

doi:10.11835/j.issn.1000-582X.2020.01.004

共同配送选址-路径优化模型与算法

李珍萍¹, 赵雨薇¹, 张煜炜^{1,2}

(1. 北京物资学院 信息学院, 北京 101149; 2. 首都经济贸易大学 管理工程学院, 北京 101149)

摘要:以北京市奶制品配送问题为场景,研究了共同配送选址-路径优化问题。建立了两层级带容量约束的共同配送选址-路径问题的混合整数规划模型,设计了求解模型的三阶段算法。第一阶段采用基于遗传算法的带容量限制的 K-means 聚类方法,将客户划分为若干客户集;第二阶段计算每个备选配送中心为每个客户集提供服务的最优配送路径及成本,在此基础上将共同配送中心选址与第二层级配送路径优化问题简化为配送中心选址和客户集分配问题,建立数学模型并利用 Lingo 软件求解;第三阶段确定从物流中心到共同配送中心的最优配送路径。通过对比两大品牌奶制品在北京地区各商超的单独配送与共同配送成本,验证了模型和算法的合理性和有效性。研究结果为解决不同类型产品共同配送网络优化等问题提供了决策依据。

关键词:共同配送;两层级选址-路径问题;混合整数规划;三阶段算法;遗传算法;K-means 聚类

中图分类号:TP301

文献标志码:A

文章编号:1000-582X(2020)01-028-16

Optimization model and algorithm of location-routing for joint distribution

LI Zhenping¹, ZHAO Yuwei¹, ZHANG Yuwei^{1,2}

(1.School of Information, Beijing Wuzi University, Beijing 101149 P. R. China; 2.School of Management Engineering, Capital University of Economics and Business, Beijing 100070 P. R. China)

Abstract: Based on the multiple dairy products distribution in Beijing, the optimization of location-routing for joint distribution was studied. A mixed integer programming model was formulated for the joint distribution location-routing problem with two-echelon capacitated constraints. A three-phase algorithm was designed for solving it. First, all customers were divided into multiple customer sets by K-means clustering method based on genetic algorithm. Then, the optimal delivery routes and costs for each

收稿日期:2019-05-20

基金项目:国家自然科学基金项目(71771028);北京市自然科学基金项目(Z180005);2018年北京市属高校高水平创新团队支持计划项目(IDHT20180510);北京市智能物流协同创新中心开放课题(BILSCIC-2018KF-09);北京物资学院校级重大课题(2019XJZD09);北京市科技创新服务能力建设-高精尖学科建设项目。

Supported by the National Natural Science Foundation of China (71771028), Beijing Natural Science Foundation (Z180005), Beijing Municipal University's High-level Innovation Team Construction Project (IDHT20180510), Open project of Beijing intelligent logistics Collaborative Innovation Center (BILSCIC-2018KF-09), Major Project of Beijing Wuzi University (2019XJZD09) and Beijing Science and Technology Innovation Service Capacity Building-high-grade, Precision And Advanced Subject Construction Project.

作者简介:李珍萍(1966—),女,教授,博士,主要从事优化建模与算法研究,(E-mail)lizhenping66@163.com。

candidate distribution center serving each customer set were calculated, by which the joint distribution centers location and the secondary level delivery routing problem were simplified to that of joint distribution centers location and customer sets allocation. The mathematical model was formulated, and solved by Lingo software. Finally, the first level delivery routes from the logistics center to the selected joint distribution centers were determined. By comparing the costs of separate distribution mode and joint distribution mode of two brands of dairy products in Beijing, the rationality and effectiveness of the model and algorithm were verified. It provides the decision-making basis for solving the problems such as the joint distribution network optimization of multi-brand daily products.

Keywords: joint distribution; two-echelon capacitated location-routing problem (2E-CLRP); mixed integer programming; three-phase algorithm; genetic algorithm; K-means clustering

近年来,物流企业数量逐年增加。由于很多企业的城市物流配送体系采取单独配送模式,导致车辆使用数及行驶里程逐年增加,车辆空载率高、配送线路重合等问题日益严重,既不符合绿色物流的发展,也不利于提高物流配送效率。构建城市物流共同配送体系,实现多个企业物流配送资源共享,能够有效降低物流配送成本、提高配送效率^[1]。构建物流共同配送体系涉及到共同配送中心选址^[2]和多个层级节点之间的车辆路径优化^[3-4]问题,该问题可以归结为多层级选址-路径问题。

国内外关于选址-路径问题的研究成果可以按照节点类型分为单层级选址-路径问题、两层级选址-路径问题和多层级选址-路径问题。

单层级的选址-路径问题指网络中只包含两类节点:配送中心和需求点。如城市物流中心选址-路径问题^[5],考虑污染物排放的选址-路径问题^[6],带时间窗的多车型选址-路径问题^[7],自提点选址和路径规划问题^[8]等。求解单层级选址-路径问题的主要算法是自适应大邻域搜索算法^[5-6]、混合进化搜索算法^[7]、改进的蚁群算法^[8]等。

两层级的选址-路径问题指网络中包含三类不同节点:物流中心、配送中心和客户点,在规划配送路径时,不仅需要确定物流中心和配送中心之间的路径,还需要确定配送中心和最终客户点之间的路径。求解两层级选址-路径问题主要采用聚类方法^[9]、混合遗传算法^[10]、多目标粒子群算法^[11]和分层级优化方法^[12-13]等。

多层级选址-路径问题指网络中至少包含三类不同的节点。黄凯明等^[14]针对三层级设施选址-路径规划问题提出量子进化算法。

城市物流共同配送网络包含三类节点:物流中心、配送中心和客户点,两种类型的车辆路径,即从物流中心到配送中心的大型运输车配送路径、从配送中心到客户点的小型运输车配送路径。构建共同配送体系,需要解决共同配送中心选址问题和两层级的配送路径规划问题,该问题属于两层级带容量限制的选址-路径规划问题。

文中以北京市奶制品共同配送问题为例,研究共同配送选址-路径优化问题。具体包括:从备选点中选择配送中心并进行两层级的配送路径规划;建立共同配送的选址-路径问题的混合整数规划模型,并设计求解模型的算法。结合北京市奶制品配送现状,构建北京市奶制品共同配送网络体系,通过模拟计算验证共同配送模式的优越性,并验证文中模型和算法的有效性。

1 北京市奶制品配送现状

北京市共有 82 家大型商超销售奶制品,奶制品供应商都采取单独配送模式,由于不同品牌奶制品供应商面对的客户群体相似,配送路径雷同或重复现象严重,导致总配送里程和配送成本居高不下。如图 1 所示,当 2 个供应商单独配送时,需要从 2 个配送中心经过不同的配送路径为同一批顾客点配送各自的奶制品。如果 2 个供应商采取共同配送模式,只需要建立 1 个共同配送中心,并将 2 条配送路径整合为 1 条,就可以有效降低物流成本。

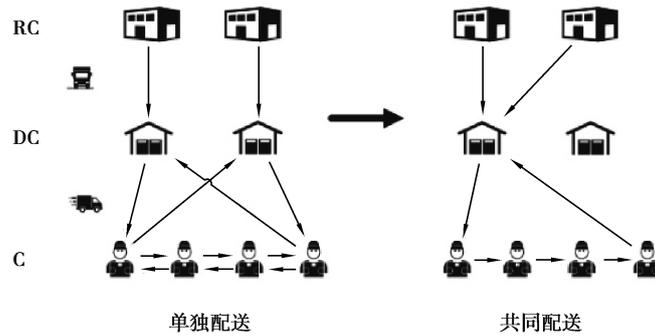


图 1 单独配送和共同配送示意图

Fig. 1 Independent distribution and joint distribution

1.1 北京市奶制品配送相关基础数据

文中以伊利和蒙牛两大品牌的奶制品为例开展研究。两大品牌奶制品在北京地区的物流中心(RC)位置坐标如表 1 所示;两种奶制品的配送中心(DC)位置坐标、容量、日常运行费用等信息如表 2 所示;北京市内的 82 家商超(C)的地理位置如图 2 所示;两种奶制品的销售量如表 3 所示;从物流中心到配送中心使用的一级车和从配送中心到客户点使用的二级车的荷载量和固定成本(即车辆折旧费、检修费和人工费等)如表 4 所示。

表 1 两种奶制品的物流中心地理坐标

Table 1 Geographical coordinates of logistics centers for two types of dairy products

物流中心编号	经度/度	纬度/度
RC1	116.491 01	40.050 892
RC2	116.204 772	40.154 762

表 2 两种奶制品配送中心的相关信息

Table 2 Information of two dairy distribution centers

配送中心编号	经度/度	纬度/度	容量/盒	运行费用/元
DC1	116.565 605	39.764 742	20 000	59 400
DC2	116.218 194	39.906 15	15 000	57 200
DC3	116.423 402	39.847 315	25 000	58 400
DC4	116.467 578	39.816 777	23 000	59 700
DC5	116.494 869	39.991 456	20 000	54 600
DC6	116.403 089	39.890 86	18 000	55 480
DC7	116.358 408	40.017 151	22 000	59 600
DC8	116.012 372	40.480 16	19 000	59 900

表 3 各商超(C)编号及两种奶制品的销售量(单位:盒)

Table 3 Serial number of each supermarket (C) and sales volume of two types of dairy products (unit: box)

编号	蒙牛	伊利	合计	编号	蒙牛	伊利	合计	编号	蒙牛	伊利	合计
C1	258	242	500	C29	445	418	863	C56	87	81	168
C2	687	646	1 333	C30	113	106	218	C57	323	304	627
C3	113	106	219	C31	121	114	235	C58	313	294	607
C4	357	335	692	C32	209	197	406	C59	177	166	343
C5	310	291	602	C33	683	642	1 325	C60	225	211	436
C6	622	585	1 207	C34	207	194	401	C61	108	102	210
C7	646	607	1 254	C35	662	622	1 284	C62	530	498	1 028
C8	152	143	295	C36	198	186	384	C63	208	195	403
C9	398	374	772	C37	1 338	1 257	2 595	C64	353	331	684
C10	362	340	702	C38	504	473	977	C65	111	104	214
C11	525	494	1 019	C39	283	266	549	C66	345	324	670
C12	577	542	1 118	C40	362	340	701	C67	175	165	340
C13	613	576	1 190	C41	887	833	1 721	C68	436	410	846
C14	224	211	435	C42	506	476	982	C69	404	379	783
C15	553	519	1 072	C43	1 196	1 124	2 320	C70	499	469	968
C16	533	500	1 033	C44	843	792	1 635	C71	301	282	583
C17	132	124	256	C45	792	744	1 535	C72	56	53	109
C18	97	91	188	C46	1 321	1 241	2 562	C73	553	520	1 073
C19	405	381	786	C47	412	387	798	C74	102	96	197
C20	277	260	537	C48	1 090	1 025	2 115	C75	551	518	1 069
C21	476	447	923	C49	1 085	1 020	2 105	C76	359	337	697
C22	182	171	353	C50	548	515	1 062	C77	608	572	1 180
C23	611	574	1 185	C51	818	768	1 586	C78	52	49	101
C24	207	195	402	C52	78	73	151	C79	295	277	573
C25	411	386	798	C53	764	718	1 482	C80	71	67	138
C26	568	534	1 102	C54	520	488	1 008	C81	642	603	1 245
C27	724	680	1 405	C55	623	585	1 209	C82	116	109	224
C28	780	733	1 512	—	—	—	—	—	—	—	—
合计								36 408	34 207	70 615	

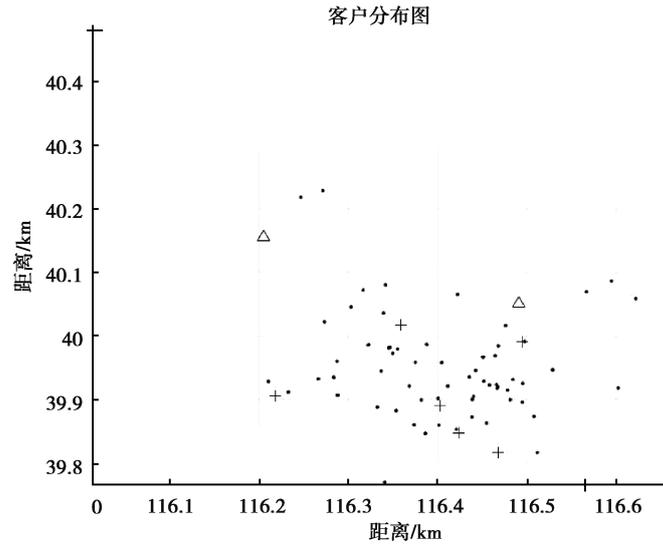


图 2 RC、DC 和 C 的位置坐标图(‘.’表示客户点;‘+’表示备选共同配送中心;‘△’表示物流中心)

Fig. 2 Location coordinates of RC, DC and C (‘.’ represents customer point, ‘+’ represents alternative common distribution center, ‘△’ represents logistics center)

表 4 两种运输车的相关信息

Table 4 Information of two types of vehicles

车型	荷载量/盒	固定成本/元
1(一级车)	40 000	5 000
2(二级车)	7 500	1 000

1.2 两种奶制品单独配送现状

目前,蒙牛和伊利供应商均采取单独配送模式为北京市的 82 家商超提供配送服务,其中,蒙牛拥有 1 家配送中心(DC1),伊利拥有 7 家配送中心(DC2, ..., DC8)。由于从物流中心到配送中心使用一级车配送,其运输费率(即单位运输距离运价,每公里费用)为 6 元/km,从配送中心到商超使用二级车配送,其运输费率为 9 元/km。为了便于管理,两家供应商均采取固定线路配送模式(即每天的配送线路相同)。整个物流活动的总成本如表 5 所示。

表 5 单独配送相关费用汇总

Table 5 Relevant costs of independent distribution

参数	蒙牛	伊利	合计	
DC 运行成本/元	59 400	404 880	464 280	
一级车使用量/辆	2	1	3	
RC-DC	行驶里程/km	129.6	183.33	312.93
	线路成本/元	777.6	1 099.98	1 877.58
二级车使用量/辆	8	7	15	
DC-C	行驶里程/km	754.74	455.01	1 209.75
	线路成本/元	6 792.66	4 095	10 887.66
总费用/元	84 970.26	422 074.98	507 045.24	

根据以上分析,这两家奶制品供应商单独配送时的总成本为 50.706 万元。两家供应商共使用一级车 3 辆,二级车 15 辆,车辆总使用费用 3 万元;第一层级由物流中心到配送中心的配送总里程为 312.93 km,第二层级由配送中心到需求点的配送总里程为 1 209.75 km,总配送路线成本为 1.277 万元;配送中心固定运行成本为 46.428 万元。

2 共同配送选址-路径问题描述和模型建立

2.1 共同配送选址-路径问题描述

文中以北京市奶制品共同配送问题为例,将共同配送选址-路径问题转化为两层级带容量限制的选址-路径问题。共同配送网络包括三类节点和两个层级相邻节点之间的配送路径。三类节点分别为各品牌奶制品的物流中心(RC)、共同配送中心(DC)、客户点(C);两个层级的配送路径包括 RC 到 DC 的配送路径和 DC 到 C 的配送路径。其中,涉及的成本包括共同配送中心的运行成本、车辆的固定成本和路径运输成本等。问题是如何确定共同配送中心 DC 的位置和 RC-DC、DC-C 的配送路径,才能使总费用最低。

为了简化问题,做出如下假设:

- 1) 一个 RC 只能提供一种产品,且 RC 提供的产品类型编号与物流中心序号相同;
- 2) 各种产品单独配送时使用的配送中心均可作为候选共同配送中心,即候选共同配送中心 DC 位置已知,每个候选配送中心容量有限,且固定运行成本已知;
- 3) 不同层级节点之间使用的运输车类型已知,即 RC-DC 使用一级车运输,DC-C 使用二级车运输。两种车型的数量充足、车容量及单位运输费率已知;
- 4) 每个 C 的所有产品需求只能由 1 辆二级车提供服务;
- 5) 不考虑越级配送。即一级车只能由 RC 出发,将单一产品运送到 DC;二级车只能由 DC 出发,可以同时多种产品运送到多个 C。

2.2 符号说明

定义以下符号:

I : 物流中心集合(即产品类型集合);

J : 备选配送中心集合;

K : 客户点集合;

$A_i^1 = \{p_{is}^1: p_{is}^1 = ij_1j_2, \dots, j_r i; i \in I; j_1, \dots, j_r \in J\}$: 物流中心 i 到配送中心的配送路径集合,每一条路径均从物流中心 i 出发,经过一个或多个配送中心 j_1j_2, \dots, j_r ,最后返回物流中心 i ;

$V(p_{is}^1)$: 从物流中心 i 出发的第 s 条配送路径 p_{is}^1 经过的所有配送中心的集合;

d_{is}^1 : 从物流中心 i 出发的第 s 条配送路径 p_{is}^1 总长度;

$A_j^2 = \{p_{jt}^2: p_{jt}^2 = jk_1k_2, \dots, k_r j; j \in J; k_1, \dots, k_r \in K\}$: 从配送中心 j 到客户点的配送路径集合,每一条路径均从配送中心 j 出发,依次经过若干客户点 k_1k_2, \dots, k_r ,最后返回配送中心 j ;

$V(p_{jt}^2)$: 从配送中心 j 出发的第 t 条配送路径 p_{jt}^2 服务的所有客户点集合;

d_{jt}^2 : 从配送中心 j 出发的第 t 条配送路径 p_{jt}^2 总长度;

g_j : 备选配送中心 j 的固定运行成本;

R_j : 备选配送中心 j 的容量;

h_1 : 一级车辆的固定动用成本;

h_2 : 二级车辆的固定动用成本;

Q_1 : 由物流中心出发为共同配送中心提供服务的一级车容量;

Q_2 : 由共同配送中心出发为客户点提供配送服务的二级车容量;

c_1 : 一级车的单位运输费率;

c_2 : 二级车的单位运输费率;

q_k^i : 客户 k 对产品 i 的需求量。

定义以下决策变量:

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{备选配送中心 } j \text{ 被选中} \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

$$y_{is}^1 = \begin{cases} 1 & \text{从物流中心 } i \text{ 出发的第 } s \text{ 条配送路线被选中} \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

$$y_{jt}^2 = \begin{cases} 1 & \text{从配送中心 } j \text{ 出发的第 } t \text{ 条配送路线被选中} \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

f_{ij} : 从物流中心 i 出发的车辆为配送中心 j 配送产品 i 的数量。

2.3 混合整数规划模型

共同配送选址-路径问题可以表示成如下混合整数规划模型:

$$\min w = \sum_{j \in J} g_j x_j + h_1 \sum_{i \in I} \sum_{p_{is} \in A_i^1} y_{is}^1 + h_2 \sum_{j \in J} \sum_{p_{jt} \in A_j^2} y_{jt}^2 + c_1 \sum_{i \in I} \sum_{p_{is} \in A_i^1} d_{is}^1 y_{is}^1 + c_2 \sum_{j \in J} \sum_{p_{jt} \in A_j^2} d_{jt}^2 y_{jt}^2. \quad (1)$$

s. t.

$$\sum_{j \in J} f_{ij} \leq Q_1 \sum_{p_{is} \in A_i^1} y_{is}^1, i \in I. \quad (2)$$

$$y_{jt}^2 \sum_{k \in V(p_{jt}^2)} \sum_{i \in I} q_k^i \leq Q_2, p_{jt}^2 \in A_j^2, j \in J. \quad (3)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{p_{jt}^2 \in A_j^2, k \in V(p_{jt}^2)} y_{jt}^2 = 1, k \in K. \quad (4)$$

$$f_{ij} = \sum_{p_{jt}^2 \in A_j^2, k \in V(p_{jt}^2)} y_{jt}^2 q_k^i, i \in I, j \in J. \quad (5)$$

$$\sum_{i \in I} f_{ij} \leq R_j x_j, j \in J. \quad (6)$$

$$y_{jt}^2 \leq x_j, p_{jt}^2 \in A_j^2, j \in J. \quad (7)$$

$$f_{ij} \geq 0, i \in I, j \in J. \quad (8)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, j \in J. \quad (9)$$

$$y_{is}^1 \in \{0, 1\}, p_{is}^1 \in A_i^1. \quad (10)$$

$$y_{jt}^2 \in \{0, 1\}, p_{jt}^2 \in A_j^2. \quad (11)$$

模型的目标函数(1)表示极小化总成本,其中,第 1 项表示共同配送中心的固定运行成本,第 2 项和第 3 项分别表示第 1 层级和第 2 层级运输车辆的固定动用成本,第 4 项和第 5 项分别表示第 1 层级和第 2 层级车辆路径配送成本。

约束条件(2)表示从物流中心 i 运往各个配送中心的产品 i 之和不超过从物流中心 i 出发的所有配送车辆的容量之和;约束条件(3)表示从配送中心 j 出发的任一条配送路径上的所有客户点对各种产品的总需求量不超过二级车的容量;约束条件(4)表示对于任意客户点 k ,恰好有一辆从配送中心出发的车辆(被选中的配送路径)为其提供服务;约束条件(5)表示从物流中心 i 运往配送中心 j 的产品 i 总量等于从配送中心 j 运往各个客户点的产品 i 总量(运量平衡约束);约束条件(6)表示从物流中心运往配送中心 j 的各种产品之和,不超过配送中心 j 的容量限制,且如果配送中心 j 未被选中,则物流中心的产品不可能运往该配送中心;约束条件(7)表示如果从配送中心 j 出发的一条配送线路被选中,则备选配送中心 j 必被选中;约束条件(8)~(11)是决策变量取值约束。

3 算法设计

共同配送选址-路径问题属于 NP 难问题,对于大规模问题,无法在短时间内通过直接求解混合整数规划模型得到全局最优解。文中设计三阶段启发式算法求解模型。

3.1 第一阶段:将客户点划分为若干客户集

在构建大规模共同配送网络时,为减少从共同配送中心到客户点的配送成本(即二级车辆的固定动用成本和行驶成本),通常会将邻近的终端客户聚集在一起由一辆二级车提供配送服务^[9]。在考虑二级车容量限制的前提下,采用基于遗传算法的带容量约束的 K-means 聚类算法,将客户点划分为尽可能少的客户集,使得每一个客户恰好被划分到一个客户集中,且每个客户集对各种产品的总需求量不超过二级车容量(即满足约束条件(3)和(4))。

由于 K-means 聚类算法需要确定聚类数,根据目标函数表达式中的第 2 项,聚类数目越少,二级车的固定动用成本越小。考虑到二级车容量限制,可以根据公式(12)确定最少聚类数目 cn :

$$cn = \lceil \sum_{k=1}^K q_k / Q \rceil. \quad (12)$$

3.1.1 带容量约束的 K-means 聚类算法步骤

Step1.1 确定初始聚类中心:从 k 个客户中随机选取 cn 个客户作为初始的聚类中心;

Step1.2 分配客户到各个类中:根据每个客户坐标,计算该客户到所有聚类中心的距离。在满足配送车容量限制条件下,将客户分配至离它最近的类,并更新该类的总需求量;若最近类的剩余容量无法满足该客户的需求,则将该客户分配给离它次近的类;以此类推,直到为每个客户分配类别;

Step1.3 更新聚类中心:根据每一类客户点的位置及需求量,采用精确重心法计算各个类重心,并将其作为新的聚类中心坐标;

Step1.4 重复步骤 Step1.2 和 Step1.3,直到聚类中心不再发生变化。

3.1.2 基于遗传算法的带容量约束的 K-means 聚类算法

为克服 K-means 算法对初始聚类中心的依赖性,将遗传算法和 K-means 聚类算法相结合(KBGA, k-means clustering algorithm based on genetic algorithm)^[15],求解客户点聚类问题。

算法的基本思想:从样本中随机选取 cn 个客户点位置作为初始聚类中心,计算客户点对应的聚类结果;将每一组聚类中心用浮点数编码为染色体;根据聚类结果计算适应度函数值;对每一代种群对应的聚类中心编码执行遗传算法操作,产生新的聚类中心;然后对新的聚类中心执行 K-means 算法,找到聚类问题的最终解。

KBGA 算法的具体基本步骤:

Step2.1 设置遗传算法参数:种群规模 $sizepop$,最大迭代次数 $MAXGEN$,选择概率 $GGAP$,交叉概率 P_c ,变异概率 P_m ;

Step2.2 种群初始化:从样本中随机选取 cn 个客户点位置作为初始聚类中心,并对每一个类中心进行浮点数编码。重复 $sizepop$ 次,得到初始种群;

Step2.3 对当前种群的每个个体(每组类中心),按照带容量约束的 K-means 聚类算法步骤 Step1.2 计算客户点的聚类结果;

Step2.4 计算适应度:适应度函数定义为类间距之和,计算群体中每个个体的适应度;根据适应度计算每个个体的选择概率;

Step2.5 按照轮盘赌法选择 $sizepop$ 个个体进入交配池;按照交叉概率 P_c 选择一部分个体执行交叉操作;按照变异概率选择一部分个体执行变异操作,生成下一代种群;同时采取精英保留策略将类间距最小的个体直接保留至下一代;

重复执行步骤 Step2.3~2.5,直到达到最大迭代次数。将最后一代群体中适应度最大的个体对应的聚类中心作为最优聚类中心;

Step2.6 对最优聚类中心执行带容量约束的 K-means 聚类算法的步骤 Step1.3~1.4,得到最优聚类结果和客户点分类矩阵。

3.1.3 最优聚类数的确定

聚类数目越少,动用的车辆数越少,但每辆车的行驶距离将增大,车辆的行驶成本将增加,故最少聚类数目不一定对应总成本最低的配送方案。为找到对应总成本最低的配送方案,需要确定最优聚类数目,文中利

用轮廓分析法^[16]从多个备选的聚类数目中选择最优聚类数。

假设按照公式(12)计算出的最少聚类数为 cn , 则备选聚类数目定义为: $cn, cn+1, cn+2, cn+3, cn+4, cn+5$ 。对每一种聚类数目, 按照 KBGA 算法计算聚类结果, 并进行轮廓分析, 具体步骤为:

Step3.1 计算每个客户点 i 与簇内其它客户点之间的平均距离(即内聚度) $a^{(i)}$;

Step3.2 计算每个客户点 i 与最近簇中所有客户点之间的平均距离(即分离度) $b^{(i)}$;

Step3.3 将分离度与内聚度之差除以二者中较大的数, 得到客户点 i 的轮廓系数, 计算公式如下:

$$s^{(i)} = \frac{b^{(i)} - a^{(i)}}{\max\{b^{(i)}, a^{(i)}\}} \quad (13)$$

轮廓系数的取值在 $-1 \sim 1$ 之间。当内聚度与分离度相等时, 轮廓系数为 0。当 $b \gg a$ 时, 轮廓系数近似取到 1, 此时分类效果最佳; 轮廓系数为负值时, 表示该客户点分类错误。

对每一种聚类结果分别计算各个客户点的轮廓系数; 选择平均轮廓系数尽可能大、轮廓系数为负的客户点数尽可能少的聚类结果对应的聚类数作为最优聚类数。

3.2 第二阶段: 确定共同配送中心位置及第二层级配送路径

利用 TSP 问题的算法计算从各个 DC 出发为每个客户集配送产品的最优路径和配送成本(对应目标函数(1)第 5 项的值)。在此基础上, 将共同配送中心选址和第 2 层级配送路径优化问题简化为配送中心选址和客户集分配问题, 建立数学模型并利用 Lingo 软件求解。得到共同配送中心的选址结果和从共同配送中心到客户点的配送路径, 以及各个共同配送中心为客户点配送的各种类型产品总量。

由于每个客户集只需要一辆二级车服务, 因此共同配送中心 j 为客户集 m 提供服务的最优路径, 即为由配送中心 j 和客户集 m 组成的 TSP 问题的最优解。根据 TSP 问题的算法可以得到配送中心 j 为客户集 m 提供服务的最优配送路径 p_{jm}^2 和路径总长度 d_{jm}^2 。

根据以上分析, 将客户聚类后, 从配送中心到客户点的配送车辆固定动用成本为常数。在不考虑第一层级配送成本的前提下, 根据模型目标函数中的配送中心选址成本和第二层级配送路径成本, 将共同配送中心选址和第二层级配送路径优化问题转化为共同配送中心选址和客户集指派问题。

令 $M = \{1, 2, \dots, cn\}$ 表示客户集 m 序号集合; E_m^i 表示客户集 m 对第 i 种商品的总需求量; d_{jm}^2 表示从备选配送中心 j 出发为客户集 m 配送商品的最优配送路径长度。

定义决策变量:

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{备选配送中心 } j \text{ 被选中} \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

$$z_{jm} = \begin{cases} 1 & \text{共同配送中心 } j \text{ 为客户集 } m \text{ 提供配送服务} \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

则共同配送中心选址和客户集分配问题可以表示成如下 0~1 线性规划模型:

$$\min w = \sum_{j \in J} g_j x_j + c_2 \sum_{j \in J} \sum_{m \in M} d_{jm}^2 z_{jm} \quad (14)$$

s. t.

$$\sum_{m \in M} \sum_{i \in I} E_m^i z_{jm} \leq R_j x_j, j \in J \quad (15)$$

$$\sum_{j \in J} z_{jm} = 1, m \in M \quad (16)$$

$$z_{jm} \leq x_j, j \in J, m \in M \quad (17)$$

$$x_j, z_{jm} = \{0, 1\}, j \in J, m \in M \quad (18)$$

目标条件(14)表示极小化配送共同配送中心选址成本和第二层级配送路径成本之和; 约束条件(15)表示所有分配给共同配送中心 j 的客户集的总需求量不超过配送中心 j 的容量(该约束等价于混合整数规划模型中的约束条件(5)(6)); 约束条件(16)表示一个客户集恰好由一个共同配送中心提供服务(该约束等价于混合整数规划模型中的约束条件(4)); 约束条件(17)表示若共同配送中心 j 未被选中则不会有分配给它的客户集(该约束等价于混合整数规划模型中的约束条件(7)); 约束条件(18)为决策变量取值约束。

由于 0~1 线性规划模型式(14)~式(18)的决策变量和约束条件并不多, 可以直接用 Lingo 软件求解。

3.3 第三阶段:确定第一层级的配送路径

根据第二阶段计算结果,按照公式(19)计算每个共同配送中心服务的所有客户点对各种产品的总需求量。

$$B_j^i = \sum_{m \in M} E_m^i z_{jm}, j \in J, i \in I. \quad (19)$$

考虑一级车辆固定动用成本和从 RC 到选中的 DC 的配送成本,在满足一级车容量约束(约束条件(2))的情况下使目标函数(1)中的第 2 项和第 4 项之和尽可能小的第一层级配送路径优化问题,等价于从各个 RC 到选中的 DC 的带容量约束的 VRP 问题。可直接利用精确求解或启发式算法求出从各个物流中心到共同配送中心的最优配送路径。

4 实例求解与结果分析

根据两大品牌奶制品供应商的物流基地、配送中心,以及北京市 82 家商超位置及销售量等基础数据。考虑到不同品牌奶制品的共同配送会增加诸如管理费等相关费用,故设二级车的运输费率为 15 元/km,一级车的运输费率仍为 6 元/km。利用文中方法求解结果如下。

4.1 将 82 家商超聚类成客户集

为商超提供配送服务的二级车容量为 7 500 盒;82 家商超对两种奶制品的总需求为 70 615 盒;根据式(12)得到最低聚类数为 10;根据 KBGA 算法依次计算 $cn \in \{10, 11, 12, 13, 14, 14\}$ 的聚类结果。

对每一聚类结果使用式(13)计算轮廓系数,统计平均轮廓系数和轮廓系数为负值的客户点个数,分析 2 个指标随聚类数的变化关系,如图 3 所示,横坐标表示聚类数,纵坐标分别表示平均轮廓系数和轮廓系数为负值的客户点个数。

由图 3 可知,随着聚类数的增加,平均轮廓系数呈现先增后减趋势,轮廓系数取负值的点的个数呈现先减后增的趋势,综合考虑 2 个指标可得聚类数为 11 时聚类效果最佳。第一阶段只考虑客户需求和配送车容量,在满足车容量约束下根据类间距对客户文中根据轮廓分析结果,考虑 cn 的 3 个较优选择,即 $cn \in \{11, 12, 13\}$ 。

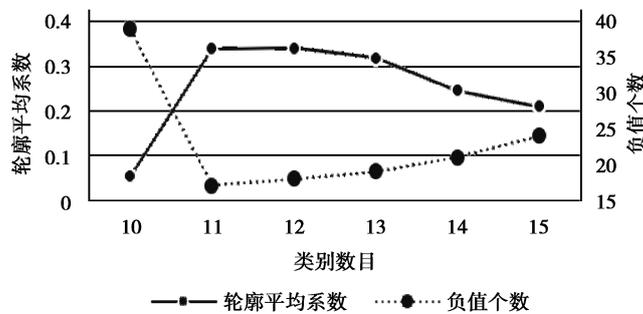


图 3 不同聚类数对应的轮廓系数分析图

Fig. 3 Contour coefficient analysis diagram of different cluster numbers

图 4 为客户分类结果和轮廓值关系图,其中,第一列表示每类中各点的轮廓系数,第二列为对应聚类数的客户聚类情况。

根据轮廓系数将客户划分为正负 2 组,聚类数为 11、12、13 时,轮廓系数介于 0~0.6 的客户点数较多,轮廓系数为负的客户点较少,故聚类数为 11、12、13 时聚类效果较优。

聚类数为 $cn=11, 12, 13$ 时,轮廓系数为负值的客户点分别是 17、18、19 个,与聚类数为 13 的情景相比,聚类数为 11 或 12 时轮廓系数的异常值较少,且轮廓系数在 0.6 以上的客户点较多。基于以上观察,可以认为聚类数为 11 时的效果最优,聚类数为 12 时结果优于聚类数为 13 的结果。

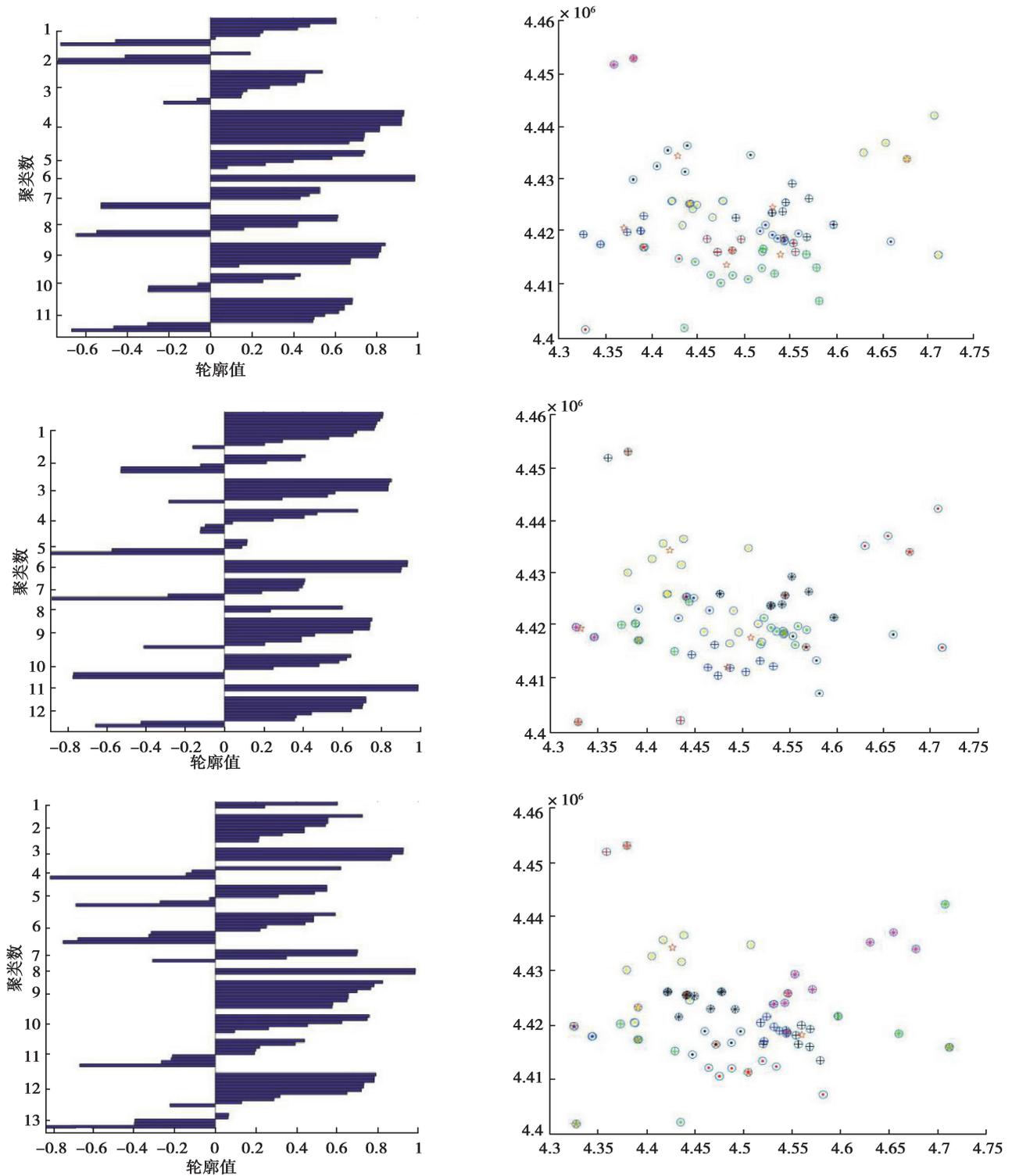


图 4 客户分类结果和轮廓值(五角星为聚类中心)

Fig. 4 Classification results of customers and the contour values (each star represents a cluster center)

4.2 共同配送中心选址-路径规划结果

对于 $cn \in \{11, 12, 13\}$ 的聚类结果, 分别计算从每个备选配送中心到各个客户集的最优配送路径的长度。根据模型(14)~(18), 利用 Lingo 软件编程求解, 最终得到 4 个共同配送中心和对应的客户集分配方案, 以及从共同配送中心到客户集的最优配送路径。

分别计算 4 个共同配送中心服务的客户集对两种奶制品的总需求量,作为共同配送中心的需求量。利用 TSP 问题的精确算法计算从每个物流中心出发为 4 个共同配送中心配送奶制品的最优路径。详细求解结果如表 6~表 9 所示。其中,表 6 列出各种聚类数对应的共同配送中心选址结果和总选址费用。表 7~表 9 分别列出不同聚类数对应的第 1 层级和第 2 层级配送路径信息。第 1 列为路径类型或配送车辆出发点,第 2 列为详细的路径信息,第 3、4 列分别列出每条路径的长度和对应的配送成本,最后一列为动用车辆的固定成本。

表 6 不同聚类数对应的共同配送中心选址结果

Table 6 Location results of joint distribution centers based on different number of clusters

聚类数	选址结果	DC 运行成本/元
11	DC2, DC3, DC5, DC6	225 680
12	DC2, DC3, DC5, DC6	225 680
13	DC2, DC3, DC5, DC6	225 680

表 7 聚类数为 11 的路径规划结果

Table 7 Routing results with cluster number 11

路径	配送路线	里程数/ km	成本/元	
			路线	车辆
RC-DC 路径	RC1→DC5→DC6→DC3→DC2→RC1	72.33	433.98	10 000
	RC2→DC2→DC3→DC6→DC5→RC2	95.70	574.74	
	小计	168.12	1 008.72	
DC2	DC2→C43→C44→C62→C23→DC2	42.62	639.3	11 000
	DC2→C47→C53→C45→C80→C70→C10→C76→C68→DC2	19.51	292.65	
	DC3→C64→C61→C2→C63→C17→C7→C32→C12→C1→DC3	40.89	613.34	
DC3	DC3→C31→C72→C16→C39→C11→C6→C14→C22→C38→ C36→C13→DC3	46.61	699.22	11 000
	DC3→C46→C21→C51→C20→C33→C30→C8→DC3	30.08	451.15	
	DC5→C41→C24→C34→C27→C15→C67→DC5	46.53	697.95	
DC5	DC5→C74→C25→C77→C28→C69→C81→DC5	66.10	991.54	11 000
	DC5→C65→C66→C73→C54→C18→C75→C57→C19→ C59→C79→C4→DC5	31.94	479.05	
	DC6→C58→C49→C29→C35→C50→C40→C9→DC6	23.48	352.22	
DC6	DC6→C55→C78→C60→C37→C52→C42→C71→C3→ C82→C56→C5→DC6	31.29	469.35	11 000
	DC6→C26→C48→DC6	80.23	1 203.45	
	小计	459.28	6 889.2	
合计成本			254 577.92	

表 8 聚类数为 12 的路径规划结果
Table 8 Routing results with cluster number 12

路径	配送路线	里程数 /km	成本/元	
			路线	车辆
RC-DC 路径	RC1→DC5→DC6→DC3→DC2→RC1	72.33	433.98	10 000
	RC2→DC2→DC3→DC6→DC5→RC2	95.70	574.74	
	小计	168.12	1 008.72	—
DC2	DC2→C68→C76→C47→C53→DC2	6.71	100.65	
	DC2→C10→C80→C70→C71→C62→ C44→C43→DC2	33.44	501.60	
	DC2→C26→C48→DC2	73.21	1 098.15	
	DC3→C58→C39→C59→C72→C16→C36→C38→C22→ C14→C6→C11→C61→DC3	36.24	543.60	
DC3	DC3→C17→C23→DC3	41.96	629.4	
	DC3→C49→C51→C31→C21→C46→DC3	44.94	674.10	
	DC3→C30→C8→C64→C50→C2→C63→C7→ C32→C12→C1→DC3	22.93	343.95	12 000
DC5	DC5→C65→C66→C73→C54→C82→C57→C75→ C18→C79→C4→DC3	32.66	489.90	
	DC5→C74→C25→C77→C28→C69→C81→DC5	66.10	991.50	
	DC5→C67→C15→C27→C41→C34→C24→ C78→C60→DC5	51.68	775.20	
DC6	DC6→C5→C56→C3→C42→C52→C37→ C45→C55→DC6	32.32	484.80	
	DC6→C33→C20→C29→C13→C19→C35→ C40→C9→DC6	23.50	352.50	
	小计	465.69	6 985.35	—
	合计成本		255 674.07	

表 9 聚类数为 13 的路径规划结果
Table 9 Routing results with cluster number 13

路径	配送路线	里程数/ km	成本/元	
			路线	车辆
RC-DC 路径	RC1→DC5→DC6→DC3→DC2→RC1	72.33	433.98	10 000
	RC2→DC2→DC3→DC6→DC5→RC2	95.70	574.74	
	小计	168.12	1 008.72	—

续表9

路径	配送路线	里程数/ km	成本/元	
			路线	车辆
DC2	DC2→C68→C76→C47→C53→DC2	6.71	100.65	
	DC2→C45→C71→C80→C70→DC2	27.46	411.90	
	DC2→C62→C44→C43→C10→DC2	22.81	342.10	
DC3	DC3→C17→C23→DC3	41.96	629.40	
	DC3→C46→C8→C30→C64→C12→C63→ C32→C7→C1→DC3	28.53	427.95	
	DC3→C11→C6→C14→C22→C38→C36→ C13→C20→C33→DC3	24.07	361.10	
	DC3→C61→C39→C49→C16→C72→C59→ C58→C51→C21→DC3	34.34	515.10	13 000
DC5	DC5→C79→C31→C81→C69→C77→DC5	65.79	986.80	
	DC5→C4→C28→C25→C74→C65→C66→C73→ C54→C57→C18→DC5	40.69	610.30	
	DC5→C26→C48→DC5	67.81	1 017.10	
	DC5→C41→C24→C34→C27→C15→C67→DC5	46.53	697.90	
DC6	DC6→C9→C29→C75→C35→C2→ C40→C50→DC6	27.99	419.90	
	DC6→C19→C5→C56→C82→C3→C42→C52→C37→ C60→C78→C55→DC6	32.22	483.30	
小计		466.89	7 003.40	—
合计成本				256 692.12

根据表 7~表 9 的结果可以进一步计算得到三种聚类数对应的总成本,如表 10 所示。由表 10 可以看出,聚类数为 11 时总成本最低。总里程数为 627.4 km;选中的共同配送中心为 DC2、DC3、DC5 和 DC6,共同配送中心总运行成本为 22.57 万元;从物流中心到共同配送中心需动用 2 辆一级车,总成本为 1 万元;从共同配送中心到客户点需动用 11 辆二级车,总成本为 1.1 万元;总配送路线成本为 0.79 万元。

表 10 基于三种不同聚类数的结果比较

Table 10 Comparison of the results based on three kinds of clustering numbers

聚类数	总成本/元	总里程数/km	排名
11	254 577.92	627.40	1
12	255 674.07	633.72	2
13	256 692.12	635.01	3

4.3 奶制品共同配送方案与单独配送方案的对比分析

选取聚类数为 11 的计算结果与单独配送方案进行对比,结果如表 11 所示。由表 11 可以看出,共同配送比单独配送总成本节省约 25 万元(约占总成本的 49.79%);配送中心数量减少 4 家;由物流中心到配送中心的车辆行驶里程节省约 145 km(约占 46.28%);由配送中心到客户点的车辆行驶里程节省约 750 km(约 62.04%);总路线成本节省约 0.49 万元,大约降低 38%。可以看出,采取共同配送策略可减少配送中心数量、

配送车辆使用量、配送总里程;降低配送成本,整合社会资源,达到节能减排的总目标。

表 11 奶制品共同配送与单独配送方案的对比分析

Table 11 Comparative analysis of joint distribution and independent distribution schemes for dairy products

参数	单独配送	共同配送	增减量	增减比例/%
配送中心数目	8	4	-4	-50
路线成本/元	12 765.24	7 897.92	-4 867.32	-38.13
一级车使用量	3	2	-1	-33.33
二级车使用量	15	11	-4	-26.67
配送里程/ km	RC—DC 312.93	168.12	-144.81	-46.28
	DC—C 1 209.75	459.28	-750.47	-62.04
总成本/元	507 045.24	254 577.92	-252 467.32	-49.79

多类型产品共同配送选址-路径问题属于 NP 难问题。从算例的求解过程可以看出,对于大规模问题,三阶段算法的第一阶段首先通过对需求点进行聚类,将大规模问题转化为若干个小规模问题。因此,算法的第二和第三阶段需要求解的配送中心选址问题和两层级路径规划相关的 TSP 问题以及 VRP 问题的规模都不大,即使直接利用商业软件求解,也会很快得到精确最优解。文中设计的三阶段算法可以用于求解大规模共同配送中心选址-路径规划问题。

5 结 论

文中以北京市奶制品配送问题为场景,研究了共同配送选址-路径优化问题,建立了两层级带容量限制的选址-路径问题(2E-CLRP)的数学模型,并设计了求解模型的三阶段算法。利用北京市奶制品配送问题实际数据进行模拟计算,得出奶制品共同配送中心选址和配送路径规划方案;通过与单独配送模式进行对比可以发现,采取共同配送模式可以有效减少配送中心数量和配送车辆使用量,降低配送车辆行驶里程和配送成本。文中的模型和算法为解决共同配送的物流网络构建和优化问题提供决策依据。可直接推广,用于解决其它产品共同配送网络规划问题。

在研究共同配送问题时做了一些必要的简化假设,未来可以从以下几个方面对问题进行深入研究:1)对随机需求下的共同配送中心选址和配送路径优化问题进行研究;2)根据模型的结构,设计精确算法求全局最优解;3)根据客户点的需求选择合适的车型安排配送路径,减少车辆空载率。

参考文献:

- [1] 霍红,臧旭,徐玲玲. 农资共同配送成本分摊模型问题研究[J]. 江苏农业科学, 2017, 45(20): 352-354.
HUO Hong, ZANG Xu, XU Lingling. Study on the cost allocation model of joint distribution of agricultural materials [J]. Jiangsu Agricultural Sciences, 2017, 45(20): 352-354. (in Chinese)
- [2] 宾厚,曾琴云,王欢芳. 城市共同配送中心选址研究:基于生态位和混合整数规划法视角[J]. 贵州财经大学学报, 2016(4): 86-93.
BIN Hou, ZENG Qinyun, WANG Huanfang. Research on the model of city joint distribution center location: based on niche fitness and mixed integer programming perspective [J]. Journal of Guizhou University of Finance and Economics, 2016(4): 86-93. (in Chinese)
- [3] 倪霖,刘凯朋,涂志刚. 考虑同时取送货的城市快递共同配送路径优化[J]. 重庆大学学报, 2017, 40(10): 30-39.
Ni Lin, LIU Kaipeng, TU Zhigang. Optimization on vehicle routing problem with simultaneous pickup-delivery for urban express joint distribution [J]. Journal of Chongqing University, 2017, 40(10): 30-39. (in Chinese)
- [4] 葛显龙,薛桂琴. 不确定环境下多品类共同配送路径优化[J]. 计算机工程与应用, 2019, 55(9): 264-270.
GE Xianlong, XUE Guiqin. Multi-products joint distribution vehicle routing optimization with uncertain circumstance

- [J]. *Computer Engineering and Applications*, 2019, 55(9): 264-270.(in Chinese)
- [5] Koç Ç, Bektaş T, Jabali O, et al. The impact of depot location, fleet composition and routing on emissions in city logistics [J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2016, 84: 81-102.
- [6] Demir E, Bektaş T, Laporte G. An adaptive large neighborhood search heuristic for the Pollution-Routing Problem [J]. *European Journal of Operational Research*, 2012, 223(2): 346-359.
- [7] Koç Ç, Bektaş T, Jabali O, et al. The fleet size and mix location-routing problem with time windows: Formulations and a heuristic algorithm[J]. *European Journal of Operational Research*, 2016, 248(1): 33-51.
- [8] 周翔, 许茂增, 吕奇光, 等. 基于客户点行政地址的自提点选址-路径优化[J]. *计算机集成制造系统*, 2019, 25(8): 2069-2078.
ZHOU Xiang, XU Maozeng, LYU Qiguang, et al. Location-routing problem of pickup point based on administrative address of customer points[J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2019, 25(8): 2069-2078.(in Chinese)
- [9] Wang Y, Assogba K, Liu Y, et al. Two-echelon location-routing optimization with time windows based on customer clustering[J]. *Expert Systems With Applications*, 2018, 104: 244-260.
- [10] 周林, 康燕, 宋寒, 等. 送提一体与终端共享下的最后一公里配送选址-路径问题[J]. *计算机集成制造系统*, 2019, 25(7): 1855-1864.
ZHOU Lin, KANG Yan, SONG Han, et al. Location-routing problem for last mile delivery with simultaneous home delivery and customer's pickup based on terminal sharing[J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2019, 25(7): 1855-1864.(in Chinese)
- [11] 邱晗光, 李海南, 宋寒. 需求依赖末端交付与时间窗的城市配送自提柜选址-路径问题[J]. *计算机集成制造系统*, 2018, 24(10): 2612-2621.
QIU Hanguang, LI Hainan, SONG Han. Reception box locating-vehicle routing problems in urban distribution considering demand depending on last-mile delivery and time slots[J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2018, 24(10): 2612-2621.(in Chinese)
- [12] Boccia M, Crainic T G, Sforza A, et al. A metaheuristic for a two echelon location-routing problem[C]// *Experimental Algorithms*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2010: 288-301.
- [13] Zhao Q W, Wang W, d Souza R. A heterogeneous fleet two-echelon capacitated location-routing model for joint delivery arising in city logistics[J]. *International Journal of Production Research*, 2018, 56(15): 5062-5080.
- [14] 黄凯明, 卢才武, 连民杰. 三层级设施选址-路径规划问题建模及算法研究[J]. *系统工程理论与实践*, 2018, 38(3): 743-754.
HUANG Kaiming, LU Caiwu, LIAN Minjie. Research on modeling and algorithm for three-echelon location-routing problem[J]. *Systems Engineering-Theory & Practice*, 2018, 38(3): 743-754.(in Chinese)
- [15] 吴香庭. 基于遗传算法的 K-means 聚类方法的研究[D]. 青岛: 山东科技大学, 2010.
WU Xiangting. Study of K-means clustering based on genetic algorithm[D]. Qingdao: Shandong University of Science and Technology, 2010. (in Chinese)
- [16] Struyf A, Hubert M, Rousseeuw P. Clustering in an object-oriented environment[J]. *Journal of Statistical Software*, 1996, 1(4):1-30.