

doi:10.11835/j.issn.1000-582X.2019.11.004

错层框架结构考虑二阶效应的设计方法

魏巍, 郭喜, 喻德建

(重庆大学 a. 土木工程学院; b. 山地城镇建设与新技术教育部重点实验室, 重庆 400045)

摘要:针对实际工程中存在的错层框架结构如何考虑其二阶效应的设计方法问题, 结合《混凝土结构设计规范》, 经理论分析及算例对比, 提出了切实可行的简化设计方法。该方法较好地反映了错层框架结构中柱子的二阶效应规律, 可用于指导工程设计并为规范相关条文修订及后续研究工作提供参考与依据。

关键词:钢筋混凝土; 框架结构; 错层柱; 二阶效应

中图分类号: TU318

文献标志码: A

文章编号: 1000-582X(2019)11-029-09

The design method of staggered frame structure considering the second-order effect

WEI Wei, GUO Xi, YU Dejian

(a. School of Civil Engineering; b. Key Laboratory of New Technology for Construction of Cities in Mountain Area, Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing 400045, P. R. China)

Abstract: In order to solve the existing problems in the practical engineering design method involving the second-order effect of staggered frame structure, by combining with *The Concrete Structure Design Codes* and through theoretical analysis and the example comparison, this paper proposed some feasible methods to simplify designation. The methods well reflect the law of the second-order effect of staggered frame structure, and it can be used to guide engineering design and to provide reference for regularizing the relevant provisions revision and subsequent research work.

Keywords: reinforced concrete; frame structure; staggered column; the second-order effect

二阶效应是结构受力分析中通常存在的力学现象, 在进行结构受力研究时, 对内力和变形的影响通常不能被忽略。二阶效应根据产生的原因分为 $P-\Delta$ 效应和 $P-\delta$ 效应两类^[1]。

《混凝土结构设计规范》^[2]在附录 B 中给出了规则框架结构考虑 $P-\Delta$ 效应的“层增大系数法”, 对于实际工程中存在的错层框架结构, 该方法不适用。基于分离杆件及等效计算长度的 ηl_0 法是一种源于结构稳定理论的近似等效简化方法, 它既可用于 $P-\Delta$ 效应, 也可用于 $P-\delta$ 效应的研究计算。慕遂峰^[3]曾基于此方法对钢筋混凝土错层框架结构的二阶效应进行了研究, 但采用的 ηl_0 法存在以下不足: 1) 等效计算长度 l_0 的取值采用基于弹性稳定理论的诺模图^[4]查值法确定, 未能反映杆件的真实受力与变形状态, 与实际情况不符; 2) 未考虑 $P-\Delta$ 效应只会增大引起结构侧移的弯矩 M_s , 不会增大不引起结构侧移的弯矩 M_{ns} 这一基本受力规

收稿日期: 2019-06-17

基金项目: 国家重点研发项目(2016YFC0701602)。

Supported by National Key Research Project(2016YFC0701602)。

作者简介: 魏巍(1969—), 男, 重庆大学副教授, 主要从事钢筋混凝土结构研究, (E-mail) wweeiiz@163.com。

郭喜(1992—), 男, 重庆大学硕士研究生, (E-mail) guoxi221139@sina.com。

律^[1]。依据已有的研究成果,以经典的 $\eta-l_0$ 方法作为理论基础,通过大量的算例分析对错层框架结构展开研究,文中提出了错层柱“计算楼层”的定义及错层柱基于实际约束状态下的等效计算长度系数,并为工程设计提供了一套可靠的考虑二阶效应的计算方法。

1 错层框架结构及其二阶效应问题

错层框架结构是指在建筑中同层楼板相互错开的结构,如图 1 所示。当相邻楼面高差 C 超过一定高度限值时,会引起梁柱构件内力分配沿层分布的复杂化,属于复杂建筑结构形式^[5]。

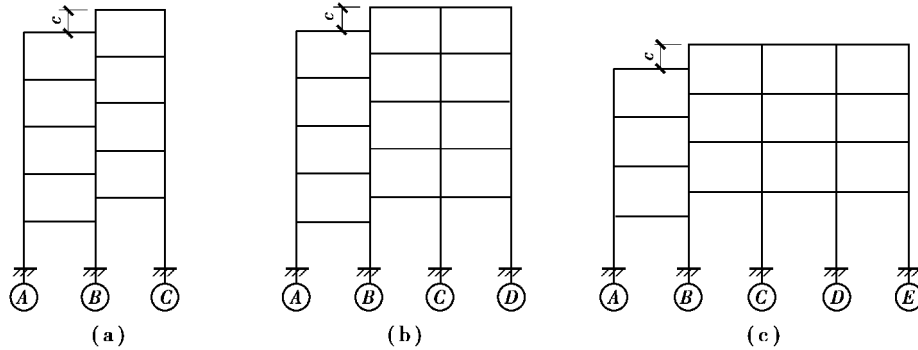


图 1 错层框架结构模型

Fig. 1 model of staggered floor frame

以图 1(b)所示的模型为分析对象,建立五层三跨错层框架结构模型,梁截面 $300\text{ mm} \times 600\text{ mm}$,柱截面 $600\text{ mm} \times 600\text{ mm}$,错层高度 $c=1\ 800\text{ mm}$,材料强度等级均为 C30;竖向均布荷载设计值为 $q=100\text{ kN/m}$;水平荷载按作用方向分为 2 种工况,其大小为对应结构最大弹性层间位移角达到或接近 $1/550$ 时相应的设计值。具体如图 2 所示。

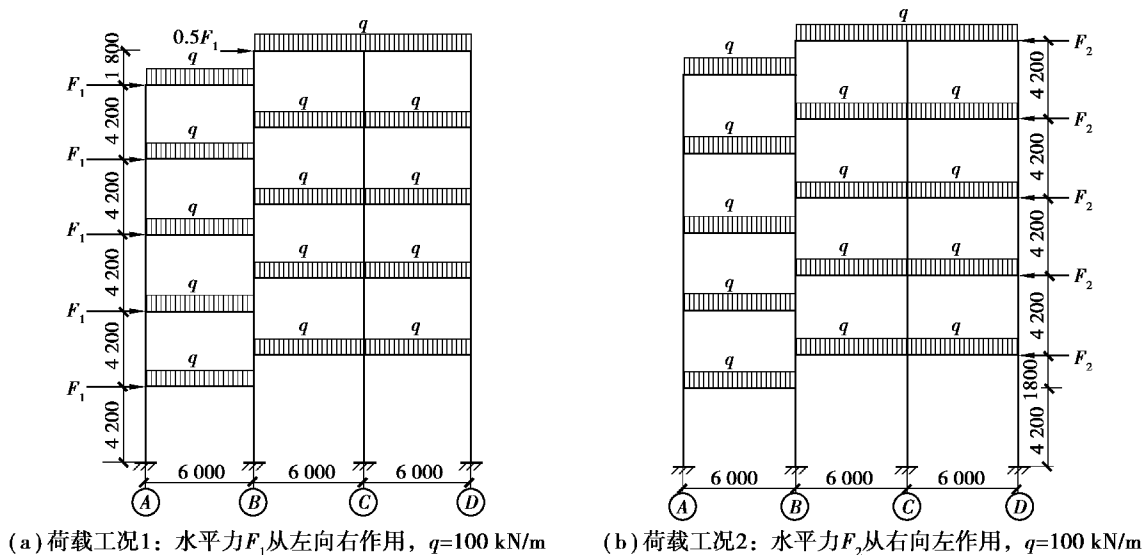


图 2 两种荷载工况示意图

Fig. 2 Schematic diagram of two load conditions

文中采用大型通用有限元软件(sap2000)在上述 2 种荷载工况下,对模型分别进行了考虑构件刚度折减的弹性二阶分析,构件刚度折减系数的取值按照规范^[2]对柱取 0.6,对梁取 0.4,分析得到结构考虑二阶效应后的弯矩分布示意,如图 3 所示。

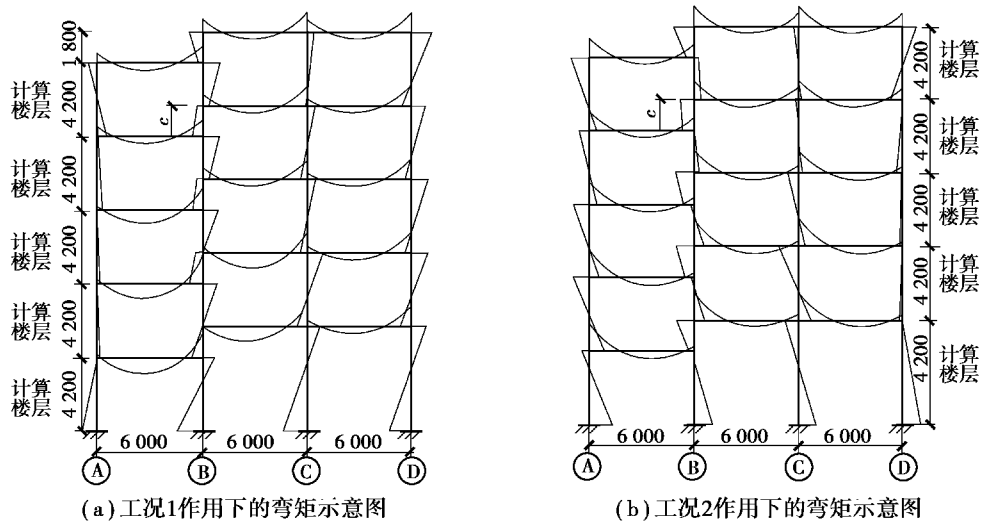


图 3 两种荷载工况下的二阶弯矩分布示意图

Fig. 3 Moment diagram under two load conditions

分析发现错层框架结构受力复杂,但弯矩分布也呈现一定的规律性。当水平荷载从左向右作用时,错层柱(B轴线所示)柱端弯矩出现在柱与其左侧梁相交的节点处;当水平荷载从右向左作用时,错层柱(B轴线所示)柱端弯矩如图 3 所示,将会出现在柱与右侧梁相交的节点处。综上所述,对于错层框架结构的“计算楼层”可定义为与水平荷载作用一侧的楼层一致,并按此计算楼层对错层柱进行内力计算和配筋设计。

图 4(a)为普通规则框架柱所受弯矩及挠曲变形示意图,图 4(b)、图 4(c)所示 2 种荷载工况作用下,错层框架结构模型中某层错层柱的弯矩及柱挠曲变形示意图。由图 4 可以看出,按照此方法定义错层框架中错层柱的“计算楼层”后,错层柱均发生双曲率挠曲变形,反弯点位置为中部。错层柱中部位置由于梁端集中弯矩 M_c 的作用,进一步增大了该错层柱的挠曲变形,故而错层柱的二阶效应比规则框架柱更加显著。

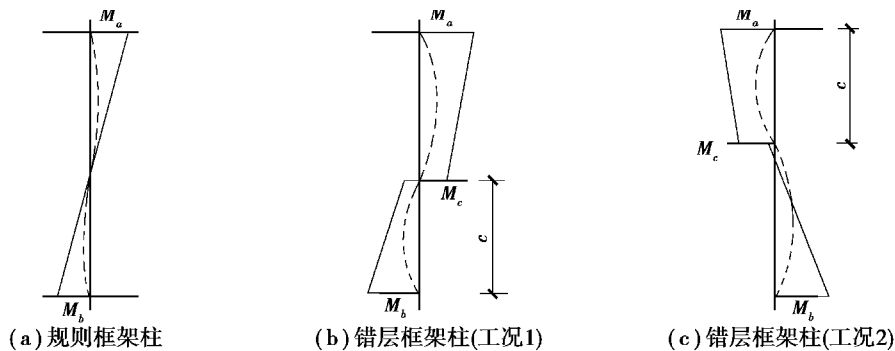


图 4 错层柱挠曲变形示意图

Fig. 4 Diagram for the deformation of staggered floor column

为进一步研究二阶效应对错层框架柱受力的影响程度,按照文献[11]的方法计算了模型中各柱柱端的弯矩增大系数 η_s 。计算结果见表 1, M_1 为弹性一阶弯矩值, M_2 为考虑二阶效应后的弯矩值。从计算结果可以看出,二阶效应对错层结构各柱柱端弯矩存在较大的影响,对大多数楼层的柱,其柱端弯矩增大系数在 1.1~1.3 之间,因此,二阶效应对错层结构各柱内力的影响不容忽视。

表 1 2 种荷载工况下各柱端控制截面弯矩及弯矩增大系数 η_s Table 1 The moment and the moment magnifier of column in two kinds of load conditions kN · m

柱号	层号	荷载工况 1			荷载工况 2		
		M_1	M_2	η_s	M_1	M_2	η_s
A 柱	1 层	304.15	358.19	1.14	* -402.59	-456.31	1.17
	2 层	-38.72	-19.14	1.19	* 274.58	278.97	1.03
	3 层	-90.19	-88.80	1.02	* 267.56	280.35	1.12
	4 层	-113.58	-115.17	0.97	* 231.45	235.10	1.05
	5 层	216.10	208.05	1.15	* 331.50	338.25	1.11
B 柱	1 层	* 411.39	466.97	1.14	-288.84	-332.45	1.14
	2 层	* 297.03	325.41	1.26	268.77	289.28	1.17
	3 层	* -262.79	-294.39	1.20	243.54	264.44	1.21
	4 层	-196.76	-222.52	1.21	* 212.01	227.01	1.25
	5 层	-249.47	-276.60	1.28	* 312.38	323.02	1.18
C 柱	1 层	* 349.63	404.75	1.16	-301.78	-354.63	1.18
	2 层	* -235.12	-252.55	1.08	189.79	215.34	1.12
	3 层	* -185.59	-199.61	1.08	146.61	178.37	1.20
	4 层	* -167.61	-178.10	1.07	70.02	95.28	1.28
	5 层	* -75.54	-81.94	1.12	73.09	93.96	1.22
D 柱	1 层	* 361.42	419.95	1.19	-225.04	-277.78	1.19
	2 层	* -276.82	-292.54	1.13	99.98	93.92	1.08
	3 层	* -255.24	-267.70	1.12	97.26	95.69	1.03
	4 层	* -236.00	-241.00	1.05	136.05	138.42	0.80
	5 层	* -295.43	-305.01	1.36	-215.66	-211.13	1.09

注: * 所示为对柱配筋起控制作用的弯矩

2 错层框架柱基于实际约束状态下的等效计算长度系数 μ 的取值

1959 年, Julian^[6] 根据“分离杆件法”^[7] 将等效计算长度系数的取值直接绘制成图表(即诺模图)供查值, 之后被各国设计规范采用并一直沿用至今, 例如美国规范 ACI318—14^[8]。然而近期的研究表明, 按此假定确定的柱子等效计算长度与实际结构中柱的受力和变形并不吻合, 表现在等效计算长度系数 μ 的取值较大且差异极大。我国《高层建筑混凝土结构技术规程》^[9] 和《建筑抗震设计规范》^[10] 规定, 对于框架结构, 其弹性层间位移角应满足不大于 1/550 的控制条件, 按此控制的结构在承载能力极限状态下, 柱子尚未进入整体或局部失稳的状态, 若按诺模图确定等效计算长度显然与工程状态不符。因此, 求出反映柱子实际受力和约束状态下的等效计算长度是解决错层框架结构二阶效应问题的关键。

对于实际工程中的框架柱, 其端部所受的约束状态和位移状态可用 2 个转角约束弹簧和 1 个侧移约束弹簧加以模拟代替, 并将其独立出来, 如图 5 所示。若取转角刚度为 R_{kA} 、 R_{kB} , 侧移刚度为 T_k , 则对该框架柱可列出如下平衡方程^[12]:

$$M_A + R_{kA}\theta_A = 0, \quad (1)$$

$$M_B + R_{kB}\theta_B = 0, \quad (2)$$

$$M_A + M_B + P\Delta - T_k\Delta L = 0, \quad (3)$$

式中: M 为柱端实际弯矩; P 为柱端轴力; θ 为柱端转角; Δ 为框架柱的实际柱端位移; l 为柱子的结构高度,

即层高。

将考虑轴力及相对位移影响的转角位移方程^[12-13]带入上式得

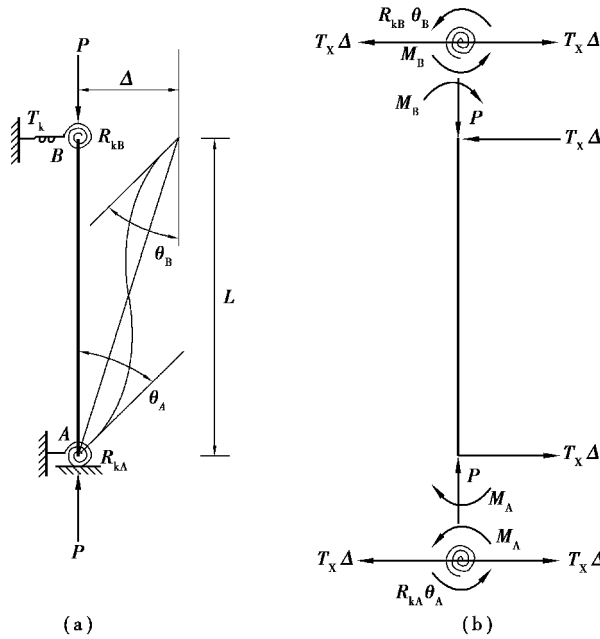


图 5 框架柱的实际受力与变形

Fig. 5 Constraint condition of frame column

$$\begin{bmatrix} s_{ii} + \bar{R}_{kA} & s_{ij} & -(s_{ii} + s_{ij}) \\ s_{ij} & s_{ii} + \bar{R}_{kB} & -(s_{ii} + s_{ij}) \\ -(s_{ii} + s_{ij}) & -(s_{ii} + s_{ij}) & 2(s_{ii} + s_{ij}) - (kL)^2 + \bar{T}_k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_A \\ \theta_B \\ \Delta \\ L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (4)$$

其中, $\bar{R}_{kA} = R_{kA}L/EI$, $\bar{R}_{kB} = R_{kB}L/EI$, $\bar{T}_k = T_k L^3/EI$, $K = \sqrt{P/EI}$, 上式可简写为

$$[K]\{D\} = \{0\}, \quad (5)$$

其中, $[K]$ 、 $\{D\}$ 分别为刚度矩阵和位移矩阵。当框架柱处于受力临界状态时有

$$\det |K| = 0. \quad (6)$$

求解得到最小的刚度矩阵 k 值, 由此得到框架柱的临界荷载 $P_{cr} = k^2 EI$ 。根据欧拉临界力表达式^[14] ($P_{cr} = \pi^2 EI/l_0^2$) 有

$$l_0 = \pi \sqrt{\frac{EI}{P_{cr}}} = \pi \sqrt{\frac{EI}{k^2 EI}} = \frac{\pi}{k}. \quad (7)$$

进而可得到等效计算长度系数 $\mu = l_0/l$ 。

杨光磊^[15] 基于上述方法, 首次计算出实际约束状态下的框架柱等效计算长度, 并与结构屈曲分析^[16] 求得的柱子等效计算长度进行了对比, 证明了该方法的正确性和合理性。

喻德建^[12] 在杨光磊研究工作的基础上, 对规则框架柱、越层柱及错层柱结构进行了基于实际工程为模型的大量计算分析。在分析时, 首先对结构进行一次考虑刚度折减的弹性二阶分析, 得到真实反映每根柱考虑二阶效应后的内力 (M 、 P) 和变形 (θ 、 Δ); 再根据式 (1)~式 (3) 得到 3 个约束弹簧的刚度值 R_{kA} 、 R_{kB} 和 T_k ; 最后代入式 (4)~式 (7) 求得该框架柱的临界荷载 P_{cr} , 进而求出反映构件实际约束状态下的等效计算长度系数 μ 。

研究发现, 对于框架结构, 首层柱下端由于基础的嵌固作用, 其等效计算长度系数 μ 值的变化范围在 0.8~1.2 之间; 中间层柱等效计算长度系数 μ 值的变化范围在 0.9~1.3 之间; 顶层柱由于柱上端仅有节点连接梁的约束, μ 值在 0.9~1.9 之间变化。考虑到实际工程应用, 根据框架柱所处楼层位置及典型约束状态的不同, 结合 μ 值的变化范围, 文中提出了针对错层框架结构柱的计算长度系数取值方案, 如表 2 所示。

表 2 错层框架柱的等效计算长度系数 μ

Table 2 The effective length of the multiple-layer column

柱所在楼层	计算长度系数
首层	1.05
中间层	1.15
顶层	1.80

3 错层框架结构考虑二阶效应的设计方法

根据文献[11]建立如图 1 所示的不同跨数及错层高度 c 的框架结构分析模型,按照表 2 给出的计算长度系数取值,采用 $\eta-l_0$ 法计算柱端弯矩 M'_2 ,并将 M'_2 与采用 sap2000 计算的柱端二阶弯矩 M_2 进行对比。可验证文中方法的准确性。文献[11]各算例的计算结果如表 3~表 5 所示。

表 3 $c=1\ 200$ 算例一中各柱的控制弯矩及弯矩误差Table 3 Moment and moment error of each column in model 1 when $c=1\ 200$ kN · m

柱号	层号	M_2	M'_2	误差/%	控制工况
A 柱	1 层	-501.27	-471.60	-5.92	工况 1
	2 层	292.86	304.36	3.93	工况 2
	3 层	309.31	304.42	-1.58	工况 2
	4 层	248.04	249.07	0.42	工况 2
	5 层	361.14	358.02	-0.87	工况 2
B 柱	1 层	486.19	473.15	-2.68	工况 1
	2 层	348.97	342.55	-1.84	工况 1
	3 层	-307.18	-296.83	-3.37	工况 1
	4 层	-238.78	-226.81	-5.01	工况 1
	5 层	348.53	328.46	-5.76	工况 2
C 柱	1 层	439.64	448.30	1.97	工况 1
	2 层	-324.90	-325.32	0.13	工况 1
	3 层	-283.43	-280.76	-0.94	工况 1
	4 层	-269.07	-270.53	0.54	工况 1
	5 层	-322.06	-308.99	-4.06	工况 1

表 4 $c=1\ 800$ 算例二中各柱的控制弯矩及弯矩误差Table 4 Moment and moment error of each column in model 2 when $c=1\ 800$ kN · m

柱号	层号	M_2	M'_2	误差/%	控制工况
A 柱	1 层	-456.31	-430.41	-5.68	工况 2
	2 层	278.97	290.42	4.11	工况 2
	3 层	280.35	277.89	-0.88	工况 2
	4 层	235.10	236.79	0.72	工况 2
	5 层	338.25	335.25	-0.89	工况 2

续表4

柱号	层号	M_2	M'_2	误差/%	控制工况
B 柱	1 层	466.97	457.32	-2.07	工况 1
	2 层	325.41	317.90	-2.31	工况 1
	3 层	-294.39	-287.08	-2.48	工况 1
	4 层	227.01	218.00	-3.97	工况 2
	5 层	323.02	315.98	-2.18	工况 2
C 柱	1 层	404.75	446.32	9.31	工况 1
	2 层	-252.55	-260.73	3.14	工况 1
	3 层	-199.61	-210.57	5.20	工况 1
	4 层	-178.10	-191.76	7.67	工况 1
	5 层	98.96	105.99	7.10	工况 2
D 柱	1 层	419.95	421.58	0.39	工况 1
	2 层	-292.54	-290.77	-0.61	工况 1
	3 层	-267.70	-264.61	-1.15	工况 1
	4 层	-241.00	-242.98	0.82	工况 1
	5 层	-305.01	-297.14	-2.58	工况 1

表 5 $c=2\ 100$ 算例三中各柱的控制弯矩及弯矩误差Table 5 Moment and moment error of each column in model 3 when $c=2\ 100$

kN · m

柱号	层号	M_2	M'_2	误差/%	控制工况
A 柱	1 层	-539.68	-504.30	-6.56	工况 2
	2 层	309.28	320.01	3.47	工况 2
	3 层	297.82	293.89	-1.32	工况 2
	4 层	253.46	253.64	0.07	工况 2
	5 层	346.50	342.65	-1.11	工况 2
B 柱	1 层	483.53	530.76	8.90	工况 1
	2 层	-322.11	-333.46	3.52	工况 1
	3 层	-307.11	-297.31	-3.19	工况 1
	4 层	-237.31	-227.49	-4.14	工况 1
	5 层	322.59	313.42	-2.84	工况 2
C 柱	1 层	-424.09	-467.81	9.34	工况 2
	2 层	245.06	262.90	7.28	工况 2
	3 层	201.18	214.13	6.44	工况 2
	4 层	121.37	130.88	7.83	工况 2
	5 层	93.29	99.16	5.92	工况 2
D 柱	1 层	-427.30	-470.48	9.18	工况 2
	2 层	251.12	272.99	8.71	工况 2
	3 层	201.16	205.00	1.91	工况 2
	4 层	116.11	117.27	1.00	工况 2
	5 层	109.54	120.51	9.10	工况 2

续表 5

柱号	层号	M_2	M'_2	误差/%	控制工况
E 柱	1 层	426.42	433.43	1.64	工况 1
	2 层	-286.91	-283.03	-1.35	工况 1
	3 层	-262.50	-259.07	-1.31	工况 1
	4 层	-232.96	-235.46	1.07	工况 1
	5 层	-299.35	-290.71	-2.89	工况 1

从表 3~表 5 可以看出,对于各柱的控制截面,采用 ηl_0 法计算出的二阶弯矩 M'_2 ,与考虑构件开裂对刚度影响的有限元分析方法得到的精确内力 M_2 相比,其误差较小且一般不超过 10%。这一方面说明了计算长度系数 μ 的取值较合理,同时也验证了采用 ηl_0 法计算错层框架结构柱二阶效应的可行性和准确性,为解决此类工程设计问题提供了简便可靠的方法。研究表明,从算例 1 到算例 3,随着跨数的不断增加,当错层部分占整个框架结构的比重越来越小时,其二阶效应的变化规律会越来越接近规则框架结构。

综上所述,错层框架结构中各柱弯矩值计算,在考虑 $P-\Delta$ 效应的控制截面弯矩可按以下 ηl_0 方法进行计算:

$$M_2 = M_{ns} + \eta_s M_s \geq M_1. \quad (8)$$

$$\eta_s = 1 + \frac{1}{1400(M_1/N + e_a)/h_0} \left(\frac{\mu l}{h} \right)^2 \zeta_1 \zeta_2. \quad (9)$$

$$\zeta_1 = \frac{0.5 f_c A}{N}. \quad (10)$$

$$\zeta_2 = 1.15 - 0.01 \frac{\mu l}{h}. \quad (11)$$

若错层框架中各柱按现行混凝土规范^[2]第 6.2.3 条验算后,需要考虑 $P-\delta$ 效应对其受力状态的影响时,应按照现行规范 6.2.4 条的规定方法考虑 $P-\delta$ 效应后的截面弯矩设计值^[17]。

4 结 论

1) 提出了错层框架结构计算楼层的定义;对于错层结构中的错层柱,其柱长取与水平荷载作用一侧的楼层层高一致,即按计算楼层层高进行取值,并按此对错层柱进行通长配筋设计;

2) 提出了错层框架结构柱在实际受力及约束状态下等效计算长度系数 μ 的取值方法,并验证了该方法的合理性;

3) 验证了错层框架结构柱采用 ηl_0 法考虑其二阶效应的影响,具有较高的可行性和准确性,弥补了混凝土现行规范无法简便计算错层结构二阶效应的问题,为后续研究工作提供了重要的参考依据。

参考文献:

- [1] 魏巍. 考虑非弹性及二阶效应特征的钢筋混凝土框架柱的强度问题与稳定问题[D]. 重庆: 重庆大学, 2004.
WEI Wei. Strength and stability of reinforced concrete frame column considering characters of nonlinear and second-order effect[D]. Chongqing: Chongqing University, 2004. (in Chinese)
- [2] 中华人民共和国国家标准. 混凝土结构设计规范: GB50010-2010[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2010.
People's Republic of China national standard. Code for design of concrete structures: GB50010-2010 [S]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2010. (in Chinese)
- [3] 慕遂峰. 钢筋混凝土错层框架结构考虑二阶效应的实用计算方法[J]. 建筑结构, 2012, 42(S1): 349-351.
MU Suifeng. Utility method considering the second effect of staggered RC frame structure[J]. Building Structure, 2012, 42(S1): 349-351. (in Chinese)
- [4] AISC. Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Building[S]. Chicago: American Institute of Steel Construction inc., 2005.

- [5] 刘鹏, 许开成. 错层对结构受力性能的影响及设计要点分析[J]. 科技情报开发与经济, 2004(12): 209-210.
LIU Peng, XU Kaicheng. Influence of staggered floor on loading performance of the structure and the analysis of design points[J]. Sci/Tech Information Development & Economy, 2004(12): 209-210.(in Chinese)
- [6] Julian O G, Lawrence L S. Notes on J and L Nomographs for Determination of Effective Lengths[J]. unpublished report, 1959.
- [7] Timoshenko S P. Theory of Elastic Stability[M]. New York: McGraw-Hill Book Company, 1961.
- [8] ACI Coummittee318, Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary[M]. Detroit: American Concrete Institute, 2011.
- [9] 中华人民共和国国家标准. 高层建筑混凝土结构技术规程: GB50010-2010[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2010.
People's Republic of China National Standard. Technical Specification for Concrete Structures of Tall Buildings :GB50010-2010 [S]. Beijing: China Construction Industry Press, 2010.(in Chinese)
- [10] 中华人民共和国国家标准. 建筑抗震设计规范: GB50010-2010[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2010.
People's Republic of China national standard. Code for seismic design of buildings : GB50010-2010)[S]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2010.(in Chinese)
- [11] 喻德建. 对混凝土规范 $P-\delta$ 效应设计方法及复杂框架结构二阶效应设计方法的研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2016.
YU Dejian. Research on the design method of $P-\delta$ effect in code for design of concrete structures and second-order effect in complex frame structure[D]. Chongqing: Chongqing University, 2016.(in Chinese)
- [12] Duan L, Chen W F. Effective length factor for columns in braced frames[J]. Journal of Structural Engineering, 1988, 114(10): 2357-2370.
- [13] 肖允徽, 张来仪. 结构力学[M]. 北京: 机械工业出版社, 2007.
XIAO Yunhui, ZHANG Laiyi. Structural mechanics [M]. Beijing: Machinery Industry Press, 2007.(in Chinese)
- [14] Euler Leonhard. Sur la force des colonnes[J]. Memoires de L'Academie des Sciences et Belles-Lettres, 1759, 13(1759): 252-282.
- [15] 杨光磊. 对钢筋混凝土建筑结构中考虑二阶效应的强度及稳定问题的讨论[D]. 重庆: 重庆大学, 2015.
YANG Guanglei. Discussion of strength and stability problems considering the second-order effect in reinforced concrete building structure[D]. Chongqing: Chongqing University, 2015.(in Chinese)
- [16] 吴兵, 傅学怡, 孙璨, 等. 苏州圆融星座钢管混凝土柱稳定及计算长度分析研究[J]. 建筑结构, 2012, 42(11): 91-95,80.
WU Bing, FU Xueyi, SUN Can, et al. Research on stability and effective length of steel concrete columns in Suzhou Yuanrongxingzuo Building[J]. Building Structure, 2012, 42(11): 91-95,80.(in Chinese)
- [17] 刘毅, 刘年朋, 卓子, 等. 考虑刚度折减的弹性二阶分析法在双跨排架结构中的运用[J]. 重庆大学学报, 2017, 40(9):1-7.
LIU Yi, LIU Nianpeng, ZHUO Zi, et al. Application of elastic two order analysis method in double span bent structure considering stiffness reduction[J]. Journal of chongqing university, 2017, 40(9): 1-7.(in Chinese)

(编辑 陈移峰)