

doi:10.11835/j.issn.1000-582X.2020.11.008

# 基于计算机视觉的齿轮齿数、公法线长度变动检测

吴泳佐<sup>1</sup>, 葛动元<sup>1</sup>, 李健<sup>1</sup>, 朱敏玲<sup>2</sup>, 许智斌<sup>1</sup>, 姚锡凡<sup>3</sup>

(1. 广西科技大学 机械与交通工程学院, 柳州 545000; 2. 北京信息科技大学 计算机学院, 北京 100101;  
3. 华南理工大学 机械与汽车工程学院, 广州 510640)

**摘要:**在基于计算机视觉的齿轮检测中,首次运用极坐标变换算法对预处理后的齿廓采样数据进行变换,将圆周上的齿廓曲线变换到水平方向,并将得到的齿廓看作正弦曲线,再采用 Matlab 工具箱中傅里叶变换函数得到正弦曲线的拟合表达式,对齿廓采样数据的总数(即列数)与拟合函数的周期比值取整,得到所检测齿轮的齿数。在检测公法线长度变动时,首先求得齿顶圆半径、模数,从而得到基圆半径,可求得基圆与齿廓交点的中点与斜率,利用点斜式方程求得与基圆相切的切线方程,该切线与跨过  $k$  个齿的齿廓相交的长度即为公法线长度,根据其最大值与最小值之差得到公法线长度变动。文中提出的基于计算机视觉系统的检测齿轮的齿数以及公法线长度的检测方法,实现了齿轮精度非接触式检测,且其检测精度能够满足工程实践的需求。

**关键词:**计算机视觉;极坐标变换;齿数;公法线长度变动;非接触式测量

中图分类号:TP391.4

文献标志码:A

文章编号:1000-582X(2020)11-072-12

## Detection of gear tooth number and common normal length variation based on computer vision

WU Yongzuo<sup>1</sup>, GE Dongyuan<sup>1</sup>, LI Jian<sup>1</sup>, ZHU Minling<sup>2</sup>, XU Zhibin<sup>1</sup>, YAO Xifan<sup>3</sup>

(1.School of Mechanical and Traffic Engineering, Guangxi University of Science and Technology, Liuzhou 545000, P. R. China; 2. Computer School, Beijing Information Science and Technology University, Beijing 100101, P. R. China; 3. School of Mechanical and Automotive Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510640, P. R. China)

**Abstract:** Based on the computer vision system, the methods of measuring the teeth number and the length of common normal line of gear was put forward for the first time in gear detection. The polar coordinate transformation algorithm was first used to transform the preprocessed tooth profile sampling data. The tooth profile curve on the circumference was transformed into a horizontal state, and the obtained tooth profile regarded as a sinusoidal curve. The Fourier transform function in the Matlab toolbox was employed to get the fitting expression of the sine curve, and then the ratio of the total number of tooth profile sampling data (i.e., the number of columns) and the period of the fitting function was rounded to obtain the number of teeth of the detected gear. As for the detection of changes of common normal line length, first, the radius and modulus of the tooth tip circle were obtained to get the radius of the base circle,

收稿日期:2020-06-23

基金项目:国家自然科学基金(51765007,51675186,81960332);广西自然科学基金(2016GXNSFAA380111)。

Supported by National Natural Science Foundation of China(51765007, 51675186, 81960332), and the Guangxi Provincial Natural Science Foundation of China(2016GXNSFAA380111).

作者简介:吴泳佐(1993—),男,硕士研究生,研究方向为计算机视觉、深度学习等,(E-mail)1819908430@qq.com。

通讯作者:葛动元(1970—),男,博士,研究员,(E-mail)gordon399@gxust.edu.cn。

thereby obtaining midpoint and slope at the intersection of the base circle and the tooth profile. The tangent equation tangent to the base circle was obtained by using the point slope equation, and the length of the intersection of the tangent line and the tooth profile spanning  $k$  teeth was whose length of the common normal, the length variation whose was obtained according to the difference between the maximum value and the minimum value. By the methods proposed above, the non-contact accuracy detection of gear can be realized, whose accuracy can meet the needs of engineering practice.

**Keywords:** computer vision; polar transformation; teeth number; variation of common normal length; non-contact measurement

由于齿轮的结构复杂、测量参数多,检测精度易受到人为因素影响;对于尺寸较大的齿轮,测量时装夹与定位困难。根据齿轮的在线检测与精密制造的现实要求,研究人员将计算机视觉引入齿轮各项技术指标的测量,取得了不少研究成果。张少军等<sup>[1]</sup>采用计算机视觉对齿轮的部分参数如齿数、模数、齿厚等进行检测;陈廉清等<sup>[2]</sup>提出虚拟圆扫描法,采用计算机视觉实现对齿轮的齿数、模数等的检测。葛动元等<sup>[3-4]</sup>采用机器视觉对直齿圆柱齿轮的齿距累积总误差等进行检测,该方法将检测点定位于分度圆,使得所检测的齿距符合定义,而不是常规的检测方法所得到的弦齿距。采用机器视觉系统在齿轮齿廓渐开线的法线方向上测量齿廓偏差,以确保该方案所得到的齿廓偏差与其定义相一致。林超等<sup>[5]</sup>提出高阶椭圆锥齿轮齿距误差的三坐标测量法。齿轮在生产完成后,常常需要对其进行精度等级的确认,而公法线长度及其误差则能反映齿厚与齿槽宽的误差。齿轮公法线长度的传统测量方法是采用公法线千分尺对其进行接触式测量<sup>[6]</sup>,但是随着计算机视觉及图像处理技术的快速发展,实现非接触式测量是可行的。文中以渐开线标准直齿圆柱齿轮为对象,研究基于计算机视觉的齿轮齿数以及公法线长度及其变动的检测算法。

## 1 检测原理

齿轮的公法线是一条与基圆相切,与齿轮异侧渐开线相交的直线,而公法线长度变动是指在齿轮 1 周范围内,所有位置的公法线最大值与最小值之差。如图 1 所示, $W_k$  表示齿轮的公法线长度; $W_k^*$  表示模数为 1 时的公法线长度; $A$ 、 $B$  点为公法线与齿廓交点; $C$ 、 $D$  点为基圆与齿廓交点,外圆是公法线与齿廓相交的点作半径的测量圆,内圆是基圆。

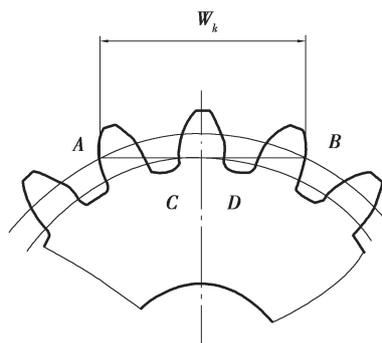


图 1 公法线示意图

Fig. 1 Diagram of common normal

齿轮的公法线长度计算表达式为

$$W_k = W_k^* m, \quad (1)$$

$$W_k^* = \cos\alpha [\pi(k - 0.5) + z \sin\alpha], \quad (2)$$

测量公法线的跨齿数  $k$  取决于公式

$$k = \frac{\alpha}{180^\circ} + 0.5, \quad (3)$$

式中,  $\alpha$  为压力角;  $k$  值四舍五入取整数<sup>[7]</sup>。根据图示测量原理, 公法线与齿廓的交点 ( $A$ 、 $B$  点) 之间的距离即为公法线长度, 在算法程序上只需求解  $A$ 、 $B$  两点的图像坐标。

根据公法线的测量原理, 得到利用计算机视觉技术检测齿轮公法线长度的流程, 如图 2 所示。

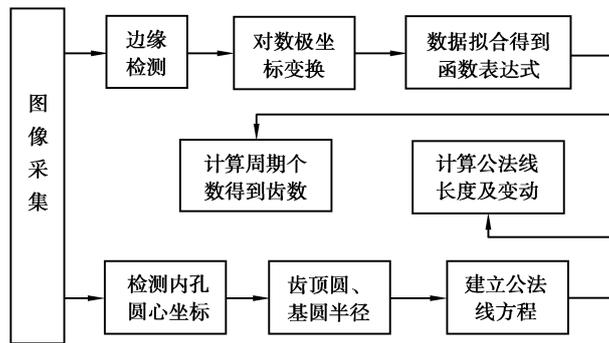


图 2 检测流程图

Fig. 2 Detection flow chart

## 2 图像获取与图像处理

### 2.1 比例尺的实验设计

齿轮的检测装置如图 3 所示, 检测装置由实验支架、光源以及摄像机和光源控制器等组成。把摄像机固定在一个不变的位置, 摄像机镜头到物体表面的距离为 230 mm。拍摄采用的是 1 个 500 万像素、型号为 (XW500) CCD 工业相机, CCD 工业相机具有拍摄图像清晰度高, 色彩还原好、几何失真小的特点, 是一款高分辨率的彩色数字摄像机。检测物体的几何形状采用的光源是型号为 (HF-FX100) 的背光光源, 对检测物体的几何形状、图像特征比较明显。

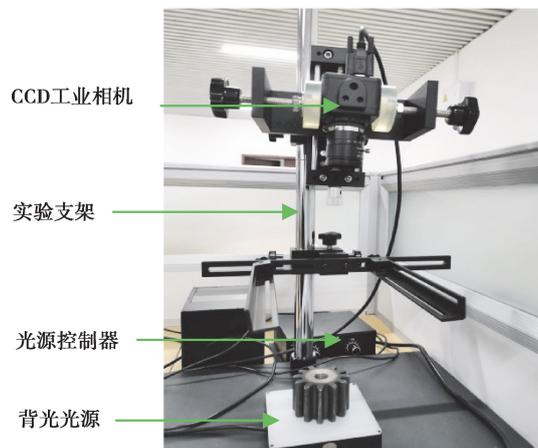


图 3 实验拍摄设备

Fig. 3 Experimental shooting equipment

对摄像机标定<sup>[8-10]</sup>求取比例尺采用的方法是通过拍摄 30 mm × 20 mm 的矩形, 利用 OpenCV 库中的算法获得这一矩形的长和宽的像素值之后, 计算物理尺寸与像素值之间的比例关系。在标定板上精加工 1 个 30 mm × 20 mm 的矩形框, 经过图像采集, 灰度化处理, 二值化处理之后, 使用 OpenCV 中的 findContours() 函数求得外轮廓的点集坐标, drawContours() 函数求取矩形的外接矩形, 通过 boundingRect() 函数<sup>[11]</sup>提取矩形的左上角坐标以及长和宽的值, 即可获得外接矩形的长和宽的像素个数。在实验中, 计算得到的标定矩形块的像素值大小为 152 × 227。图像坐标系的原点在图像左上角, 水平向右为  $u$  轴, 垂直向下为  $v$  轴, 图像坐标系以像素为单位, 像素的横坐标  $u$  与纵坐标  $v$  分别是在其图像数组中所在的列数与所在行数。图像像素

与物理尺寸的转换系数  $k = \text{像素数} / \text{物理尺寸}$ , 即  $k = 227 / 30 = 7.566\ 667\ \text{pixel/mm}$ , 验算另一值, 物理尺寸  $d = 152 / 7.566\ 667 = 20.0881\ \text{mm}$ , 误差为 0.0881, 基本满足使用要求。

## 2.2 计算齿轮齿数

利用三角函数的周期性对齿轮的齿数进行检测。使用对数极坐标将齿廓展开, 得到的变换图像可以看作是一条齿距相等且按照一定的周期排布的齿条, 类似具有周期的波形图, 对其进行正弦函数或者余弦函数拟合, 得到展开齿廓的函数表达式, 求其周期, 展开之后齿廓的总长度与拟合得出的正弦函数的周期的比值即为齿轮齿数。

### 2.2.1 图像采集

打开背光光源采集齿轮的轮廓图像, 如图 4 所示。图像经过二值化后, 使用 Canny() 函数提取图像轮廓, 如图 5 所示。



图 4 齿廓图像采集

Fig. 4 Sampling's gear contour

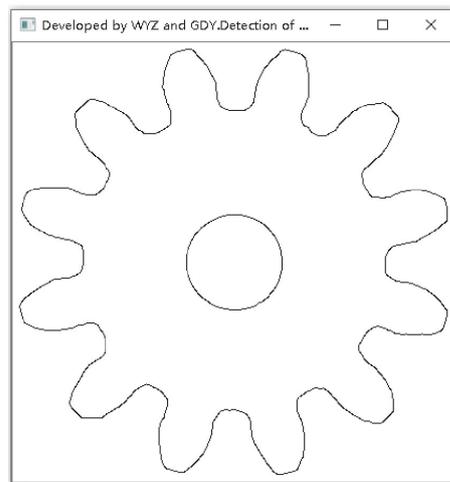


图 5 齿轮轮廓特征提取

Fig. 5 Feature extract of gear contour

### 2.2.2 对数极坐标变换

在对齿数进行检测时, 张少军等<sup>[1]</sup>采用中点画圆法或 Bresenham 画圆法作一个辅助圆, 然后沿辅助圆搜索, 得到该辅助圆与齿轮廓线的交点, 实现对齿轮齿数的检测。葛动元等<sup>[4]</sup>通过计算齿廓的采样点到分度圆的圆心距离, 采用异或运算求得分度圆与齿廓的交点, 得到所检测齿轮的齿数。首次运用极坐标变换算法对预处理后的齿廓采样数据进行变换, 将圆周上的齿廓曲线在水平方向展开, 并将得到的齿廓看作正弦曲线, 再采用 Matlab 工具箱中傅里叶变换函数得到正弦曲线的拟合表达式, 再对齿廓采样数据的总数(即列数)与拟合函数的周期比值取整, 得到所检测齿轮的齿数。

在计算机图像处理中, 原图像经过某种变换得到目标图像, 根据变换关系将目标图像的像素一个个映射回原图像, 由原图像的已知像素求出目标图像的未知像素。对数极坐标有很好的性质, 例如, 在图像拼接中, 经常会见到将图像从笛卡尔直角坐标系转换到对数极坐标系中, 进行图像旋转尺度和缩放因子的计算, 尺度和旋转变换转化为平移变换, 这就为尺度和旋转不变性带来了方便<sup>[12]</sup>, 选用对数极坐标对齿轮轮廓进行展开。

在进行极坐标变换时,  $(x, y)$  表示图像中笛卡尔直角坐标系的坐标,  $\rho$  表示原图中某一像素点坐标  $(x_1, y_1)$  与中心点  $(x_0, y_0)$  形成的向量的模,  $\theta$  表示该向量与笛卡尔平面直角坐标系正向横坐标的夹角, 对数极坐标是在极坐标的基础上增加了对数运算, 将直角坐标系的点  $(x, y)$  用向量表示, 令向量  $m = [x \ y]^T$ ,  $n = [\sin\theta \ \cos\theta]^T$ , 坐标点  $(x, y)$  在笛卡尔直角坐标系和极坐标之间的映射关系为

$$m = \rho n, \quad (4)$$

其中,  $\rho = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2}$ ,  $\theta = \arctan[(y_1 - y_0) / (x_1 - x_0)]$ , 同时转换为对数极坐标则为

$$\begin{cases} \xi = K \ln(\sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2}), \\ \beta = L \cdot \arctan[(y_1 - y_0)/(x_1 - x_0)], \end{cases} \quad (5)$$

式中,  $K$  和  $L$  是为了调整变换之后的图像的像素值大小而添加的调整参数,  $K$  值决定着输出图像  $x$  轴( $\rho$ )的尺度,  $L$  值决定着  $y$  轴( $\theta$ )的尺度。rows 表示原图像像素的行数, 则有  $L = \text{rows}/360$ , 输出的极坐标图像的  $y$  轴从  $0 \sim \text{rows}^{-1}$  表示在笛卡尔直角坐标系下  $0 \sim 360^\circ$  的变化。cols 表示原图像像素的列数, 假设把图像的中心定为  $(\text{cols}/2, \text{rows}/2)$ , 那么最大半径

$$\max \text{Radius} = \sqrt{(\text{rows}/2)^2 + (\text{cols}/2)^2}, \quad (6)$$

对应的调整参数  $K$  为

$$K = \text{cols} / \sqrt{(\text{rows}/2)^2 + (\text{cols}/2)^2}. \quad (7)$$

采用 OpenCV 库中的  $\text{logPolar}()$  函数对图 5 的齿廓进行对数极坐标变换, 如图 6 所示。图中右边的黑色区域部分是由于对数极坐标在变换过程中因极点(图像中心点)到边缘的距离小于  $\max \text{Radius}$  形成的空洞, 其中, 最大的半径( $\max \text{Radius}$ )为极点到四个角点的距离, 在变换后会用灰度值全为 0 来填充空洞区域; 极点选择在同圆心时, 同一个圆上的点到圆心的距离相等, 所以映射在极坐标中是 1 组垂直于极轴的平行线。为了方便对中间的齿廓部分进行拟合, 使用  $\text{transpose}()$  函数将图 6 逆时针旋转  $90^\circ$ , 如图 7 所示, 得到的图像的列数为 457, 即 457 个 pixel。

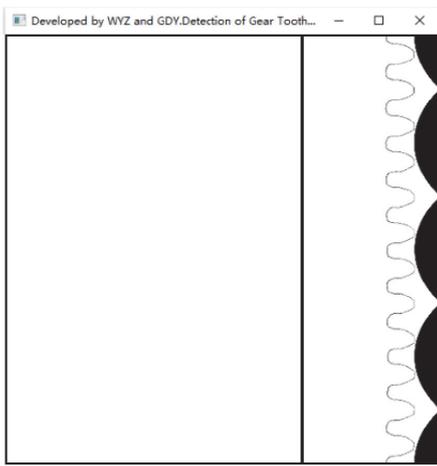


图 6 对数极坐标变换  
Fig. 6 Log-polar transformation

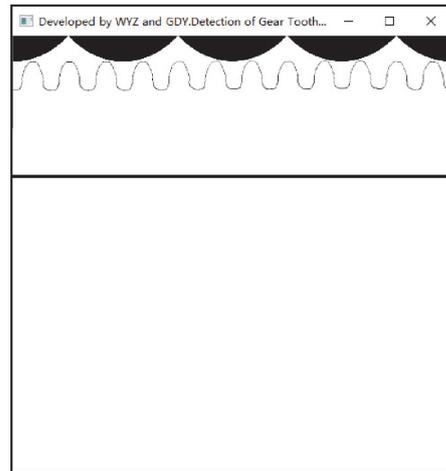


图 7 目标图像旋转  
Fig. 7 Target image rotation

### 2.2.3 正弦函数曲线拟合

经过对数极坐标变换后的齿廓整齐排布在同一水平线上, 且呈现周期性规律变化, 这一规律变化类似于三角函数的正弦函数或者余弦函数图像, 如图 8 所示, 若把经过对数极坐标变换的齿廓的齿顶和齿根与正弦曲线的波峰和波谷对应, 则拟合的逼近曲线为正弦曲线, 一个整齿对应于一个周期曲线, 由于在图像处理与数据处理环节受到噪声的影响, 使齿轮齿数与拟合的正弦曲线的周期个数存在偏差, 求解拟合曲线的周期个数的取值应为与它最接近的整数, 该方法不影响齿数的求解。文中分别采用傅里叶级数和正弦函数与对数极坐标变换后的图形曲线进行拟合, 得到拟合表达式。

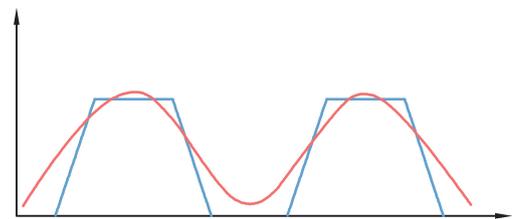


图 8 齿廓拟合曲线  
Fig. 8 Fitting curves of teeth profile

1) 基于傅里叶级数的正弦函数拟合。设拟合的正弦函数的表达式为

$$y = a + b \sin(\omega x + \varphi), \tag{8}$$

利用正弦函数两角的和差公式,对公式进一步展开得到

$$y = a + b[\sin(\omega x)\cos(\varphi) + \sin(\varphi)\cos(\omega x)], \tag{9}$$

由于  $\varphi$  值为常数,所以  $\sin(\varphi)$ 、 $\cos(\varphi)$  为定值,令  $b\cos(\varphi)=b_1$ ,  $b\sin(\varphi)=a_1$ ,

则有  $y = a + a_1\cos(\omega x) + b_1\sin(\omega x)$ , 等于  $n=1$  时的傅里叶级数,

$$f(x) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega x) + a_n \sin(n\omega x)]. \tag{10}$$

在 Matlab 的拟合工具箱里有 Fourier(傅里叶级数)拟合法,选择 Fourier 对齿轮的齿廓采样点进行拟合。

在图像坐标系的基础上,选取若干点作为正弦函数的采样拟合点,各采样点的坐标,如表 1 所示。

表 1 采样点坐标

Table 1 Sampling point coordinates

采样点	$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$	$i=5$	$i=6$	$i=7$
$(x_i, y_i)$	(0, 62.0)	(6.7, 63.3)	(10.6, 57.3)	(10.6, 52.6)	(12.0, 46.6)	(14.6, 41.6)	(14.0, 39.3)
$(x_{i+1}, y_{i+1})$	(18.3, 34.3)	(22.3, 32.6)	(28.0, 36.3)	(30.3, 41.6)	(32.6, 48.6)	(33.6, 60.6)	(36.6, 62.3)
$(x_{i+2}, y_{i+2})$	(46.6, 58.0)	(48.3, 49.0)	(52.6, 39.5)	(60.0, 32.5)	(68.0, 42.0)	(70.6, 49.0)	(73.0, 61.3)
$(x_{i+3}, y_{i+3})$	(79.6, 63.6)	(86.0, 61.6)	(87.0, 52.6)	(89.6, 42.3)	(97.0, 33.6)	(104.6, 38.0)	(107.6, 45.6)
$(x_{i+4}, y_{i+4})$	(109.0, 52.3)	(114.6, 62.3)	(120.6, 63.6)	(120.7, 63.8)	(121.1, 64.0)	(121.3, 64.2)	(121.6, 64.7)

在采用 Matlab 工具箱拟合正弦曲线时,根据系统的要求,采样点坐标分别以 2 个向量  $x$  和  $y$  分别保存,再运行,输入指令 `cftool`,弹出求解对话框,如图 9 所示。在 X data 中选择采样点的  $x$  坐标,即为保存的  $x = [0, 6.7, 10.6, 10.6, 10.6, 12.0, \dots, 121.3]^T$ ,在 Y data 中选择采样点  $y$  坐标,即为保存的  $y = [62.0, 63.3, 57.3, 52.6, 46.6, 41.6, \dots, 64.7]^T$ ,然后选择 Fourier 进行拟合,拟合的图像函数,如图 9 所示。

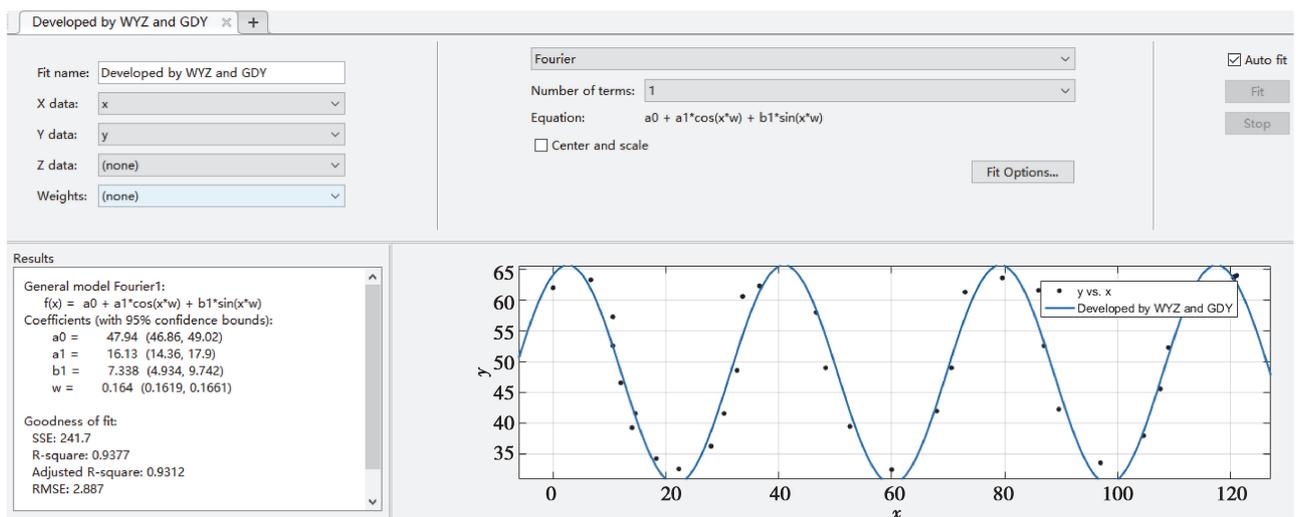


图 9 拟合结果

Fig. 9 Fitted result

运行结果如图 9 所示,  $a_0=47.94, a_1=16.13, b_1=7.338, \omega=0.164$ , 可得正弦曲线的拟合方程为

$$f(x) = 47.94 + 16.13\cos(0.164x) + 7.338 \sin(0.164x)。 \quad (11)$$

从拟合得到的方程可知, 频率  $\omega_1=0.164$ , 周期  $T_1=2\pi/0.164=38.31$ 。经过极坐标变换之后, 齿廓的形状可以用正弦曲线来表示, 不影响对齿数求解的精度(这与齿轮的模数求解类似)。齿数  $N_1=457/38.31=11.93$ 。根据公式(10), 傅里叶级数  $n=2$ , 拟合得到的频率  $\omega_2=0.08189$ , 周期  $T_2=38.364$ ,  $N_2=11.91$ , 比较  $N_1$  和  $N_2$  值,  $N_1$  比  $N_2$  更趋近齿数 12, 由此得出傅里叶级数选择  $n=1$  的拟合效果更好。

2) 基于通用模型  $f(x)=a\sin(bx+c)$  正弦函数拟合。在 Matlab 的拟合工具箱中的“Sum of Sine”是对正弦函数曲线的拟合, 文中尝试拟合正弦函数曲线, 与 Fourier 作为比较, 选择二者中较好的。拟合的数据与上文相同, 最终的拟合结果, 如图 10 所示。

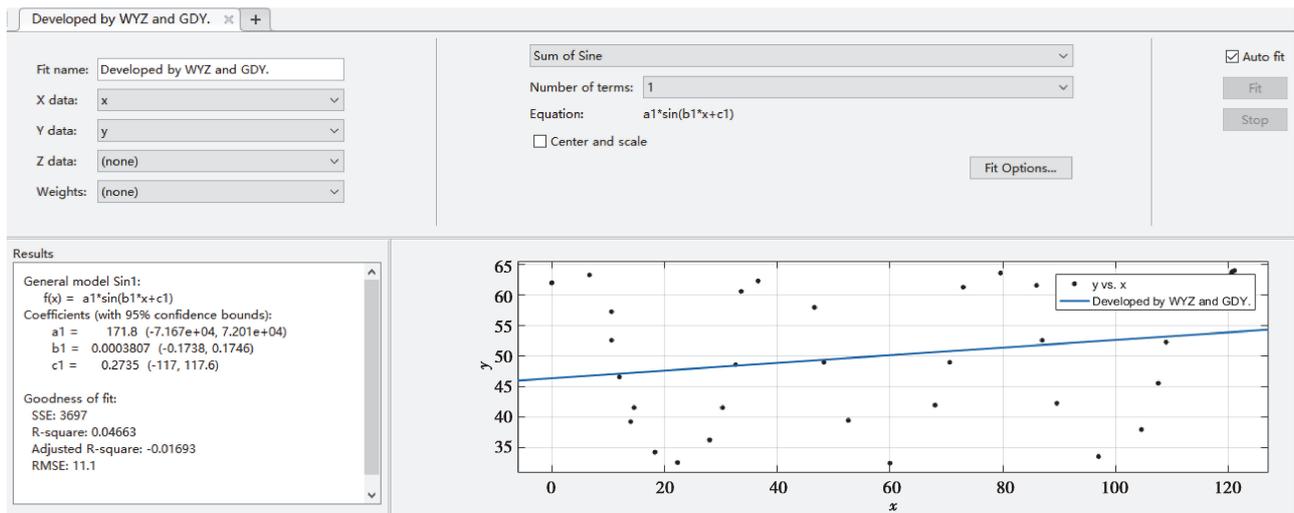


图 10 拟合结果

Fig. 10 Fitted result

根据图 10 可得拟合的正弦曲线方程为

$$f(x) = 171.8\sin(0.0003807x + 0.2735)。 \quad (12)$$

从拟合方程可以得出, 频率  $b_1=0.0003807$ , 周期  $T_3=16504.3$ , 采用 Sum of Sine 拟合齿廓, 且项数 (number of terms) 为 1, 得到的拟合曲线与实际的相差很大, 经过多次探索, 只有当项数 (number of terms) 为 4 时, 所得到的拟合曲线基本符合实际, 但此时无法得到拟合曲线的周期, 所以文中检测方法采用傅里叶级数的方式进行。

采用张少军提出的 Bresenham 画圆法和葛动元采用的求分度圆与齿廓交点检测方法对齿轮齿数进行检测, 分别如表 2 的第 1 行与第 2 行所示。实验结果表明, 文中提出的检测方法准确有效、更简洁, 从理论创新的角度来看, 鲁棒性更好。

表 2 齿数检测方法及其检测结果

Table 2 Tooth number detection method and detection result

检测方法	齿轮齿数	检测结果
Bresenham 画圆法	12	12
异或求交点法	12	12
本文提出的方法	12	12

### 2.3 齿轮参数

齿轮的参数包括齿顶圆半径、模数、基圆半径等。Hough 变换法检测圆和圆心具有较强的抗噪能力<sup>[13]</sup>,因此,文中用 Hough 变换法检测齿轮内孔的圆心坐标,此内孔圆心即为齿轮的中心点。在检测齿顶圆半径时,先对采集到的图像进行二值化处理,遍历灰度值全为 0 的像素点并且计算像素点到中心点的距离,取最大的 3 组观测值,其平均值即为齿顶圆半径。设这 3 组观测值的灰度值为 0 的像素点坐标分别为  $(x_1, y_1)$ 、 $(x_2, y_2)$ 、 $(x_3, y_3)$ , 齿轮中心点坐标为  $(x_0, y_0)$ , 为了方便计算,将坐标向量化,则有  $\boldsymbol{\gamma}_i = [x_i \ y_i]^T$ ,  $\boldsymbol{\eta} = [x_0 \ y_0]^T$ , 齿顶圆直径的计算公式为

$$d_a = 2/3 \sum_{i=1}^3 [(\boldsymbol{\gamma}_i - \boldsymbol{\eta})^T (\boldsymbol{\gamma}_i - \boldsymbol{\eta})]^{1/2} \quad (13)$$

根据齿顶圆直径求齿轮在图像上的模数  $m$ ,  $m = d_a / (z + 2)$ 。其中,  $d_a$  为齿顶圆直径;  $z$  为齿数。齿轮公法线是一条与基圆相切的线段, 需要求出基圆直径, 基圆直径  $d_b = mz \cos \alpha$ 。

### 2.4 齿轮公法线长度变动

齿廓与基圆的交点, 通过两幅图像使用 add (pictureA, pictureB) 函数相加来获取。两幅大小相同的图像相加, 得到的是两者的灰度值之和, 并且如果灰度值之和大于 255, 返回图像的灰度值恒为 255, 如图 11 所示。

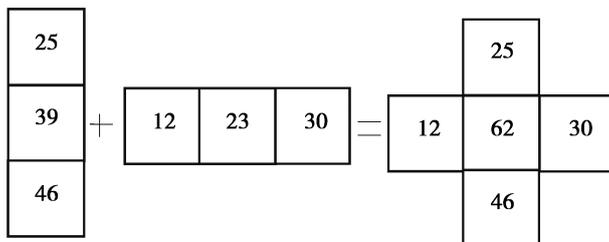


图 11 add 函数示意图

Fig. 11 add Function diagram

在 picture1 中, 搜索齿轮轮廓的像素点, 并把灰度值设为 20, 图片大小为  $m \times n$ ; 将 picture2 的图片大小设为  $m \times n$ 、背景灰度值为 255, 根据上文计算得出的基圆半径和圆心坐标, 使用 circle 函数画出基圆, 并把基圆像素点的灰度值设为 100, picture1 和 picture2 相加得到 picture3, 根据 picture3 得到的交点使用编号 0, 1, 2, ..., 23 进行标记。根据图 1 的测量原理, 基圆与两侧齿廓的交点 (C、D 点) 的中线经过这一段的基圆弧的中点。中线方程可根据  $(x, y)$  到  $C(x_c, y_c)$ 、 $D(x_d, y_d)$  点的距离相等来获得, 如式 (14) 所示, 再经过变换得到该中线在图像坐标系上的坐标, 如式 (15) 所示。将图片 picture4 大小设为  $m \times n$ 、背景灰度值为 255, 画出中线, 经过该中线的像素点的灰度值设为 50, 并与基圆的图像 picture2 相加, 得到 picture5, 搜索灰度值为 150 的像素点即为这一段基圆弧的中点。

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = (x - x_d)^2 + (y - y_d)^2, \quad (14)$$

$$\begin{cases} x = i, i \in [0, m], \\ y = (2xx_c + x_d^2 + y_d^2 - 2xx_d - x_c^2 - y_c^2) / 2(y_c - y_d). \end{cases} \quad (15)$$

由于经过圆弧中点的中线与该点在基圆上的切线相互垂直, 可通过计算中线斜率得到切线斜率  $l$ , 得到公法线方程

$$y = l(x - x') + y' \quad (16)$$

经过公法线的像素点的灰度值设为 120, 在大小为  $m \times n$ 、背景灰度值为 255 的图像 picture6 上根据式 (16) 画出公法线, picture6 与齿廓图像 picture1 相加, 得到齿廓与公法线的交点 picture7, 搜索灰度值为 140 的像素点即为公法线与齿廓的交点。

该算法结构如图 12 所示。

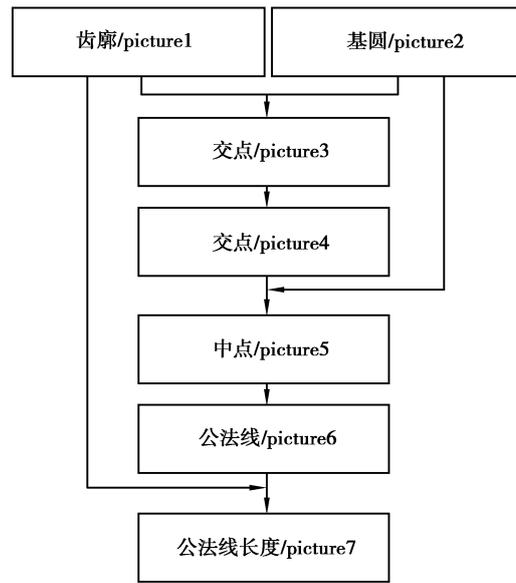


图 12 程序流程图

Fig. 12 Program flow chart

由于公法线与齿廓相交于若干点,而在提取存储这些点的坐标时是无序的,导致无法知道公法线与齿廓相交的端点,在算法上需要在每两个点之间都要进行一次计算并索引其中的最大值,索引得到的最大值即为图像坐标上的公法线长度。蓝色部分加粗的直线段就是图像上的公法线长度。公法线长度的计算结果如图 13 所示,在齿轮上的显示的结果,如图 14 所示。

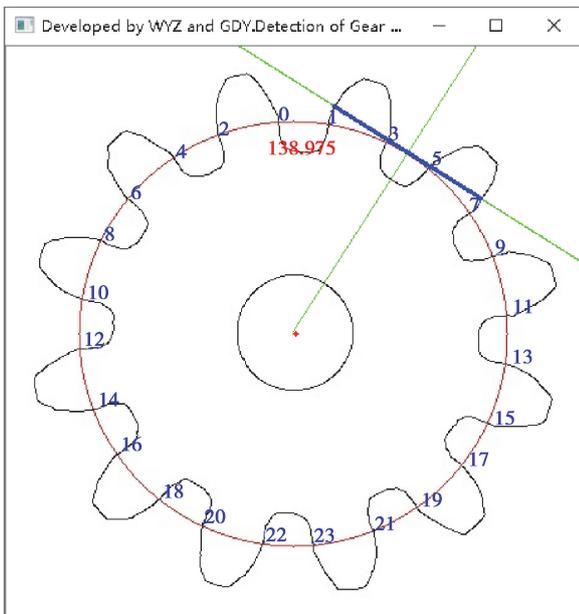


图 13 公法线计算结果

Fig. 13 Common normal calculation result

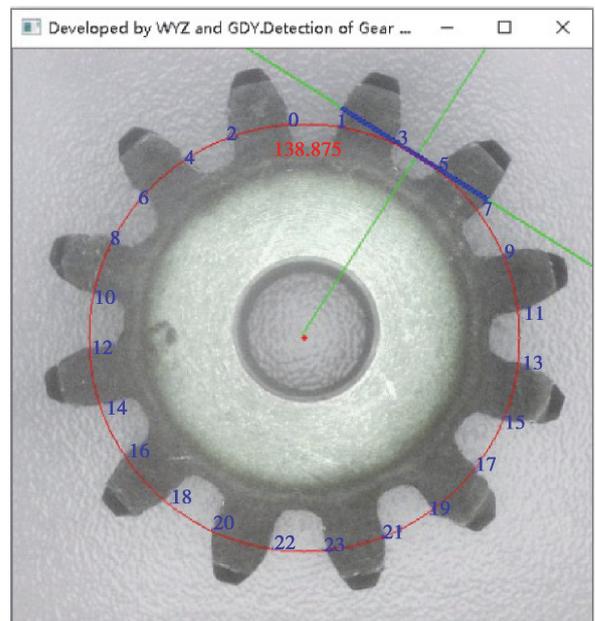


图 14 齿轮公法线

Fig. 14 Gear common normal

遍历齿轮一圈,计算各个位置的公法线长度并将其记录下来,公法线长度变动  $F'_w$  等于公法线长度  $W'_k$  最大值与最小值的差值

$$F'_w = \max(W'_k) - \min(W'_k)。 \quad (17)$$

### 3 实验结果与数据处理

实验对象是齿顶圆直径为 56 mm,模数  $m=4$  mm,齿数  $z=12$ ,压力角为  $20^\circ$ ,分度圆直径为 48 mm 的标准齿轮。

1)根据式(13),图像的齿顶圆半径为 211.2,图像上的齿轮模数  $m=422.4/(12+2)=30.17$  pixel,基圆直径  $d_b=12 \times 30.17 \times 0.9397=340.21$  pixel。

2)根据式(3),跨齿数  $k=1.83$ ,四舍五入之后得到  $k=2$ 。

3)计算齿轮图像上所有位置的公法线长度,并转化为物理长度记录,如表 3 所示。查阅相关资料得到当模数  $m=1$  mm,压力角  $\alpha=20^\circ$ 时,  $W_k^*=4.5963$  mm,根据式(1)得到渐开线标准直齿圆柱齿轮公法线长度  $W_k=18.3852$  mm<sup>[14]</sup>。

表 3 图像上的齿轮公法线长度

Table3 Common normal length of the gear on the image

序号	图像尺寸/pixel	物理尺寸/mm
1	140.057	18.509 8
2	138.235	18.268 9
3	138.975	18.366 7
4	138.708	18.331 5
5	138.177	18.261 3
6	139.058	18.377 7
7	138.134	18.255 6
8	138.714	18.332 2
9	138.235	18.268 9
10	138.134	18.255 6
11	138.176	18.261 1
12	138.436	18.295 5

公法线长度的最大值为 18.509 8 mm,最小值为 18.261 1 mm,根据式(17)可得到公法线长度变动  $F_w=18.5098-18.2611=0.2487$  mm。

文中还采用了公法线千分尺对齿轮进行测量,选择被测齿轮的跨齿数,测量时,先将公法线千分尺归零,缓慢地使测量杆与测砧接触,所用的力须和测量时保持一致(一般为 2~3 N),然后将被测齿轮移入两测量面之间,微调分筒,使工作面快接触到齿轮后,调测力装置,听到 3 声“咔咔”时停止,最后读数。测量结果如表 4 所示。使用公法线千分尺得到的公法线长度的最大值为 18.511 mm,最小值为 18.241 mm,公法线长度变动  $F'_w=18.511-18.241=0.270$  mm。

表 4 公法线千分尺测量结果

Table 4 Common normal micrometer measurement result mm

序号	长度	序号	长度
1	18.511	7	18.356
2	18.255	8	18.314
3	18.446	9	18.318
4	18.342	10	18.245
5	18.361	11	18.241
6	18.472	12	18.300

从表 3 可以看出,文中的检测方法和使用公法线千分尺测量结果产生了一定的误差,误差产生原因,一方面是由于实验条件的限制,采用的摄像头是普通 CCD 摄像头,精度不高;另一方面可能是摄像机的标定导致。

## 4 结 论

文中对拟合齿廓得到函数表达式的检测齿数方法和采用计算机视觉技术建立公法线方程的检测方法进行了研究,完成了齿轮齿数和公法线长度变动的检测,该方法与传统的检测方法相比,能有效、准确检测出齿轮齿数和公法线,实现了无接触、无损检测。鉴于机器视觉以及计算机视觉的前沿成果,本课题拟继续对机器视觉进行研究分析,并引入机器学习的最新研究成果,实现对齿轮工件的识别与检测。

### 参考文献:

- [1] 张少军, 苟中魁, 李庆利, 等. 利用数字图像处理技术测量直齿圆柱齿轮几何尺寸[J]. 光学精密工程, 2004, 12(6): 619-625.  
ZHANG Shaojun, GOU Zhongkui, LI Qingli, et al. Digital image processing technology for spur gear measurement[J]. Optics and Precision Engineering, 2004, 12(6): 619-625. (in Chinese)
- [2] 陈廉清, 高立国, 史永杰, 等. 基于图像识别的微小塑料齿轮检测研究[J]. 中国机械工程, 2007, 18(13): 1535-1539.  
CHEN Lianqing, GAO Ligu, SHI Yongjie, et al. Research on the on-line inspection of micro plastic gear based on computer vision[J]. China Mechanical Engineering, 2007, 18(13): 1535-1539. (in Chinese)
- [3] Ge D Y, Yao X F, Lian Z T, et al. Applications of computer vision in measuring total cumulative pitch deviation of a gear [J]. Tehnicki Vjesnik, 2017, 24(1): 71-78.
- [4] 葛动元, 姚锡凡, 向文江, 等. 面向齿廓偏差等精密检测的机器视觉关键技术[J]. 机械传动, 2019, 43(2): 171-176.  
GE Dongyuan, YAO Xifan, XIANG Wenjiang, et al. Key technologies of machine vision for precision measuring of profile deviations[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2019, 43(2): 171-176. (in Chinese)
- [5] 林超, 曾庆龙, 聂玲, 等. 高阶椭圆锥齿轮齿距误差的三坐标测量方法[J]. 重庆大学学报, 2013, 36(10): 1-7.  
LIN Chao, ZENG Qinglong, NIE Ling, et al. Pitch error measurement of high-order oval bevel gear on three dimensional measuring machine[J]. Journal of Chongqing University, 2013, 36(10): 1-7. (in Chinese)
- [6] 杨继东, 李敏. 齿轮公法线长度检测的新方法[J]. 机床与液压, 2007, 35(11): 119-121.  
YANG Jidong, LI Min. New method on detecting common normal length of gear[J]. Machine Tool & Hydraulics, 2007, 35(11): 119-121. (in Chinese)
- [7] 闻邦椿. 机械设计手册·齿轮传动 第 5 版[M]. 北京: 机械工业出版社, 2014: 29-30.

- WEN Bangchun. Mechanical Design Manual • Gear Transmission 5th Edition[M]. Beijing: China Machine Press, 2014: 29-30. (in Chinese)
- [ 8 ] Budiharto W, Irwansyah E, Suroso J S, et al. Design of object tracking for military robot using PID controller and computer vision[J]. ICIC Express Letters, 2020, 14(3): 289-294.
- [ 9 ] Caporali R. Overhead crane: An adaptive particle filter for anti-sway closed-loop and collision detection using computer vision[J]. International Journal of Innovative Computing, Information and Control, 2019, 10(1): 1223-1241.
- [10] Gunawan F E. Car-following model: A computer-vision-based calibration method[J]. International Journal of Innovative Computing, Information and Control, 2019, 15(4): 1397-1411
- [11] Joe M, Joseph H. OpenCV 3 计算机视觉[M]. 刘波, 苗贝贝, 史斌译. 北京: 机械工业出版社, 2016: 44-46.  
Joe M, Joseph H. Learning operCV 3 computer Learning operCV 3 computer[M]. Translated by Liu Bo, Miao Beibei, Shi Bin. Beijing: China Machine Press, 2016: 44-46.(in Chinese)
- [12] 汪洋, 黄小红, 陈曾平. 基于对数极坐标变换的目标识别算法[J]. 雷达科学与技术, 2009, 7(2): 111-114.  
WANG Yang, HUANG Xiaohong, CHEN Zengping. A new algorithm for target recognition based on log-polar transform [J]. Radar Science and Technology, 2009, 7(2): 111-114. (in Chinese)
- [13] 翟永立, 丁雷, 裴浩东. 基于改进轮廓提取的 Hough 变换椭圆检测方法[J]. 现代电子技术, 2019, 42(6): 34-37.  
ZHAI Yongli, DING Lei, PEI Haodong. A Hough transform ellipse detection method based on improved contour extraction[J]. Modern Electronics Technique, 2019, 42(6): 34-37. (in Chinese)
- [14] 《齿轮便查手册》编委会. 齿轮便查手册[M]. 北京: 机械工业出版社, 2013.  
Editorial Board of “Handbook of Gears Checking”. Handbook of Gears Checking[M]. Beijing: China Machine Press, 2013.(in Chinese)

(编辑 陈移峰)