doi:10.11835/j.issn.1000-582X.2020.03.003

# 错列距离对被动控制双柱体流致振动特性的影响

杨佐美,丁 林,叶倩云,张 力

(重庆大学 a.低品位能源利用技术及系统教育部重点实验室; b. 能源与动力工程学院,重庆 400044)

摘要:针对双柱体这种极具代表性的多柱体结构,采用数值方法研究错列距离改变引起的双柱体流致振动特性的变化,分析间隙流与振动响应之间的相互影响关系。结果显示:错列双柱体的振动模态存在周期振动、双周期振动、多周期振动和拟周期振动等多种模态。上游柱体振幅受间距比的影响很小,间距比变化时,最大振动幅值均在约化速度 $U^* = 6$ 时取得。对于下游柱体,振动幅值随间距比大幅变化,尤其是当T = 0.6D(D为柱体直径)时。随着来流速度的变化,上下游柱体振幅曲线发生交叉,存在一个临界约化速度 $U^*_c = 7, \exists U^* > U^*_c$ 时,上游柱体振幅低于下游柱体振幅。  $\exists T/D > 0.6, U^* < 8$ 时,为间隙流主导区。在该区域内,上游柱体脱落的漩涡形成间隙流,附着在下游柱体的表面,使下游柱体的边界层分离提前,柱体振动增强。

关键词:错列;双柱体;流致振动;被动控制;间隙流

中图分类号:TK79 文献标志码:A 文章编号:1000-582X(2020)03-027-09

## The influence of staggered distance on flow-induced motion of two circular cylinders with passive turbulence control

YANG Zuomei, DING Lin, YE Qianyun, ZHANG Li

(a. Key Laboratory of Low-Grade Energy Utilization Technologies and Systems, Ministry of Education;b. School of Energy and Power Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China)

Abstract: Aiming at two cylinders which is a very typical multi-cylinder structure, the influence of staggered distances on the flow-induced vibration response characteristics of two circular cylinders is studied using numerical simulation method. and the interaction relation between the gap flow and the vibration response of cylinders is obtained. The results illustrate that FIM mode of two cylinders include periodic vibration, double-cycle vibration, multiple-periodic vibration, and quasi-periodic vibration. With the change of staggered spacing, the amplitude of upstream cylinder is almost unaffected, and maximizes at  $U^* = 6$ . For the downstream cylinder, the change of staggered distance will significantly affect the trend of amplitude curve, especially when T=0.6D (D is the diameter of the cylinder). With the change of inflow velocity, the amplitude curves of upstream and downstream cylinders intersect, and there is a critical reduced-velocity  $U_c^* = 7$ . When  $U^* > U_c^*$ , the amplitude of upstream cylinder is lower than that of downstream cylinder. It is the dominant region of gap flow for T > 0.6D and  $U^* < 8$ . In this region,

收稿日期:2019-08-26

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51776021);重庆市基础科学与前沿技术研究专项(cstc2016jcyjA0255)。

Supported by the National Natural Science of China (51776021), Natural Science Foundation Project of Chongqing CSTC(cstc2016jcyjA0255).

作者简介:杨佐美(1997—),女,硕士研究生,主要从事流致振动研究,(E-mail)zuomei@cqu.edu.cn。

通讯作者:丁林,男,副教授,博士生导师,(E-mail)linding@cqu.edu.cn。

vortices shed from the upstream cylinder form a gap flow, which attaches to the surface of the downstream cylinder, leading to the advance of boundary layer separation of the downstream cylinder, and enhancing the vibration of the cylinder.

Keywords: stagger arrangement; two cylinders; flow-induced motion; passive turbulence control; gap flow

当流体流过弹性支撑的钝体<sup>[1-2]</sup>时,在钝体后方会产生因漩涡脱落而周期性变化的流体力,分解为沿横向的升力和流向的阻力作用在钝体上使钝体发生振动,振动的钝体又会使流体流动发生变化,两者之间的相互作用称为流致振动(FIM)<sup>[3]</sup>。流致振动对结构的损害较大,特别是当结构的自然频率处在尾流侧的涡脱频率中时,结构受到的破坏最大。实际工程中常用到钝体结构,如海上钻井平台、海洋立管、输电导线、跨海吊桥、高层建筑、电厂冷却塔和烟囱等等。因此,在很多与流体有关的工程应用中,流致振动因其潜在的危害 倍受重视<sup>[4]</sup>,需要极力避免。

除此之外,流致振动是一种将流动能转变为结构振动机械能的现象。近年来,就有学者提出了具有生态 友好、经济效益高和低起动流速等优点的流致振动清洁能源收集系统<sup>[5-6]</sup>,该系统成功将流致振动具有的动 能转化成电能,具有较为广阔的应用前景。为使流致振动能量转换系统的能量密度得到提高,探究激励流致 振动产生的路径和进一步获取加强流致振动的措施,Ding等<sup>[7-11]</sup>通过在柱体表面加粗糙带的被动控制方式 来增强振动。结果显示,加了粗糙带的柱体实现高振幅驰振所需的约化速度更低,该被动控制方式极大地加 强了振动。另外,流体相关工程(如航天航海)的大力发展,引起了许多研究者的注意,掀起了流致振动研究 的热潮。双柱体作为最简单的多柱体,是学者们研究的热点,也是分析多柱体流致振动特性的基础。双柱体 的布置位置不同,其流致振动结果也不同。因此,学者们就双柱体位置布置展开了研究,张大可<sup>[13]</sup>、及春 宁<sup>[14-15]</sup>和 Mysa等<sup>[16]</sup>研究串列双柱体涡致振动,对比下游柱体与单柱体的最大振幅,发现前者明显大些;临 界约化速度在不同间隙距离下都包含在5.0~6.0之间;下游柱体的流型受到来自上游柱体的尾迹与下游柱 体的边界层相互作用的影响。Griffith等<sup>[17]</sup>对错行排列双柱体的流致振动响应进行了研究,将间隙距离、振 动响应和约化速度的关系进行了分类,分为低约化速度区、临界状态区、尾流主导区和间隙流主导区等。

综上所述,间距比是影响双柱体流致振动响应的关键性因素。而 Griffith 对错列双柱体的研究中提到了 间隙流的概念,关于间隙流的生成没有多的阐述,间隙流的产生对于振动的影响机理还处于未知状态。因 此,文中针对错列双柱体,研究了它在不同间距比下的幅频响应特性和尾流形态,讨论振动响应随间距比的 变化,获悉间隙流对振动的影响。

## 1 模型及数值计算

#### 1.1 物理模型

柱体振动系统简化为质量-阻尼-弹簧(*M*-*C*-*K*)系统,*K* 为系统弹性系数,*C*<sub>system</sub>为结构阻尼。 柱体振子是直径为 *D*,长*L* 的刚性柱体,横向(*y* 轴方向)单自由度振动,物理模型如图 1 所示。*d* 为*x* 轴方向圆心距(为排除 *x* 方向的影响,取 *d*= 2*D*),*T* 是 *y* 方向圆心错列间距,取 0~1.0*D*。粗 糙带(PTC)对称贴在柱体上游表面上,厚度为 0.001*D*,覆盖角为 16°。为了使粗糙带在双柱体振 动中达到较好效果,根据前期研究工作<sup>[11-12]</sup>,将上 游柱体粗糙带布置于  $\alpha_{\text{PTC}} = \pm 20°$ ,下游柱体  $\alpha_{\text{PTC}} = \pm 30°$ 。详细的振动参数如表 1 所示。计算





工况:Re=3 000~10 000,对应的约化速度范围为 3≪U\*≪10。

表1 柱体振动系统参数

Table 1         Parameters of cylinders oscillatory system							
系统参数	单位	柱体振子					
柱体直径 D	m	0.04					
柱体长度 L	m	0.5					
弹簧刚度 K	N/m	40.19					
阻尼 C <sub>system</sub>	N•s/m	0.68					
系统质量 m <sub>osc</sub>	kg	1.38					
流体密度 ρ	$kg/m^3$	999.10					
流体运动粘度v	$m^2/s$	$1.14 \times 10^{-6}$					

#### 1.2 数学模型

运用有限体积法,基于 Spalart-Allmaras 湍流模型,求解非定常雷诺平均 Navier-Stokes 方程组。控制方程为

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0, \tag{1}$$

$$\rho \,\frac{\partial U_i}{\partial t} + \rho U_j \,\frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (2\mu S_{ij} - \rho \,\overline{u'_j u'_i})\,,\tag{2}$$

式中, $\tau_{ii} = -\rho \, \overline{u'_i u'_i}$ 是雷诺应力张量; $\mu$  是分子动力粘度; $S_{ii}$ 是应变率张量,定义为

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) .$$
(3)

柱体运动方程[2]

$$m_{\rm osc} \overset{\cdot}{y}_n + C_{\rm system} \overset{\bullet}{y}_n + K y_n = F_{\rm fluid, y_n} , \qquad (4)$$

式中, $m_{osc}$ 为振动系统的质量; $y_n$ 是柱体在横向上的加速度, 而 $y_n$ 和 $y_n$ 分别是该方向上的速度和位移。  $F_{fluid,y_n}$ 表示横向上流体对柱体施加的力, 对柱体受到的压力和摩擦力积分获得。柱体振动的位移与速度通 过二阶混合显隐式时间积分法计算, 具体方法如下

$$\ddot{y}^n = \overset{\bullet}{u}^n = \frac{u^{n+1} - u^n}{\Delta t},$$
(5)

$$y^{n+1} = y^n + \Delta t \cdot u^{n+1}, \qquad (7)$$

式中, *Δt* 为时间步长; *u* 为柱体运动速度; 上标 *n* 表示当前时刻, 上标 *n*+1 代表下一时刻。值得注意的是, 数值计算采用自动时间步长, 以库朗数进行控制, 允许的最大库朗数设置为 0.2。

### 1.3 数值计算

如图 2 所示,计算区域为尺寸为 32D×16D 的长方形区域。上游柱体位于 H/2(H=16D)处,距离入口端 L<sub>u</sub>=10D,距离出口端 L<sub>d</sub>=20D,两柱体 x 方向上圆心距为 d。边界设置:进口为均匀来流,出口为压力 边界,上下为固定壁面,柱体为运动壁面。对于柱体前端的粗糙带采用壁函数来描述粗糙度的影响。

采用结构化网格进行网格划分,对近壁面区域实行网格加密处理,并将拓扑网格与耦合界面相结合,从 而减小多柱体大幅振动时网格扭曲变形引起的计算误差。拓扑网格是一种底层静态的网格,该网格本身并



#### 图 2 计算区域及边界条件

Fig. 2 The computational domain and its boundary condition

不随运动子块运动,不会因拉伸或挤压产生网格形变,其特点在于子块区外围网格会随子块运动而自动生成 或崩塌消失<sup>[18]</sup>。为验证网格无关性,计算了工况 *T*/*D*=0,*U*<sup>\*</sup>=4 时,PTC 双柱体流致振动响应情况,选取 了 3 种不同密度的网格,结果如表 2 所示。对比了柱体的升阻力系数(*C*<sub>1</sub>、*C*<sub>d</sub>),发现不同网格密度下,升阻力 系数的差值很小。因此,最终选择中等密度网格进行计算。近壁面区域中等密度网格如图 3 所示。而被动 控制下双柱体流致振动模型验证在之前的研究中已做过,详见文献[19]。

表 2 PTC 双柱体网格无关性验证 Table 2 Grid-independent study for two PTC

cylinders( $T/D=0, U^*=4$ )						
序号	网格尺寸 —	阻力系	阻力系数 C <sub>d</sub>		升力系数 C1	
		上游	下游	上游	下游	
1	$180 \times 60$	1.029	-0.060	0.287	0.537	
2	240  imes 70	1.039	-0.065	0.299	0.561	
3	360×80	1.038	-0.067	0.298	0.559	



Fig. 3 Medium grid the close-up grid

## 2 结果与讨论

#### 2.1 振动特性分区

分析 PTC 双柱体流致振动的时域曲线和频域曲线,发

现随着错列间距比和约化速度的改变,柱体振动特性发生变化。T/D=0时,位移随时间的变化和快速傅里 叶变换结果如图 4 所示。从图中可以看出,当约化速度较小(U\*=3)时,上下游柱体均为周期振动模态。振 幅较小,随时间的变化接近正弦变化,如图 4(a)所示;可以看到,上下游柱体的振动频率一致,振动主频率单 一且稳定。随着约化速度小幅增加,双柱体的振动模态仍为周期振动,不同之处在于其振动不是单周期,而 是双周期振动<sup>[17]</sup>,如图 4(b)所示。当约化速度增大到一定程度(U\*=6)时,2个柱体的振动模态均为拟周期 振动,如图 4(c)所示。上游柱体在该约化速度下,振动较为强烈,振动幅度较大,随着折减速进一步增大,上 下游柱体的振动仍属于拟周期振动,上游柱体的振幅较下游柱体振幅要小些,如图 4(d)所示,2个柱体的振 动频率不同。

当错列间距比增长时,双柱体振动特性也会发生改变,如图 5 所示。初期间距比还比较小时,2 个柱体处于周期振动模态,如图 5(a)所示;随着间距比增大,当 *T*/*D*=0.8 时,上游柱体的振动周期出现了变化,转变为多周期振动模态,而下游柱体振动模态仍为周期振动,2 个柱体同频率振动,如图 5(b)、图 5(c)所示。



图 4 圆柱振动的时域曲线和频域曲线(T/D=0)

Fig. 4 Time domain curve and frequency domain curve of the vibration cylinder at T/D=0





结合图 4 和图 5 可知,双柱体有多种不同的振动模态:当约化速度较小时,为周期振动模态;随着约化速 度增大,当错列间距较小时,为双周期振动模态;当错列间距较大时,为多周期振动模态;当约化速度较大时, 为拟周期振动模态。

### 2.2 幅频响应

振幅和频率是反映振子运动特性和流致振动响应的关键参数,柱体流致振动分支的转变伴随着幅频响 应特性的改变。文中采用的振幅是均方根振幅,振动频率是通过快速傅里叶变换取得。不同间距比下双柱 体的振幅频率响应如图 6、图 7 所示。



图 6 错列双圆柱的振幅响应







如图 6 所示为错列双柱体流致振动的振幅响应曲线。从图中可以看到,上游柱体在 $U^* \leq 5$ 时,位于初始分支,振幅随约化速度的变化呈现一个单调递增的趋势。随着约化速度的增大,无论间距比如何变化,上游柱体振动的最大幅值均在上部分支 $U^* = 6$ 时取得。此后,随着约化速度的增大,上游柱体振幅呈现一个缓慢下降的趋势。而下游柱体振幅随约化速度的变化整体表现出上升趋势,在 $U^* = 7$ 附近与上游柱体振幅曲线发生交叉。此后,由于上游柱体尾涡对下游柱体的影响增强,导致下游柱体振幅高于上游柱体振幅,下游柱体在 $U^* = 9$ 或 $U^* = 10$ 得到最大振幅。因此,在 $U^* = 7$ 附近必然存在1个临界约化速度 $U_c^*$ ,使上下游柱体振幅大小关系发生突变。当约化速度 $U^* \leq U_c^*$ 时,上游柱体振动幅度高于下游柱体;当 $U^* > U_c^*$ 时,下

游柱体振幅明显高于上游柱体。

如图 7 所示为错列双柱体的频率响应曲线。由图可知,不同工况下,上下游柱体的振动频率比以相同的 规律变化,但在数值上,前者略大。随着错列间距比的增加,上下游柱体频率比之间的差距渐渐缩小,在 T = 1D 时,基本重合。在 U<sup>\*</sup> = 5~6 时,上游柱体发生频率锁定,对应振幅达到最大;而下游柱体在计算区域内 未出现频率锁定现象。

## 2.3 尾涡结构

柱体在流域中所受流体力的大小决定了柱体的振动幅度和振动频率,而流体力的变化又与柱体的漩涡 脱落息息相关。因此,分析柱体流致振动的尾涡结构显得尤为重要。随着约化速度的变化,柱体振动经历不 同的分支,尾涡结构也随着发生变化,常见的典型尾涡结构包括:S、P和P+S等。本节对4个典型工况的计 算结果进行了讨论。流致振动是一种周期性运动,尾涡形态也出现周期性变化,文中在分析柱体尾涡结构

时,选取了能够清晰观察到尾涡形态的特定时间点的计 算结果。值得注意的是,由于文中数值计算基于雷诺平 均理论,所以流场湍流信息得到的是平均信息。

如图 8 所示为 T=0 时 PTC 双柱体在不同约化速 度下的尾涡形态。由图 8(a)可知,约化速度不同,尾涡 形态相应发生变化。当约化速度较小, $U^*=3$  时,上下 游柱体振动很小,几乎可以忽略不计,上游柱体无法形 成漩涡。下游柱体的剪切层呈现狭小细长状,漩涡脱落 发生在离柱体较远的后方,并且在流动中逐渐消散,尾 流形态为 S。当约化速度  $U^*=4$  时,上游柱体开始有漩 涡形成,但无法脱落,随后附着于下游柱体表面,影响下 游柱体振动,反过来也加强上游柱体振动,如图 8(b)所 示。随着约化速度增大,当 $U^* \ge 6$  时,上游柱体开始有





漩涡在 2 个柱体之间脱落形成间隙流, 使 2 个错列柱体之间的相互影响作用加剧, 如图 8(c)、图 8(d) 所示。 上游柱体的尾流漩涡脱落形态为 P, 并且再次附着在下游柱体表面, 同时包裹下游柱体形成的 S 形态的漩 涡, 最终, 漩涡在下游柱体后方以 P+S 的形态脱落。

图 9 显示了 T=0.4D 时 PTC 双柱体在不同约化速 度下的尾流形态。如图 9(a)所示,低约化速度下的计算 结果同 T=0 时相似,柱体振动幅度均很小,但当 $U^*=4$ 时,柱体之间有产生间隙流的趋势。对应于振动的初始 分支( $U^* \leq 5$ ),下游柱体的漩涡以 S 形态脱落。如图 9(b)所示,当约化速度增大 $U^*=6$  时,上游柱体以 P 形 态完全脱落的漩涡与下游柱体独立脱落的漩涡合并,一 起在下游尾迹以 P 形态脱落。当 $U^*=8$  时,可以清晰 看到漩涡的合并情景。漩涡脱落一段时间后,相同方向 的漩涡合并在一起,方向相反的则渐渐消失,最终呈现 S 形态。当 $U^*=9$ ,约化速度足够大时,上下游柱体尾流 漩涡结构均为 P,未出现合并现象,在后方仍以 P 形态脱 落,如图 9(d)所示。



Fig. 9 Wake pattern of cylinders when T/D = 0.4

T=0.6D 时,不同约化速度下 PTC 双柱体的尾流

漩涡形态如图 10 所示。上游和下游柱体涡脱模态随约化速度的变化先后分别经历了 S→P 和 S→P→P+S 的过程。在这个过程中,尾迹区漩涡的脱落数目越来越多,压力波动也随之增大。因为受到上游柱体尾涡的

影响,下游柱体振动被加强,与流体之间的相互作用增大。

图 11 为 T = 1.0D 时,不同约化速度下 PTC 双柱体的尾流形态。当 $U^* < 8,0.6D \le T \le 1.0D$  时,错列 双柱体的流致振动主要受间隙流支配,为间隙流主导区。因此,T = 1.0D 时的涡脱模态和T = 0.6D 时的涡 脱模态类似。如图 11(c)所示,当 $U^* = 9$  时,上游柱体的漩涡以 P 模态脱落,2 个柱体脱落的漩涡在下游柱 体的尾流区同时脱落,显现出 P+S 的脱落模态,短暂维持后变成 S 模态。从图 11(d)中可见,当 $U^* = 10$  时, 下游柱体的尾涡形态与 $U^* = 9$  时一致。不同点在于 $U^* = 9$  时,漩涡在消散前一直保持 P 形态。



## 3 结 论

针对错列双柱体,采用模拟方法研究了不同间距比下柱体的流致振动特性,在计算工况内得出的主要结论如下:

1)错列双柱体的振动模态包括:周期振动、双周期振动、多周期振动和拟周期振动。

2)错列间距比改变时,上游柱体的振幅变化较小,最大值均在 $U^* = 6$ 处取得;而下游柱体振幅变化明显,最大值在T = 0.6D, $U^* = 10$ 时取得。在约化速度 $U^* = 7$ 附近必然存在1个临界约化速度 $U_c^*$ ,在该点2个柱体的振幅曲线发生交叉。 $U^* \leq U_c^*$ 时,上游柱体的振动幅值高于下游柱体;而 $U^* > U_c^*$ 时,下游柱体振幅相比于上游柱体的振幅要高。

3)错列双柱体的2个柱体振动频率以相同的规律随约化速度变化。不同间距比下,上游柱体均出现不 同程度的频率锁定现象,对应获得柱体最大振幅。2个柱体的振动频率比的差值随约化速度的增大逐渐 缩小。

4)当约化速度相同时,随着间距比增大,上游柱体漩涡脱落在2个柱体之间形成间隙流。当T>0.6D, U\* <8时,振动主要受间隙流的影响,将该区间划分为间隙流主导区。而其他工况则近似地看作串列排布, 振动主要受约化速度的影响,将其划分为类串列双柱体区。

5)当错列间距相同时,错列双柱体的尾迹形态受约化速度的影响较大。在约化速度比较大时,会出现复杂的漩涡再附着现象,流体与结构之间的耦合作用加强,漩涡脱落模态多样化,错列双柱体的振动幅度因此 得到强化。

#### 参考文献:

[1] Xie F F, Deng J, Zheng Y. Multi-mode of vortex-induced vibration of a flexible circular cylinder [J]. Journal of Hydrodynamics, 2011, 23(4): 483-490.

[2]叶倩云. 间隙流对被动控制双柱体绕流特性及流致振动的影响[D]. 重庆:重庆大学, 2018.

YE Qianyun. The influence of gap flow on the characteristics of flow-around and flow-induced vibration for two PTC circular cylinders[D]. Chongqing: Chongqing University, 2018.(in Chinese)

- [3] Prasanth T K, Mittal S. Vortex-induced vibrations of a circular cylinder at low Reynolds numbers [J]. Journal of Fluid Mechanics, 2008, 594: 463-491.
- [4] Nguyen T, Koide M, Yamada S, et al. Influence of mass and damping ratios on VIVs of a cylinder with a downstream counterpart in cruciform arrangement [J]. Journal of Fluids and Structures, 2012, 28: 40-55.
- [5] Bernitsas M M, Ben-Simon Y, Raghavan K, et al. The VIVACE Converter: model tests at high damping and Reynolds number around 105 [J]. Journal of Offshore Mechanics & Arctic Engineering, 2006, 131(1):403-410.
- [6] Robbins D M. Wind-generated electrical energy using flexible piezoelectric materials [C]. Proceedings of the IMECE, 2006.
- [7] Ding L, Zhang L, Kim E S. URANS vs. experiments of flow induced motions of multiple circular cylinders with passive turbulence control [J]. Journal of Fluids and Structures, 2015, 54: 612-628.
- [8] Ding L, Zhang L, Bernitsas M M, et al. Numerical simulation and experimental validation for energy harvesting of singlecylinder VIVACE converter with passive turbulence control[J]. Renewable Energy, 2016, 85:1246-1259.
- [ 9 ] Ding L, Zhang L, Wu C M, et al. Flow induced motion and energy harvesting of bluff bodies with different cross sections [J]. Energy Conversion and Management, 2015, 91:416-426.
- [10] Ding L, Zhang L, Wu C M, et al. Numerical study on the effect of tandem spacing on flow-induced motions of two cylinders with passive turbulence control [J]. Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering, 2017, 139(2): 021801-1-8.
- [11] Ding L, Zou Q, Zhang L, et al. Research on Flow-Induced Vibration and Energy Harvesting of Three Circular Cylinders with Roughness Strips in Tandem [J]. Energies, 2018,11:2977.
- [12] 上官启扬. 附加粗糙带柱体流致振动响应特性及影响因素[D]. 重庆:重庆大学, 2017.
   SHANG GUAN Qiyang. Response and influencing factor of flow-induced motion of a circular cylinder with roughness strips [D]. Chongqing: Chongqing University, 2017. (in Chinese)
- [13] 张大可,赵西增,胡子俊,等.低雷诺数下串列双柱体涡激振动问题的数值模拟[J].哈尔滨工程大学学报,2018,39(2): 1-8.

ZHANG Dake, ZHAO Xizeng, HU Zijun, et al. Numerical value of two tandem circular cylinders vortex induced vibration problem at low Reynolds number [J]. Journal of Harbin Engineering University, 2018, 39(2): 1-8.(in Chinese)

- [14] 及春宁,杨立红,黄继露,等. 串列双柱体流致振动数值模拟 [J]. 港工技术, 2014, 51(3):1-6.
   JI Chunning, YANG Lihong, HUANG Jilu, et al. Numerical simulation of two tandem circular cylinders flow induced vibration [J]. Port Engineering Technology, 2014, 51(3):1-6.(in Chinese)
- [15] 及春宁,陈威霖,黄继露,等. 串列双柱体流致振动的数值模拟及其耦合机制 [J]. 力学学报, 2014, 46(6): 862-870.
   JI Chunning, CHEN Weilin, HUANG Jilu, et al. Numerical simulation of two tandem circular cylinders flow induced vibration and vibration coupling mechanism [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2014, 46(6): 862-870.(in Chinese)
- [16] Mysa R C, Kaboudian A, Jaiman R K. On the origin of wake-induced vibration in two tandem circular cylinders at low Reynolds number [J]. Journal of Fluids and Structures, 2016, 61:76-98.
- [17] Griffith M D, Jacono D L, Sheridan J, et al. Flow-induced vibration of two cylinders in tandem and staggered arrangements [J]. Journal of Fluid Mechanics, 2017, 833: 98-130.
- [18] Asak H. Dynamic Mesh Handling in OpenFOAM [C]. 47th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 2009.
- [19] 丁林,张力,杨仲卿,等. 被动控制下双柱体静止绕流与流致振动研究[J]. 工程热物理学报,2014,35(7):1326-1329.
   DING Lin, ZHANG Li, YANG Zhongqing, et al. Research on flow behaviors behind two stationary and oscillating cylinders with passive turbulence control[J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2014, 35(7):1326-1329. (in Chinese)