \leq \delta$  之间存在相互作用力  $f$ ,如图 1 所示。

由牛顿第二定律可知,近场动力学的运动方程为<sup>[8-9]</sup>

$$\rho \ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t) = \int_{H_x} \mathbf{f}(\mathbf{u}(x', t) - \mathbf{u}(x, t), \mathbf{x}' - \mathbf{x}) dV_{x'} + \mathbf{b}(\mathbf{x}, t), \quad (1)$$

式中: $\rho$  为材料密度; $\mathbf{u}$  为物质点的位移; $\mathbf{b}$  为外荷载密度; $H_x$  为  $x$  的近场范围。物质点间的相互作用力函数  $f$  包含了材料的本构信息,也称为本构力函数。根据牛顿第三定律,近场动力学中的本构力函数应满足线动量守恒,即作用力与反作用力大小相等,方向相反。

$$f(-\boldsymbol{\eta}, -\boldsymbol{\xi}) = -f(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi}) \quad \forall \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi}. \quad (2)$$

此外,物质点对间的相互作用力函数  $f$  应与点对变形后的相对位置矢量  $\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\eta} = (\mathbf{x}' + \mathbf{u}') - (\mathbf{x} + \mathbf{u})$  方向一致,即满足角动量守恒

$$f(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi}) \times (\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\xi}) = 0 \quad \forall \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi}, \quad (3)$$

式中,  $\boldsymbol{\eta}$  为相对位移,  $\boldsymbol{\eta} = \mathbf{u}' - \mathbf{u}$ ;  $\boldsymbol{\xi}$  为相对位置,  $\boldsymbol{\xi} = \mathbf{x}' - \mathbf{x}$ 。

近场动力学方法引入物质点之间的“伸长率”用以描述材料的破坏。Silling 等<sup>[8]</sup>将其定义为

$$s(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi}) = \frac{|\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\xi}| - |\boldsymbol{\xi}|}{|\boldsymbol{\xi}|}. \quad (4)$$

当伸长率超越了给定的限值,即“临界伸长率”,记为  $s_0$ ,它们之间生成的“键”将发生永久的不可逆断裂。

近场动力学避免了传统连续介质力学方法在求解不连续问题时的奇异性,并且不再直接使用“应力”和“应变”概念建模,而采用“微力”与“位移差值”建模。

## 2 本构模型

根据混凝土的材料结构特征及力学性能,将其视为均匀、各向同性的弹脆性材料,其本构函数可采用:

$$f = \frac{\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\xi}}{|\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\xi}|} \mu c(\boldsymbol{\xi}, \delta) s, \quad (7)$$

$$\mu(t, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi}) = \begin{cases} 1 & s(t', \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi}) < \min(s_0(t', \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi}), s_0(t', \boldsymbol{\eta}', \boldsymbol{\xi}')), \\ 0 \leq t' \leq t & \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

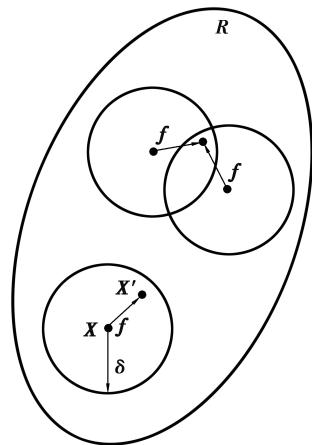


图 1 物质点之间的相互作用

Fig.1 Pairwise interaction of material points

其中,  $\mu(t, \eta, \xi)$  是一个与时间  $t$  相关的标量布尔函数, 用以表征“键”的破坏情况; 用微观弹性模量函数  $c(\xi, \delta)$  来表征物质点对的刚度, 它是由本构力核函数  $g(\xi, \delta)$  和集中函数  $c(0, \delta)$  构成, 且  $c(\xi, \delta) = c(0, \delta)g(\xi, \delta)$ 。本构力核函数  $g(\xi, \delta)$  反映了物质点间长程力的强度随其间距的变化规律, 而集中函数  $c(0, \delta)$  用以表征两物质点在无限靠近时的物质点对刚度。文中采用文献[19]提出的二次多项式型本构力核函数<sup>[19]</sup>, 其形式为

$$g(\xi, \delta) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{\xi}{\delta}\right)^2, & \xi \leq \delta; \\ 0, & \xi > \delta. \end{cases} \quad (8)$$

对混凝土这种拉、压强度差别很大的微弹脆性材料, 应对其受拉和受压情况分别进行考虑。取  $s_0 = s_0(s_t, s_c)$ , 如图 2 所示, 图中  $s_t$  为临界张拉伸长率, 即当“键”的伸长率超过该值时, 物质点对将发生永久性的破坏;  $s_c$  为临界压缩伸长率, 反映了混凝土的抗压能力。当“键”的伸长率超过了该限值(均取绝对值)时, 并不意味着“键”被压断, 此时, 混凝土仍有一定承载力, 却不能被无限的压缩, 这也符合混凝土实际的力学行为特征。

若已知混凝土材料的物理参数, 可由经验公式求得临界伸长率和临界压缩率。根据《混凝土结构设计规范》, 混凝土材料参数选取经验公式

$$E_c = \frac{10^5}{2.2 + \frac{34.7}{f_{cu}}} \text{ 。} \quad (9)$$

由式(10)和式(11)可以计算混凝土拉压异性的临界伸长率

$$s_t = \frac{f_t}{E_c}, \quad (10)$$

$$s_c = \frac{f_{cu}}{E_c} \text{ 。} \quad (11)$$

由近场动力学基本理论以及对相关参量的推导, 将混凝土材料的损伤定义为

$$D(x, t) = 1 - \frac{\int_H \mu(x, \xi, t) dV_\xi}{\int_H dV_\xi}, \quad (12)$$

式中,  $D$  称为损伤变量。若  $D=1$ , 对应完全损伤状态, 即发生了断裂或者破坏; 若  $0 < D < 1$ , 代表不同程度的损伤状态; 若  $D=0$ , 则对应无损伤状态。由对损伤的定义可以看出, 在近场动力学方法中, 物质点对之间的作用力函数包含了材料损伤和断裂的描述, 因此, 在破坏分析时不需要额外的断裂准则, 裂纹自然的萌生并扩展, 也无需预先进行开裂判断或裂纹路径分析等。

### 3 算例分析

考虑 1 个刚性弹丸垂直撞击混凝土圆形靶板, 板的直径为 0.15 m, 厚度为 0.002 m。假定混凝土是均匀、各向同性的脆弹性材料, 密度为  $2400 \text{ kg/m}^3$ , 体积模量  $K$  取 20 GPa。刚性小球的直径为 0.005 m, 初始速度分别为 100、200、300、400 m/s。撞击点在混凝土板的上表面中心。整个系统的温度保持在 300 K, 构造立方晶格, 晶格常数为  $\Delta x = 0.0005 \text{ m}$ 。近场范围  $\delta$  取 0.0015 m。模型中含有 370 797 个粒子, 每个粒子的体积分数为  $V_i = 1.25 \times 10^{-10} \text{ m}^3$ , 时间步长  $\Delta t = 1 \times 10^{-7} \text{ s}$ 。

当冲击速度分别 100、200、300、400 m/s 时, 混凝土圆板破坏过程的损伤云图, 如图 3~图 6 所示: 其中,  $a$  为  $t=1000$  时间步长时的破坏形态,  $a \sim d$  时间间隔为 2000 时间步长。

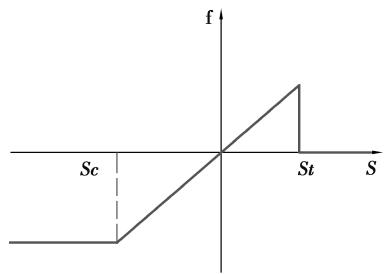
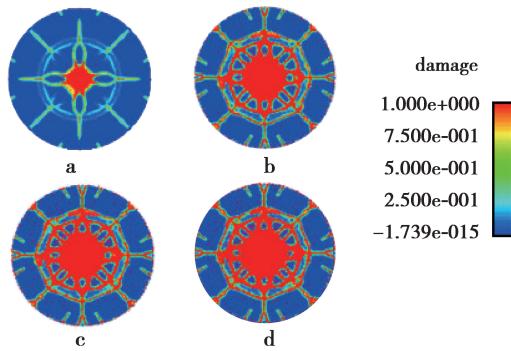
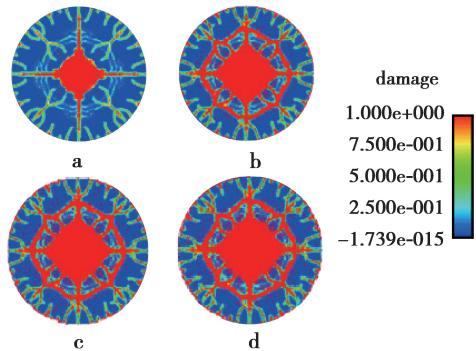
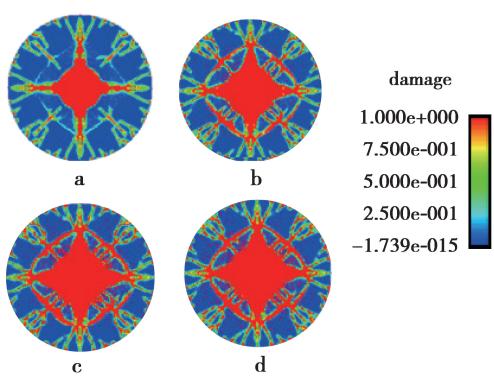
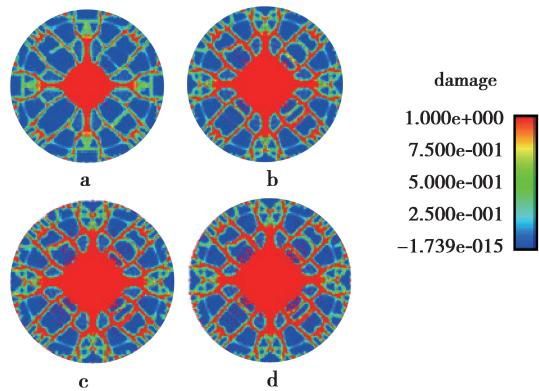


图 2 混凝土材料的临界伸长率

Fig.2 Critical strength of concrete

图3 损伤云图( $v=100$  m/s)Fig 3 Damage image simulation( $v=100$  m/s)图4 损伤云图( $v=200$  m/s)Fig 4 Damage image simulation( $v=200$  m/s)图5 损伤云图( $v=300$  m/s)Fig 5 Damage image simulation( $v=300$  m/s)图6 损伤云图( $v=400$  m/s)Fig 6 Damage image simulation( $v=400$  m/s)

由图3~图6可知:

1)接触之初、混凝土在刚性小球压力下产生微小弹性变形;随着弹丸侵入靶板,混凝土板表面形成一系列环状裂纹,径向形成许多交叉裂纹,混凝土弹着点附近混凝土粉碎,形成接触弹坑,并有许多碎片反向抛出,粉碎区域不断演化,交叉裂纹急剧发展,形成粉碎核。

2)撞击速度不同,混凝土板的破坏呈现不同的形态。在冲击混凝土板的过程中,撞击点附近的混凝土将被压碎。压碎的混凝土范围,随着撞击速度的增大而增大。从第1 000时间步的结果可以看出,当速度 $v=100$  m/s时,撞击点附近的混凝土被压碎的区域较小,环状裂纹的数量不多,还未出现明显的交叉裂纹,仅有数条明显的径向裂纹。随着速度增大,被压碎的混凝土区域增大,形成的环状裂纹以及径向交叉裂纹显著增多。特别是速度增加到 $v=400$  m/s时,模拟初期就出现的大面积被压碎的混凝土,无论环向裂纹还是交叉裂纹,其数量和开裂程度均有大幅增长,并形成了一些碎片。这表明,冲击速度对混凝土板的损伤破坏有显著影响。小球侵彻混凝土时,不仅对混凝土板轴向材料有压缩破坏作用,而且对混凝土材料在径向有较大的挤压作用,导致混凝土靶孔周围材料破坏。图7展示了不同速度下,混凝土板的最大损伤量。图8显示了不同速度下,系统中总能量的变化。

3)模拟开始时,混凝土板的损伤量迅速增大。速度越大,其曲线越陡,破坏越强烈。当损伤量增加到一定程度后,它的增量趋于平缓。而此时,混凝土板被小球击穿。速度越大,损伤量放缓的时间越早。对于不同的速度,其损伤量的值亦有所不同,速度400 m/s时,其损伤量大约为0.42;当速度为100 m/s时,其损伤量仅为0.35。这表明,速度大的小球,其对混凝土板的破坏程度越大,混凝土板的损伤量与冲击速度成正比。

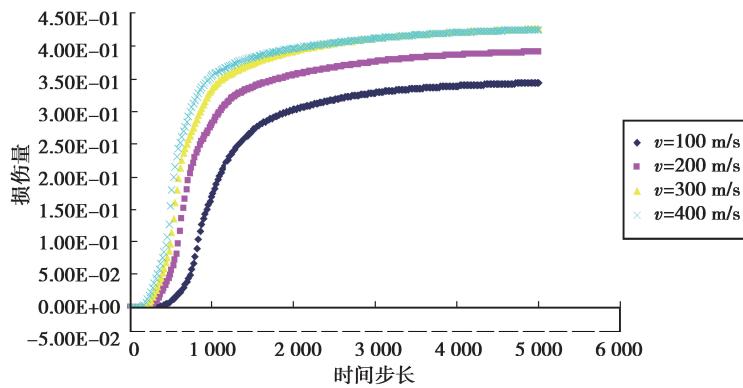


图 7 混凝土板的损伤量

Fig.7 Damage of the concrete plate

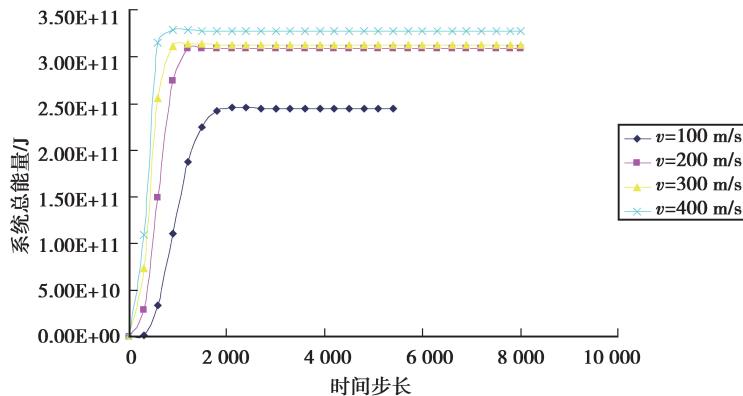


图 8 系统总能量变化曲线

Fig.8 Total energy curve due to Peridynamic simulation

## 4 结 论

近场动力学理论是解决“不连续”问题的一种有效途径,文中在键型近场动力学理论框架下,采用了二次多项式型本构力核函数建立模型,模拟了弹丸侵彻下混凝土靶板破坏的全过程,探讨了混凝土靶板在不同冲击速度下的破坏特征。弹着点附近弹坑大小、混凝土靶板的破碎程度、累积损伤量及破坏程度均与冲击速度有关,并随其增大而不断增大。不同冲击速度下裂纹形态也呈现出明显的差异。低速冲击时,靶板裂纹数量较少,径向裂纹较为明显,破碎程度低;而高速冲击时,靶板裂纹数量显著增多、环向裂纹较多、破碎程度高。但需要指出的是,文中采用的键型近场动力学模型存在材料泊松比为 0.25 的限制,后续将基于常规状态型和非常规状态型近场动力学模型<sup>[20]</sup>,深入研究弹丸侵彻混凝土靶板的破坏过程和机理。

### 参考文献:

- [1] 张德海, 朱浮声, 邢纪波. 弹丸侵彻无钢筋混凝土的数值模拟 [J]. 岩土力学, 2006, 27(7):1143-1146,1152.  
ZHANG Dehai, ZHU Fusheng, XING Jibo. Numerical simulation of projectile penetrating into plain concrete [J]. Rock and Soil Mechanics, 2006, 27(7): 1143-1146,1152.(in Chinese)
- [2] 刘海峰, 宁建国. 冲击荷载作用下混凝土动态本构模型的研究 [J]. 工程力学, 2008, 25(12): 135-140.  
LIU Haifeng, NING Jianguo. Dynamic constitutive model of concrete subjected to impact loading [J]. Engineering Mechanics, 2008, 25(12): 135-140.(in Chinese)
- [3] 高世桥,刘海鹏,金磊,等. 混凝土侵彻力学[M]. 北京:中国科学技术出版社,2013.  
GAO Shiqiao, LIU Haipeng, JIN Lei, et al. Mechanics of concrete penetration[M]. Beijing: China Science and Technology Press,2013.(in Chinese)

- [4] 董军, 邓国强, 杨科之, 等. 弹丸对混凝土薄板的冲击破坏效应 [J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(4): 713-720.  
DONG Jun, DENG Guoqiang, YANG Kezhi, et al. Damage effect of thin concrete slabs subjected to projectile impact [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(4): 713-720.(in Chinese)
- [5] 徐兵, 崔思婕, 徐敏捷. 基于 SPH 方法的弹丸侵彻仿真分析 [J]. 大学物理实验, 2016, 29(6):108-110.  
XU Bing, CUI Sijie, XU Minjie . A simulation of projectile penetration by SPH method [J]. Physical Experiment of College, 2016, 29(6): 108-110. (in Chinese)
- [6] 徐晖. 混凝土侵彻过程中的裂纹扩展 [J]. 重庆理工大学学报(自然科学), 2012, 26(10): 25-28.  
XU Hui. Study on crack growth based on penetration of concrete [J]. Journal of Chongqing Institute of Technology (Natural Science), 2012, 26(10):25-28. (in Chinese)
- [7] 刘凯欣, 郑文刚, 高凌天. 脆性材料动态破坏过程的数值模拟 [J]. 计算力学学报, 2003, 20(2): 127-132.  
LIU Kaixin, ZHENG Wengang, GAO Lingtian. Numerical simulation for the dynamic failure process in brittle materials [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2003, 20(2): 127-132.(in Chinese)
- [8] Silling S A. Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2000, 48(1): 175-209.
- [9] Silling S A, Askari E. A meshfree method based on the peridynamic model of solid mechanics [J]. Computers & Structures, 2005, 83(17/18):1526-1535.
- [10] 黄丹, 章青, 乔丕忠, 等. 近场动力学方法及其应用[J]. 力学进展, 2010, 40(4):448-459.  
HUANG Dan, ZHANG Qing, QIAO Pizhong, et al. A review on peridynamics method and its applications [J].Advances in Mechanics, 2010, 40(4): 448-459. (in Chinese)
- [11] Roy P, Pathrikar A, Deepu S P, et al. Peridynamics damage model through phase field theory [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2017, 128-129: 181-193.
- [12] Ren B, Fan H F, Bergel G L, et al. A peridynamics - SPH coupling approach to simulate soil fragmentation induced by shock waves [J]. Computational Mechanics, 2015, 55(2):287-302.
- [13] Demmie P, Silling S. An approach to modeling extreme loading of structures using peridynamics [J]. Journal of Mechanics of Materials and Structures, 2007, 2(10): 1921-1945.
- [14] Ha Y D, Bobaru F. Characteristics of dynamic brittle fracture captured with peridynamics [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2011, 78(6): 1156-1168.
- [15] 顾鑫, 章青, 黄丹. 基于近场动力学方法的混凝土板侵彻问题研究 [J]. 振动与冲击, 2016,35(6):52-58.  
GU Xin, ZHANG Qing, HUANG Dan. Peridynamics used in solving penetration problem of concrete slabs [J]. Journal of Vibration and Shock, 2016, 35(6): 52-58.(in Chinese)
- [16] 章青, 顾鑫, 郁杨天. 冲击载荷作用下颗粒材料动态力学响应的近场动力学模拟 [J]. 力学学报, 2016, 48(1): 56-63.  
ZHANG Qing, GU Xin, YU Yangtian. Peridynamics simulation for dynamic response of granular materials under impact loading [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2016, 48(1): 56-63.(in Chinese)
- [17] 郁杨天, 章青, 顾鑫. 含单边缺口混凝土梁冲击破坏的近场动力学模拟 [J]. 工程力学, 2016,33(12):80-85.  
YU Yangtian, ZHANG Qing, GU Xin. Impact failure simulation of a single-edged notched concrete beam based on peridynamics[J]. Engineering Mechanics, 2016,33(12):80-85.(in Chinese)
- [18] 沈峰, 章青, 黄丹, 等. 冲击荷载作用下混凝土结构破坏过程的近场动力学模拟[J]. 工程力学, 2012, 29(s1): 12-15.  
SHEN Feng, ZHANG Qing, HUANG Dan, et al. Peridynamics modeling of failure process of concrete structure subjected to impact loading[J].Engineering Mechanics, 2012,29(s1):12-15. (in Chinese)
- [19] 沈峰, 章青, 黄丹, 等. 基于近场动力学方法的结构准静态变形的定量计算 [J]. 重庆大学学报, 2016, 39(5): 49-55.  
SHEN Feng, ZHANG Qing, HUANG Dan, et al. Quatitative calculation of quasi-static deformation of structure based on peridynamics theory [J]. Journal of Chongqing University, 2016, 39(5): 49-55.(in Chinese)
- [20] Silling S A, Epton M, Weckner O, et al. Peridynamic states and constitutive modeling [J]. Journal of Elasticity, 2007, 88 (2): 151-184.