

doi:10.11835/j.issn.1000-582X.2019.12.003

# 基于压缩奇异值分解等效源法的结构板件声源识别

贺岩松<sup>a,b</sup>, 陈良松<sup>a</sup>, 徐中明<sup>a,b</sup>, 张志飞<sup>a,b</sup>

(重庆大学 a.汽车工程学院; b.机械传动国家重点实验室, 重庆 400044)

**摘要:**为改善空间连续型声源的声场重建与声源识别性能,基于压缩感知(compressed sensing, CS)和等效源法(equivalent source method, ESM)的基本理论,提出了一种压缩奇异值分解等效源法(CSVDESM)。CSVDESM通过奇异值分解法获取声场的一系列正交基,在ESM和CS框架的基础上实现对声场的重构。将CSVDESM与高阶矩阵函数波束形成理论结合,通过提高阶次值,不断缩小识别到的声学中心覆盖范围,进一步提高声源识别定位精度。数值仿真分析和实验应用均验证了CSVDESM的有效性与实用性。

**关键词:**压缩感知; 声场; 奇异值分解; 等效源法; 阶次

**中图分类号:** TB52

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1000-582X(2019)12-023-11

## The sound source identification of structural panels based on compressed singular value decomposition equivalent source method

HE Yansong<sup>a, b</sup>, CHEN Liangsong<sup>a</sup>, XU Zhongming<sup>a, b</sup>, ZHANG Zhifei<sup>a, b</sup>

(a. School of Automotive Engineering; b. State Key Laboratory of Mechanical Transmission, Chongqing 400044, P. R. China)

**Abstract:** To improve the performance of sound field reconstruction and sound source identification for the spatially extended source, a compressed singular value decomposition equivalent source method (CSVDESM), based on compressed sensing (CS) theory and the equivalent source method (ESM), is proposed in this paper. The CSVDESM obtains a series of orthogonal basis of the source field by the singular value decomposition (SVD), and reconstructs the sound field on the basis of the ESM and the CS framework. In addition, when combined with the high-order matrix function beamforming, CSVDESM can further improve the accuracy of sound source identification by increasing order value to narrow the identified acoustic center coverage continuously. Numerical simulation and experiment verify the validity and practicality of CSVDESM.

**Keywords:** compressed sensing; sound field; singular value decomposition; equivalent source method; order

近场声全息(nearfield acoustic holography, NAH)<sup>[1]</sup>是识别声源和可视化声场的有效工具。该方法利用麦克风阵列捕获声源辐射中的倏逝波成分,使其重建结果不受瑞利判据的限制,从而提高声场重建分辨率。NAH技术有多种实现方法,如基于空间傅里叶变换<sup>[2-3]</sup>,平面或球面波展开<sup>[4]</sup>,逆问题数值方法等<sup>[5-6]</sup>。

**收稿日期:** 2019-07-07

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(11874096)。

Supported by National Natural Science Foundation of China (11874096).

**作者简介:** 贺岩松(1968—),男,重庆大学教授,博士生导师,主要从事汽车 NVH 研究, (E-mail)hys68@cqu.edu.cn。

波叠加法(wave superposition method, WSM)<sup>[7-8]</sup>,也称为等效源法(equivalent source method, ESM),是一种性能优越的方法。根据 ESM 理论<sup>[9]</sup>,任意形状的声源所辐射的声场可以被虚拟表面上的一系列虚拟等效源替代。等效源的强度可以通过匹配源或全息图表面上的边界条件来确定。这种方法因其较强的适应性以及在数值计算上的优势,近年来已得到广泛应用<sup>[10-11]</sup>。

在大多数声学研究中麦克风的数量是有限的,因此,等效源法和其他全息变换方法一样,在求解的过程中也会存在不适定性问题。为了解决这个问题,通常采用 $l_2$ 范数正则化方法<sup>[12]</sup>来稳定求解过程。然而,该方法受 Nyquist 采样定理限制,当声源频率大于麦克风平均间距所对应的半波长频率时,该方法的重建精度便会迅速降低。

近年来,基于稀疏正则化的压缩感知(compressed sensing, CS)技术在信号/图像处理领域受到越来越多的关注<sup>[13-14]</sup>。CS 的基本思想是:利用信号的稀疏性或可压缩性,通过某种观测方法得到少量非相关的测量值,进而通过优化算法来实现高维信号的精确或近似精确的重构。目前,CS 已逐步应用于 NAH 领域以减少空间采样点数量并扩大声源识别的频率范围。Chardon 等<sup>[15]</sup>首先将 CS 的概念引入 NAH 并构建了 NAH 的稀疏框架。Fernandezg-Grande 等<sup>[16]</sup>将 CS 理论应用于基于球形麦克风阵列测量的平面波展开方法中。Hald<sup>[17]</sup>提出了快速宽带声全息法(fast wideband holography, WBH),构造了平方残差方程并利用包含动态滤波过程的最速下降法求取等效源幅值的稀疏解。Fernandezg-Grande<sup>[18]</sup>对压缩等效源法(compressive equivalent source method, CESM)进行了详细的研究,讨论了获取具有较低列相干性的感知矩阵的重要性。Bi 等<sup>[19]</sup>提出了一种压缩模态等效点源法(a compressed modal equivalent point source method, CMESM),通过对辐射阻抗矩阵进行特征值分解,得到源强的一系列模态,在 $l_1$ 范数约束下,对板结构声源辐射声场进行重构。

为进一步提升空间连续型声源声场重建与声源识别性能,笔者结合等效源法和压缩感知理论,提出了一种压缩奇异值分解等效源法。该方法首先采用等效源法和奇异值分解法得到一系列正交基,然后在 $l_1$ 范数约束下,利用 CVX 凸优化工具箱对声场进行重构。最后结合高阶矩阵函数波束形成理论对所提方法的输出结果进行修正,通过提高阶次值,不断缩小识别到的声学中心覆盖范围,提高声源识别定位精度。数值仿真分析和实验应用均验证了该方法的有效性和实用性。

## 1 等效源法基本原理

ESM 的基本思想是:将声源体的辐射声场用一系列等效源产生的声场叠加替代,然后通过全息面测得声压反求出一系列等效源的强度,进而实现整个声场重建与预测。该方法不涉及波数域中的傅里叶变换,因此可以从根本上避免“有限截断误差”和“卷绕误差”。ESM 原理如图 1 所示。其中  $M$  表示全息面(测量面),  $E$  表示等效源面,  $R$  表示重建面。

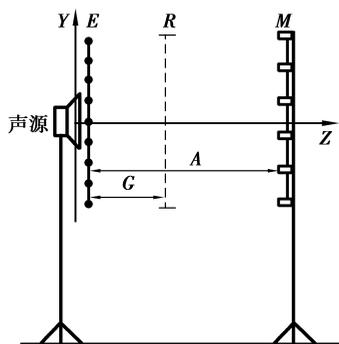


图 1 ESM 原理示意图

Fig. 1 The diagram of ESM

假设在等效源面上分布有  $N$  个虚拟等效源,在测量面上有  $M$  个麦克风,则第  $m$  个测量点的声压可以表示为

$$\mathbf{p}(m) = \sum_{n=1}^N g(\mathbf{r}_m | \mathbf{r}_n) \mathbf{q}_n, \quad (1)$$

其中,  $g(\mathbf{r}_m | \mathbf{r}_n)$  表示第  $n$  个等效源与第  $m$  个测点之间的声压传递函数, 它可以表示为

$$g(\mathbf{r}_m | \mathbf{r}_n) = \frac{\exp(-ik \|\mathbf{r}_{mn}\|)}{4\pi \|\mathbf{r}_{mn}\|}, \quad (2)$$

式中:  $k = \omega/c$  表示波数,  $\omega$  为角频率,  $c$  为声速;  $\|\mathbf{r}_{mn}\|$  为第  $m$  个测点与第  $n$  个等效源之间的矢量距离。全息面测量声压可以写成

$$\mathbf{p} = \mathbf{A}\mathbf{q}, \quad (3)$$

式中:  $\mathbf{p}(M \times 1)$  为全息面测量声压列向量;  $\mathbf{q}(N \times 1)$  为等效源强构成的列向量;  $\mathbf{A}(M \times N)$  为等效源面与全息面之间的传递矩阵, 具体表示为

$$\mathbf{A} = i\rho ck g(\mathbf{r}_m | \mathbf{r}_n), \quad (4)$$

式中  $\rho$  为空气密度。考虑到实际应用中的测量条件和成本, 测量点的数量一般远远小于等效源的数量, 即  $M \ll N$ 。因此, 式(3)一般是欠定的, 在反向求解等效源强的过程中往往具有不适定性。为了解决这个问题, 一般采取正则化的方法来提高重建精度。Tikhonov 正则化是应用最为广泛的正则化方法之一, 其基本思想是利用  $l_2$  范数对解向量进行约束, 通过选取合适的正则化参数解决不适定问题。在  $l_2$  范数约束下, 式(3)可以转化为下列最小化问题:

$$\operatorname{argmin} \|\mathbf{p} - \mathbf{A}\mathbf{q}\|_2 + \lambda \|\mathbf{q}\|_2, \quad (5)$$

其中  $\lambda$  为正则化参数,  $\|\cdot\|_2$  表示  $l_2$  范数。利用式(5)求解出最佳等效源强度后, 声场中任意重建面的声压可以通过式(6)求得

$$\mathbf{P}_R = \mathbf{G}\mathbf{q}, \quad (6)$$

式中  $\mathbf{G}$  表示任意重建面与等效源面之间的声压传递矩阵。

## 2 压缩奇异值分解等效源法

当等效源分布是稀疏或者近似稀疏时, CS 理论可以直接被引入。对于这种稀疏信号, 式(5)中解的  $l_2$  范数可以替换成  $l_1$  范数, 即

$$\operatorname{argmin} \|\mathbf{p} - \mathbf{A}\mathbf{q}\|_2 + \lambda \|\mathbf{q}\|_1, \quad (7)$$

其中  $\|\cdot\|_1$  表示  $l_1$  范数。当等效源分布非稀疏时, 需要构建适当的基对其进行稀疏分解, 从而使得其满足 CS 理论所要求的稀疏条件。基于这种思想, 笔者提出一种压缩奇异值分解等效源法 (CSVDES M)。首先, 对等效源面与重建面之间的声压传递矩阵  $\mathbf{G}$  进行奇异值分解并代入式(6)可得

$$\mathbf{P}_R = \mathbf{G}\mathbf{q} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^H\mathbf{q} = \sum_{i=1}^N \mathbf{u}_i \lambda_i \langle \mathbf{v}_i^H \mathbf{v}_i, \mathbf{q} \rangle = \sum_{i=1}^N \mathbf{u}_i \alpha_i = \mathbf{U}\boldsymbol{\alpha}, \quad (8)$$

式中:  $\mathbf{U}$  和  $\mathbf{V}$  均为酉矩阵;  $\mathbf{u}_i$  和  $\mathbf{v}_i$  分别是  $\mathbf{U}$  和  $\mathbf{V}$  的列向量; 上标 H 表示共轭转置;  $\mathbf{S}$  是一个包含实正奇异值  $\lambda_i$  的对角矩阵;  $\boldsymbol{\alpha}$  表示基的加权系数向量。文献[20]对  $\mathbf{U}$  的稀疏性进行了详细的阐述, 即声信号可通过  $\mathbf{U}$  中少数的列向量实现重构, 这些列向量对应着较大的奇异值。

根据式(3)和(6), 可以得到

$$\mathbf{p} = \mathbf{A}\mathbf{q} = \mathbf{A}\mathbf{G}^+ \mathbf{P}_R, \quad (9)$$

将式(8)代入式(9), 可得

$$\mathbf{p} = \mathbf{A}\mathbf{q} = \mathbf{A}\mathbf{G}^+ \mathbf{P}_R = \mathbf{A}\mathbf{G}^+ \mathbf{U}\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{D}\boldsymbol{\alpha}, \quad (10)$$

其中  $\mathbf{D} = \mathbf{A}\mathbf{G}^+ \mathbf{U}$ , 上标“+”表示广义逆。

使用  $l_1$  范数正则化求解式(10), 可以将其转化为

$$\operatorname{argmin} \|\mathbf{p} - \mathbf{D}\boldsymbol{\alpha}\|_2 + \lambda \|\boldsymbol{\alpha}\|_1, \quad (11)$$

式(11)可以等效为  $l_1$  范数最小化问题

$$\min \|\boldsymbol{\alpha}\|_1 \text{ subject to } \|\mathbf{p} - \mathbf{D}\boldsymbol{\alpha}\|_2 \leq \epsilon, \quad (12)$$

其中  $\epsilon$  表示所允许的误差上限。参考文献[18]的设置, 可以将式(12)中的约束调整之后使用 CVX 工具箱进

行求解。

$$\min \|\boldsymbol{\alpha}\|_1 \text{ subject to } \|\mathbf{D}^H(\mathbf{p} - \mathbf{D}\boldsymbol{\alpha})\|_2 \leq \delta. \quad (13)$$

根据经验,式(13)中参数  $\delta$  定义如下:

$$\delta = \sigma \|\nabla(\mathbf{D}^H(\mathbf{p} - \mathbf{D}\boldsymbol{\alpha}))\|_2 = \sigma \|\mathbf{D}^H \mathbf{p}\|_2, \quad (14)$$

其中  $\sigma$  为取值很小的数,从而保证 CVX 工具箱求出相对最优解。

求解出  $\boldsymbol{\alpha}$  后,将其代入到式(8)中即可求得重建面声压值。对声压传递矩阵  $\mathbf{G}$  进行奇异值分解得到的  $\mathbf{U}$  可以看作声模态,因为声模态在空间上是连续的并且覆盖整个研究区域,因此 CSVDESM 适用于空间连续型声源。

对于空间连续型声源,如结构板件,在实际的工程测量中,不仅关心其声压分布,而且更关注声压分布的最大区域。因此,借鉴高阶矩阵函数波束形成基本思想<sup>[21-22]</sup>构造系数矩阵对 CSVDESM 的输出结果进行修正。首先,计算向量  $\boldsymbol{\alpha}$  的互谱矩阵:

$$\mathbf{C} = \boldsymbol{\alpha} \boldsymbol{\alpha}^H, \quad (15)$$

由于  $\mathbf{C}$  是非负的 Hermitian 矩阵,因此其谱分解可以写成

$$\mathbf{C} = \mathbf{V} \text{diag}(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_N) \mathbf{V}^H, \quad (16)$$

其中  $\mathbf{C}$  为特征向量,  $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_N$  是  $\mathbf{C}$  的特征值。 $\mathbf{C}$  的指数矩阵函数定义为

$$\mathbf{C}^{\frac{1}{v}} = \mathbf{V} \text{diag}(\gamma_1^{\frac{1}{v}}, \gamma_2^{\frac{1}{v}}, \dots, \gamma_N^{\frac{1}{v}}) \mathbf{V}^H, \quad (17)$$

式中  $v$  为一固定正整数,表示阶数。基于高阶矩阵波束形成计算得到的第  $i$  个重建面网格节点的声压可以表示为

$$\mathbf{Z}_i = \left( \frac{\mathbf{u}_i}{\|\mathbf{u}_i\|_2} \mathbf{C}^{\frac{1}{v}} \left( \frac{\mathbf{u}_i}{\|\mathbf{u}_i\|_2} \right)^H \right)^v, \quad (18)$$

式中  $\mathbf{u}_i$  是  $\mathbf{U}$  的列向量。

为了保证最大声压幅值的真实估计,可以将式(8)和(18)联合起来进行修正。最终,CSVDESM 的输出结果为

$$\mathbf{P}_{\text{out}} = \begin{cases} \mathbf{P}_R, & v = 0; \\ \mathbf{Z}_i \frac{\max(|\mathbf{P}_R|)}{\max(|\mathbf{Z}_i|)}, & v = 1, 2, 3, \dots \end{cases} \quad (19)$$

如果想确保声场真实重建,取阶数  $v = 0$ ; 如果想确定具有高精度和宽动态范围的源位置,则可以应用  $v = 1, 2, 3, \dots$  的输出结果。

### 3 仿真分析

为验证所提算法的声源识别定位性能,利用 MATLAB 软件对传统的最小二乘等效源法(TRESM),CESM<sup>[18]</sup>,CMESM<sup>[19]</sup>和 CSVDESM 4 种方法进行对比仿真分析。其中,TRESM 使用 Tikhonov 正则化进行约束,正则化参数通过 L-curve 法选取。仿真采用简支钢板,结构尺寸为  $0.5 \text{ m} \times 0.5 \text{ m}$ ,钢板的厚度为  $3 \text{ mm}$ ,材料密度为  $7800 \text{ kg/m}^3$ ,泊松比为  $0.23$ ,弹性模量为  $2.1 \times 10^5 \text{ MPa}$ ,阻尼比为  $0.02$ 。该板件由振幅为  $1 \text{ N}$  的简谐点力驱动,激励点位于板件中心,辐射声场由瑞利第一积分公式计算。测量面与重建面尺寸均为  $0.5 \text{ m} \times 0.5 \text{ m}$ ,划分的网格间距为  $2.5 \text{ cm}$ 。两个平面分别位于板上方  $5 \text{ cm}$ (测量面)和  $2 \text{ cm}$ (重建面)处。等效源分布在钢板上方  $0.001 \text{ m}$  的平面上。测量面上的传声器阵列如图 2 所示,利用测量面中随机分布的 64 个传声器来重构重建面上 441 个点的声压分布。在仿真过程中添加  $20 \text{ dB}$  的高斯白噪声模拟干扰噪声信号。

为了量化所提方法的重建精度,定义重建误差为

$$\xi = \frac{\|P_r - P_t\|_2}{\|P_t\|_2} \times 100\%, \quad (20)$$

其中  $P_t$  和  $P_r$  分别代表重建面上理论声压值和重建声压值。

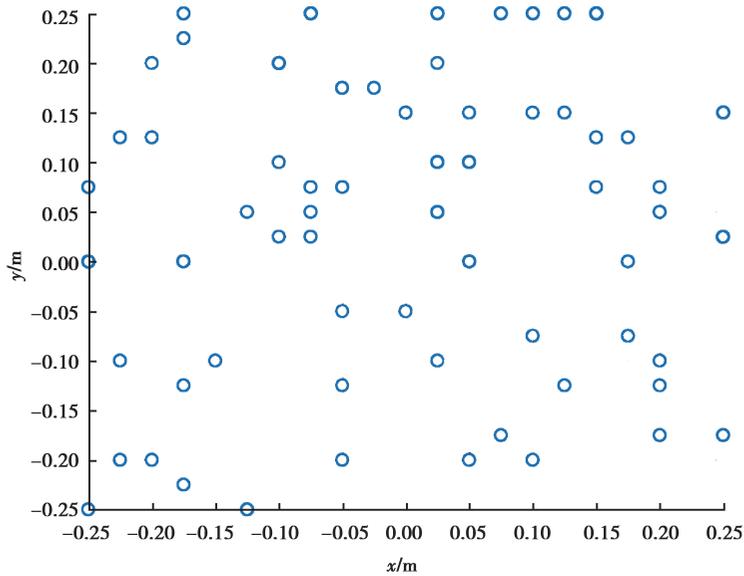


图 2 具有 64 个随机分布的麦克风的测量阵列

Fig. 2 The array with 64 randomly distributed microphones

根据式(20),在图 3 中显示了 50~3 000 Hz 频率范围内 4 种方法的重建误差。每个频率的误差结果计算 10 次以产生平均误差。从图 3 可以看出,在较宽的频率范围内,相比于其他 3 种重建方法,CSVDESM 的重建精度较高且稳定。CESM 的重建效果不佳主要是因为 CESM 的基函数稀疏分解不适用于连续型声源。如果想提高 CESM 的重建精度,则需布置更多的测量点。

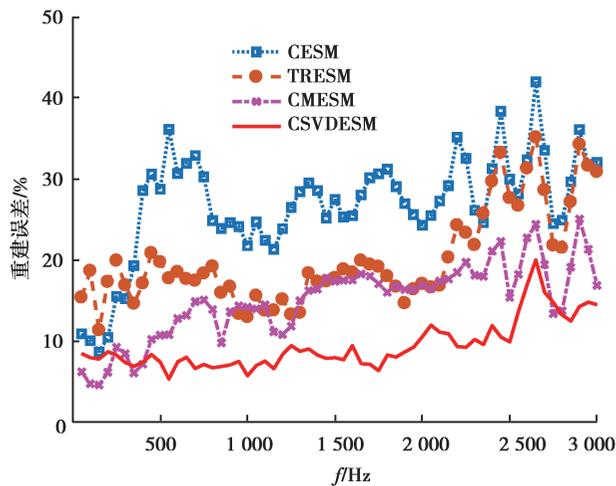


图 3 重建误差曲线(频率间隔为 50 Hz)

Fig. 3 Reconstructed error curve (Frequency interval is 50 Hz)

图 4 展示了在 500 和 2 000 Hz 时采用不同重建方法得到的结构板件上的声压分布成像图。在 500 和 2 000 Hz 时,CESM 的重建效果均不理想(重建误差分别为 30.46%和 22.36%)。主要原因在于结构板件的辐射声场比较复杂,空间稀疏性较差,CESM 采用的稀疏基适用性降低。当测量点的数量增加时,CESM 的声场重建效果能得到改善。与 CMESM(重建误差分别为 17.17%和 16.33%)相比,CSVDESM(重建误差分别为 6.40%和 8.21%)在 2 个频率下均能取得更优越的重建效果。主要原因在于 CMESM 是通过辐射矩阵进行特征值分解,从而获取源强一系列模态,该方法构建的辐射矩阵为实对称矩阵;而 CSVDESM 是通过等效源面与重建面之间的传递矩阵进行奇异值分解来获取声场一系列正交基(也可称之为声模态),该方法所获取的正交基构成的是复矩阵,包含更多的相位信息。因此在采样点数相同的情况下,CSVDESM 的声场重构误差更低,这与图 3 显示的结果是一致的。

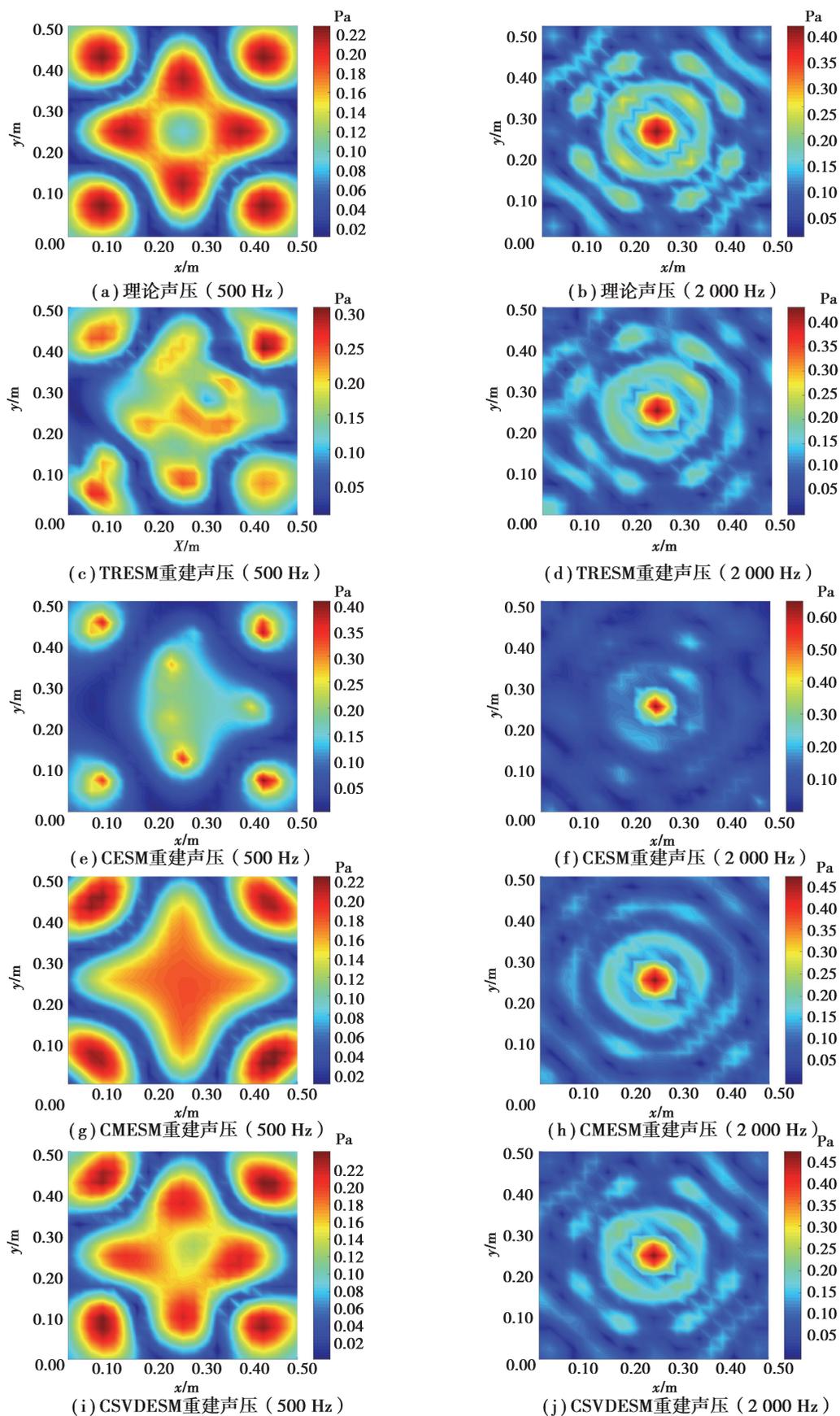


图 4 结构板件上声压分布成像图

Fig. 4 The source imaging map for the plate source

图 5 为钢板在 500 Hz 激励下,运用高阶矩阵函数波束形成思想对 CSVDESM 输出结果进行修正后的结构板件上声压分布成像图。可以看出,当  $v=1$ ,识别到的声压分布与理论值(图 4(a))近似,随着阶数的提高,识别到的声学中心的覆盖范围逐步减小。因此可通过提高阶次值,不断缩小识别到的声学中心覆盖范围,定位出结构板件声压分布的最大区域,从而为结构板件的优化改进提供方向。值得注意的是,当阶次过高时,可能会丢失某些重要的声压信息(如当  $v=5$ (图 5(d))时,部分声学信息出现丢失),因此,在结构板件声源识别时,建议采用较小的阶次值。

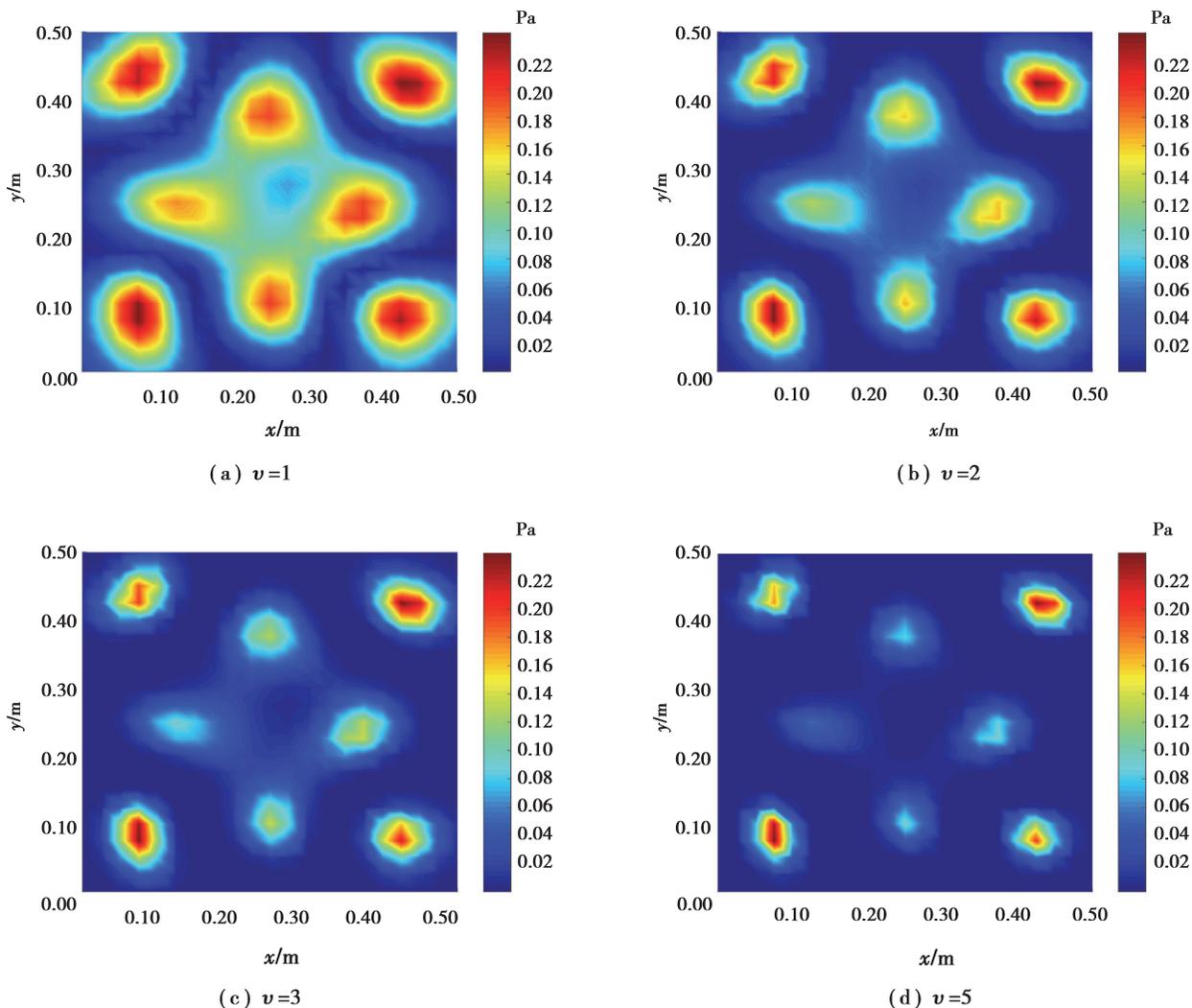


图 5 受激励力激励的板结构声源在 500 Hz 时声学成像图

Fig. 5 Acoustic imaging map for plate source excited by excitation at 500 Hz

## 4 实验应用

为进一步验证所提方法的可行性与实用性,将该方法应用在钢制板声源识别实验中。实验在一普通房间进行,采用厚度为 0.002 m 的钢板,结构尺寸为 0.35 m $\times$ 0.30 m。钢板结构通过 4 个 G 型夹具将其四角固定,然后利用激振器在板件(0.1,0.1) m 处施加简谐激振力。激振器采用型号为 WY1603 信号发生器进行信号驱动,采用 LMS 公司的 16 通道 SCR02 型采集器进行信号采集与控制。由 3 个间隔为 5 cm 的传声器组成的扫描阵列进行测量,一个传声器作为声场参考传声器进行固定。实验布置如图 6 所示:图中板件左下方有一圆形螺栓,为激励点所处方位,在该位置激振器通过螺栓和垫片固定在钢板上。测量面位于板上方

0.05 m, 分布有  $7 \times 6$  个间隔为 5 cm 的数据测量点; 重建面与等效源面分别位于板上方 0.020 m 和 0.001 m 处, 网格间距均为 0.010 m。在实验中, 还需测量重建面的声压作为重建面声压理论值(或者称之为重建面声压参考值)。

利用 TRESM, CESM, CMESM, CSVDESM 4 种方法对该板件进行声压重建。为更好分析重建效果, 对输出根据最大声压进行归一化处理。

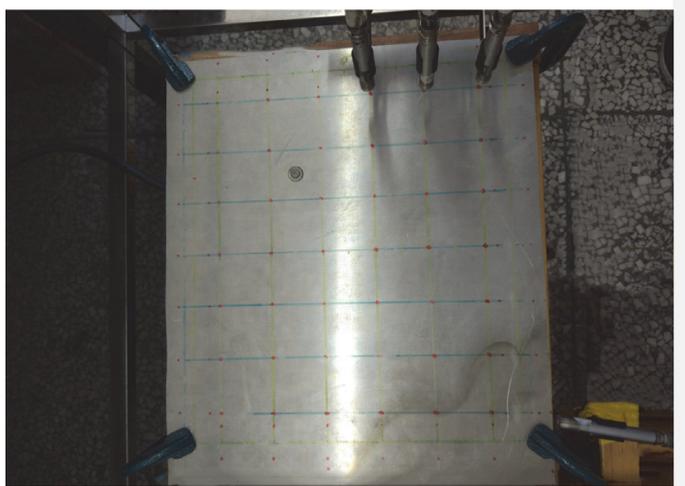


图 6 受激励力激励的板结构测试现场图

Fig. 6 Measurement system of vibration plate excited by an electrodynamic shaker

图 7 展示的是板结构受到激振器单位激励力作用下 500 和 2 000 Hz 时得到的重建面声压分布图像。可以看出, 在 500 Hz 时, 除 TRESM(图 7(c)) 和 CESM(图 7(e)) 外, 其他 2 种方法均能识别到两个声压较大的区域。TRESM 受采样点数量以及测量噪声影响较大, 因此重建结果与理论值出现较大偏差; CESM 识别失效主要原因在于其稀疏基不再适用于连续型声源。相比于 CMESM(图 7(g)), CSVDESM(图 7(i)) 在声压分布上与理论值(图 7(a)) 更接近。

在 2 000 Hz 时, 3 种方法的重建效果均不佳。主要原因在于当板的厚度较低时, 具有高空间频率的倏逝波更容易被激起, 从而削弱声场的稀疏性; 另一个原因是 CS 的本质是基于信号压缩理论, 倏逝分量具有较低的权重, 因此当采样不够时, 倏逝分量将被丢弃。然而, 这并不影响对辐射声压最强区域的识别与定位。相比于其他 3 种方法, CSVDESM(图 7(j)) 所重建的辐射声压最强区域与理论区域(图 7(b)) 最接近。

图 8 为钢板在 500 Hz 激励下, 运用高阶矩阵函数波束形成思想对 CSVDESM 输出结果进行修正后的结构板件上声压分布成像图。从图中可以看出, 在能准确重构声压分布的基础上, 随着阶数的提高, 识别到的声学中心覆盖范围逐步减小, 辐射声压最强区域变得愈发明显, 主要噪声源的识别定位更加准确。将仿真与实验的应用相结合, 可以看出所提方法(CSVDESM)在重构板结构声源辐射声场的有效性与实用性。

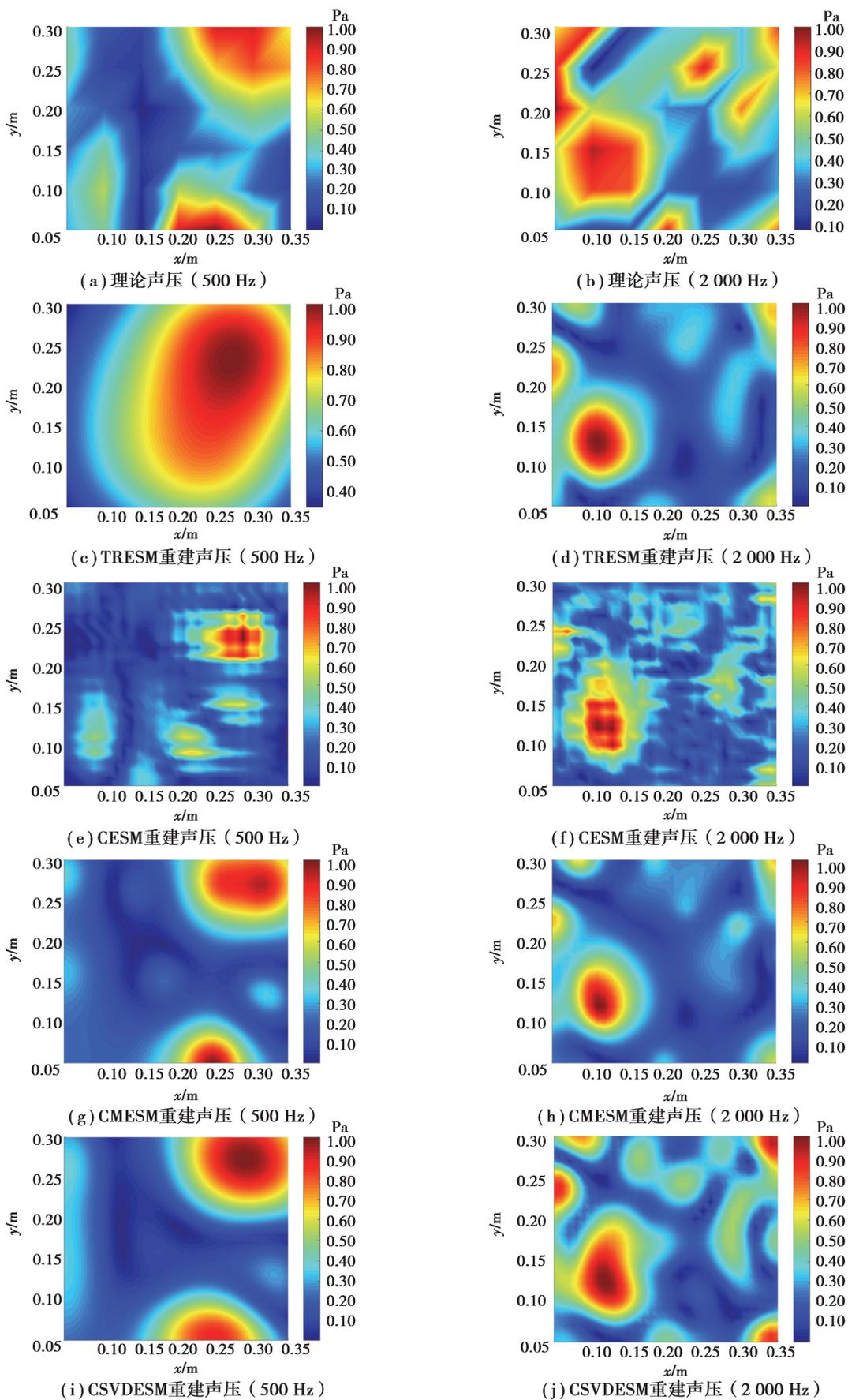


图 7 实验条件下重建面声压分布成像图

Fig. 7 Comparison of pressure distributions under experimental conditions

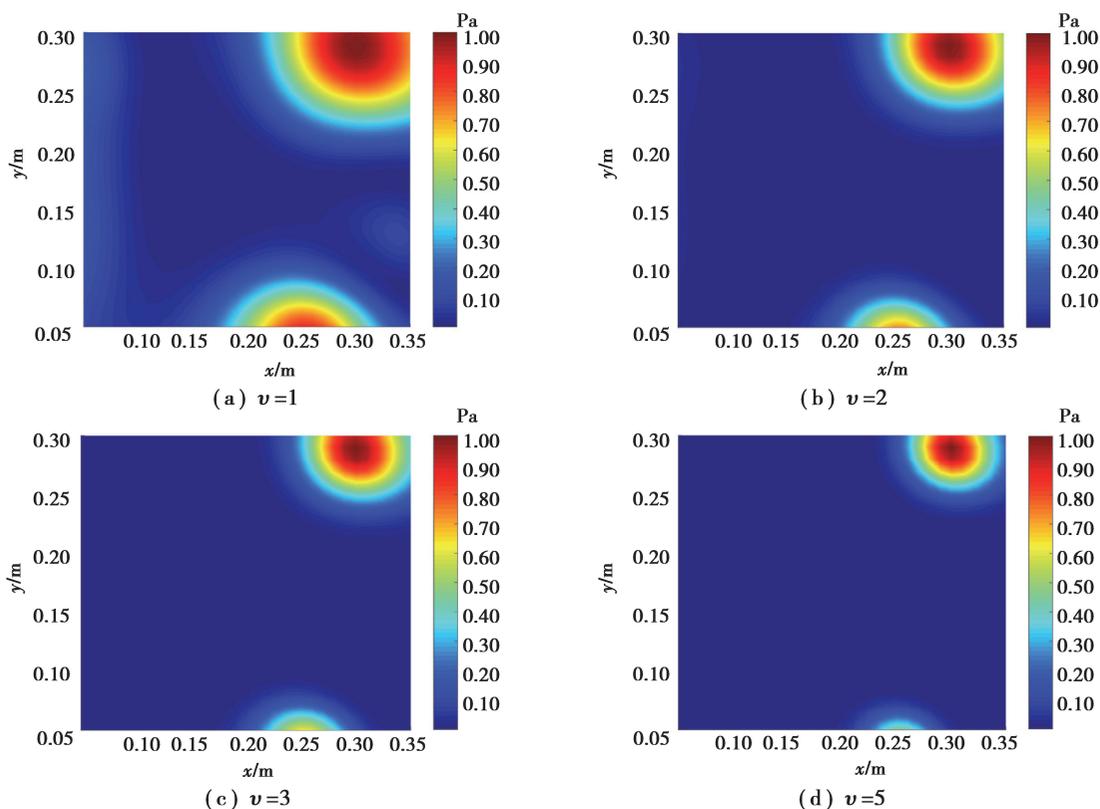


图 8 受激励力激励的板结构声源在 500 Hz 时声学成像图

Fig. 8 The pressure distributions of plate sound source at 500 Hz

## 5 结 论

基于等效源法和压缩感知理论,提出了压缩奇异值分解等效源法(CSVDESM)。通过对等效源面与重建面之间的传递矩阵进行奇异值分解,将要重构的声场分解成一系列“声学模态”。因此 CSVDESM 特别适用于空间连续型声源。

将 CSVDESM 与高阶矩阵函数波束形成理论结合,通过提高阶次值,不断缩小识别到的声学中心覆盖范围,定位出结构板件声压分布的最大区域,从而可为结构板件的优化改进提供方向。

进行数值仿真和实验应用来比较 CESM, TRESM, CMESM 以及 CSVDESM 的重建效果,结果验证了 CSVDESM 方法在较宽频率范围内的优越性,同时,通过引入高阶矩阵函数能有效提高 CSVDESM 声源成像的动态显示范围,提高声源识别定位精度。但是,当阶数过高时可能会丢失某些重要的声学信息。如何快速准确地为结构板件声源识别选取一个合适的阶数需要进一步的研究。

## 参考文献:

- [1] Maynard J D, Williams E G, Lee Y. Nearfield acoustic holography: I. Theory of generalized holography and the development of NAH[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1985, 78(4):1395-1413.
- [2] Pasqual A M. A patch near-field acoustical holography procedure based on a generalized discrete Fourier series[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2017, 90: 285-297.
- [3] Li X L, Wang N, Gao D Z, et al. A sound field separation and reconstruction technique based on reciprocity theorem and fourier transform[J]. Chinese Physics Letters, 2018, 35(11): 114301.
- [4] Wall A T, Gee K L, Neilsen T B. Multisource statistically optimized near-field acoustical holography[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2015, 137(2): 963-975.
- [5] Pereira A, Antoni J, Leclère Q. Empirical Bayesian regularization of the inverse acoustic problem[J]. Applied Acoustics, 2015, 97: 11-29.

- [6] Le Magueresse T, Thomas J H, Antoni J, et al. Bayesian regularization applied to real-time near-field acoustic holography[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2014, 136(4): 2171.
- [7] Koopmann G H, Song L, Fahnlne J B. A method for computing acoustic fields based on the principle of wave superposition[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1989, 86(6):2433-2438.
- [8] Geng L, Zhang X Z, Bi C X. Reconstruction of transient vibration and sound radiation of an impacted plate using time domain plane wave superposition method[J]. Journal of Sound and Vibration, 2015, 344: 114-125.
- [9] Lee S. Review: The Use of Equivalent Source Method in Computational Acoustics[J]. Journal of Computational Acoustics, 2017, 25(1):1630001.
- [10] Xu Z M, Wang Q H, He Y S, et al. A monotonic two-step iterative shrinkage/ thresholding algorithm for sound source identification based on equivalent source method[J]. Applied Acoustics, 2018, 129:386-396.
- [11] Ping G L, Chu Z G, Xu Z M, et al. A refined wideband acoustical holography based on equivalent source method[J]. Scientific Reports, 2017, 7: 43458.
- [12] 张磊, 曹跃云, 杨自春. 迭代总体最小二乘正则化的近场声全息方法研究[J]. 振动与冲击, 2016, 35(21): 96-101.  
ZHANG Lei, CAO Yueyun, YANG Zichun. Near field acoustic holography based on Newton iteration total least square regularization[J]. Journal of Vibration and Shock, 2016, 35(21): 96-101. (in Chinese)
- [13] 宋忠友, 仲元红, 陈涛, 等. 基于交替迭代的压缩感知多目标定位算法[J]. 重庆大学学报, 2018, 41(3): 42-50.  
SONG Zhongyou, ZHONG Yuanhong, CHEN Tao, et al. Multiple target localization algorithm based on alternate iteration using compressive sensing[J]. Journal of Chongqing University, 2018, 41(3): 42-50. (in Chinese)
- [14] 葛永新, 林梦然, 洪明坚. 联合局部和全局稀疏表示的磁共振图像重建方法[J]. 重庆大学学报, 2017, 40(1): 93-102.  
GE Yongxin, LIN Mengran, HONG Mingjian. MR image reconstruction by combining local and global sparse representations[J]. Journal of Chongqing University, 2017, 40(1): 93-102. (in Chinese)
- [15] Chardon G, Daudet L, Peillot A, et al. Near-field acoustic holography using sparse regularization and compressive sampling principles[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2012, 132(3):1521-1534.
- [16] Fernandez-Grande E, Xenaki A. Compressive sensing with a spherical microphone array[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2016, 139(2): EL45-EL49.
- [17] Hald J. Fast wideband acoustical holography[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2016, 139(4): 1508-1517.
- [18] Fernandez-Grande E, Xenaki A, Gerstoft P. A sparse equivalent source method for near-field acoustic holography[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2017, 141(1): 532-542.
- [19] Bi C X, Liu Y, Xu L, et al. Sound field reconstruction using compressed modal equivalent point source method[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2017, 141(1):73-79.
- [20] Photiadis D M. The relationship of singular value decomposition to wave-vector filtering in sound radiation problems[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1990, 88(2): 1152-1159.
- [21] Li S, Xu Z M, He Y S, et al. Functional generalized inverse beamforming based on the double-layer microphone array applied to separate the sound sources[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2016, 138(2), 021013.
- [22] 褚志刚, 段云扬, 沈林邦, 等. 函数波束形成声源识别性能分析及应用[J]. 机械工程学报, 2017, 53(4): 67-76.  
CHU Zhigang, DUAN Yunyang, SHEN Linbang, et al. Performance analysis and application of functional beamforming sound source identification[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(4): 67-76. (in Chinese)