doi:10.11835/j.issn.1000-582X.2020.287

# 含区间铰间隙柔性机械臂控制精度分析

### 刘志元,孙东阳

(重庆大学 航空航天学院,重庆 400044)

摘要:为了分析大变形、间隙碰撞和不确定性对机械臂动力学特性和控制精度的影响,提出了 含区间铰间隙的柔性机械臂动力学建模方法和该动力学模型的求解方法。模型中采用绝对节点坐 标法对柔性部件进行动力学建模,采用混合碰撞力模型和 Ambrósio 摩擦力模型建立关节铰间隙, 并且采用区间变量描述间隙尺寸和部件杨氏模量。通过数值仿真分析表明:部件柔性和间隙会显 著地影响机械臂动力学特性和控制精度,而且随着部件弹性模量减小、间隙尺寸增大,影响将更加 显著;考虑不确定性时,机械臂的控制精度将降低,而且参数不确定性会显著影响该机械臂的动力 学特性。

关键词:区间不确定性;柔性机械臂;绝对节点坐标法;间隙 中图分类号:TH212;TH213.3 文献标志码:A 文章编号:1000-582X(2021)02-053-12

## Tracking accuracy analysis of a flexible manipulator with interval joint clearance

### LIU Zhiyuan, SUN Dongyang

(College of Aerospace Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China)

Abstract: To investigate the influences of large deformation, clearance and uncertainty on the dynamic behavior and control accuracy of a manipulator, a method for establishing the dynamics model of a flexible manipulator with interval joint clearance is presented. Then an evaluation method for the dynamics model is proposed. In this work, the absolute nodal coordinate formulation is used to model the flexible components, and the hybrid contact force model and Ambrósio friction force model are applied to constructing the revolute clearance joint. Meanwhile, intervals are used to characterize the clearance size and Young's modulus. The simulation results show that the flexibility and clearance can obviously affect the dynamic behavior and control accuracy of the manipulator. In addition, the influence will be more significant as the Young's modulus decreases or the clearance size increases. Uncertainty can reduce control accuracy and significantly affect the dynamic behavior of the manipulator.

Keywords: interval uncertainty; flexible manipulator; absolute nodal coordinate formulation; clearance

收稿日期:2020-01-19 网络出版日期:2020-03-30

基金项目:重庆市科技局重大主题资助项目(cstc2019jscx-zdztzx0035;cstc2019jscx-zdztzx0031)。

Supported by the Major Project of Chongqing Science and Technology Bureau (cstc2019jscx-zdztzx0035; cstc2019jscx-zdztzx0031).

作者简介:刘志元(1995一),重庆大学硕士研究生,主要从事航空航天结构强度、振动和可靠性分析方向的研究。

**通讯作者:**孙东阳,博士,讲师,主要从事航空航天结构强度、振动和可靠性分析方面的研究,(E-mail)sundongyang@cqu.edu.cn。

(1)

随着空间技术的快速发展,大尺寸、轻量化的空间机械臂已经被广泛地用于空间站的组装、修理和检测, 航天员舱外活动,空间飞行器捕获等,其可靠性对于整个空间任务至关重要。空间机械臂动力学分析涉及运 动过程中大变形和间隙碰撞问题,且结构参数存在不确定性,因此,要建立精确的空间机械臂动力学模型就 需要考虑各种因素。

Flores 等<sup>[1]</sup>对多种间隙模型进行了研究,通过对含间隙机构进行动力学分析发现间隙严重影响机构动 力学特性。Zhao 等<sup>[2]</sup>对含间隙空间机器人进行了动力学特性研究,研究发现间隙尺寸会显著影响机器人动 力学特性。Erkaya<sup>[3]</sup>建立了含间隙焊接机械臂的动力学模型。Varedi-Koulaei 等<sup>[4]</sup>采用粒子群算法对含间 隙的 3-RRR 并联机械手进行了优化设计,以减小间隙碰撞对该机械手动力学特性的影响。Megahed 等<sup>[5]</sup>对 含多间隙机构进行了研究,结果表明间隙位置,运行速度和间隙大小都会显著影响机构动力学特性。谷勇霞 等<sup>[6]</sup>研究了间隙尺寸和间隙关节数量对漂浮空间机械臂动力学特性的影响。考虑到构件柔性,Khemili 等<sup>[7]</sup> 对含间隙平面柔性机构进行了动力学分析,结果显示构件柔性能够有效控制碰撞力峰值。任武等<sup>[8]</sup>建立了 考虑间隙的多柔体臂架的刚柔混合模型。Ben Abdallah 等<sup>[9]</sup>对含多间隙的柔性机构进行了研究。考虑到机 械臂在运动过程中存在大变形,Tian 等<sup>[10]</sup>基于绝对节点坐标法<sup>[11]</sup>对含 PD 控制器的双连杆柔性机械臂进行 了控制精度分析。然而,在建模过程中忽略了间隙对机械臂控制精度的影响。

上述研究都认为机械臂为理想情况,然而由于材料不均匀、加工误差、摩擦、磨损等,真实的机械臂中普 遍存在不确定性。Li等<sup>[12]</sup>研究了存在随机不确定性的含间隙机械臂动力学特性和运动精度问题,建模过程 中忽略了机械臂存在的变形。Wang等<sup>[13]</sup>采用 Chebyshev 多项式方法对存在区间不确定性参数的刚柔耦合 空间机械臂进行了动力学分析,建模过程中忽略了间隙碰撞。笔者将系统考虑大变形、间隙碰撞和不确定性 对机械臂动力学特性和控制精度的影响,研究含区间铰间隙的柔性机械臂动力学建模和控制精度分析方法。

### 1 旋转铰间隙建模

### 1.1 旋转铰间隙数学模型

如图 1 所示,体 *i*,*j* 之间存在平面间隙转动副,轴承是体 *i* 的部件,轴是体 *j* 的部件。整体坐标系为 xy。 点  $P_i$  和  $P_j$  分别为轴承和轴的中心,对应的位置矢量分别为  $r_i$  和  $r_j$ 。轴与轴承的中心距矢量  $e_i$  可表示为



图 1 旋转铰间隙模型 Fig. 1 Revolute joint with clearance

轴与轴承中心距为

$$\boldsymbol{e}_{ij} = \sqrt{\boldsymbol{e}_{ij}^{\mathsf{T}} \boldsymbol{e}_{ij}} \,\,. \tag{2}$$

垂直轴承与轴接触表面的单位法向量为

$$\boldsymbol{n} = \frac{\boldsymbol{e}_{ij}}{\boldsymbol{e}_{ii}} \quad . \tag{3}$$

当轴承与轴碰撞时,嵌入深度为

$$\delta = e_{ii} - c \,, \tag{4}$$

式中c为间隙大小, $c = R_i - R_j$ , $R_i$ 和 $R_j$ 分别为轴承和轴半径。

体i,j的接触点分别为 $Q_i$ 和 $Q_j$ ,基于绝对节点坐标法接触点的全局位置为

$$\boldsymbol{r}_{k}^{Q} = \boldsymbol{r}_{k} + R_{k}\boldsymbol{n} \quad (k = i, j)$$

全局坐标系下接触点 Q; 和Q; 的速度可以通过将式(5)对时间求导得到

$$\dot{\boldsymbol{r}}_{k}^{Q} = \dot{\boldsymbol{r}}_{k} + R_{k} \dot{\boldsymbol{n}} \quad (k = i, j) \quad . \tag{6}$$

接触点的法向相对速度 υ、和切向相对速度 υ、可表示为

$$\boldsymbol{v}_{\mathrm{N}} = (\boldsymbol{\dot{r}}_{j}^{Q} - \boldsymbol{\dot{r}}_{i}^{Q})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{n}, \qquad (7)$$

$$\boldsymbol{v}_{\mathrm{T}} = (\boldsymbol{\dot{r}}_{j}^{\mathrm{Q}} - \boldsymbol{\dot{r}}_{i}^{\mathrm{Q}})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{t}, \qquad (8)$$

式中切向量 t 通过向量 n 逆时针旋转90°得到。

### 1.2 接触碰撞力模型

Hertz 接触力模型是应用最广泛的接触力模型,该模型认为接触表面为完全弹性碰撞,因此不能描述碰撞过程中的能量耗散。为了描述接触碰撞过程中的能量损耗,基于 Hertz 模型,Lankarani,Herbert 和 Lee 等提出了多种含能量耗散项的接触碰撞力模型<sup>[14]</sup>。Liu 等<sup>[15]</sup>研究发现 Hertz 接触力模型仅仅适用于间隙相 对较大且载荷较小的情况。对于小间隙情况,计算结果将无法满足精度要求。针对上述问题,Bai 等<sup>[16]</sup>构建 了一种基于 Lankarani-Nikravesh 碰撞力模型和 WEF(Winkler elastic foundation)模型的混合碰撞力模型, 该碰撞力模型可以表示为

$$F_{n} = K_{n}\delta^{n} + D_{mod}\dot{\delta}, \qquad (9)$$

式中:*F*<sub>n</sub>为法向碰撞力, *ò*为撞击点的相对速度。*n*的值取决于碰撞面的材料, 对于金属材料通常选取 *n* = 1.5。*K*<sub>n</sub>和 *D*<sub>mod</sub>分别是非线性接触刚度系数和修改后的阻尼系数, 其表达式如下

$$K_{n} = \frac{1}{8} \pi E^{*} \sqrt{\frac{2\delta \left(3R_{i} - 3R_{j} + 2\delta\right)^{2}}{\left(R_{i} - R_{j} + \delta\right)^{3}}},$$
(10)

$$D_{\rm mod} = \frac{3K_{\rm n} \left(1 - c_{\rm e}^2\right) e^{2\left(1 - c_{\rm e}^2\right)} \delta^n}{4\dot{\delta}^{(-)}},\tag{11}$$

式中: $\dot{\delta}^{(-)}$ 为撞击点的初始相对速度, $c_e$ 为恢复系数, $E^*$ 是复合弹性模量,可表示为如下形式

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - v_i^2}{E_i} + \frac{1 - v_j^2}{E_j},$$
(12)

式中:v<sub>k</sub>(k=i,j)和 E<sub>k</sub>(k=i,j)分别是接触材料的泊松比和弹性模量。该间隙碰撞力模型能够普遍适用于 大间隙和小间隙情况,通过与有限元仿真结果比较,该碰撞力模型的精度高于 Hertz 接触力模型。

### 1.3 摩擦力模型

Coulomb 摩擦模型是最简单的摩擦力模型。该模型的摩擦力方向与切向速度方向相反,并且摩擦力大小与法向接触力成正比。Coulomb 摩擦模型在切向速度趋近于零时会产生不连续的摩擦力,这将有可能导致计算不收敛。为了解决该问题,Ambrósio<sup>[17]</sup>将速度引入 Coulomb 摩擦模型,建立了如下形式的摩擦力 模型,

$$F_{\mathrm{T}} = -c_{\mathrm{f}}c_{\mathrm{d}}F_{\mathrm{N}}\frac{\boldsymbol{v}_{\mathrm{T}}}{\boldsymbol{v}_{\mathrm{T}}}, \qquad (13)$$

式中:c,为摩擦系数,v,为相对切向速度。c,为动态修正系数,可表示为

$$c_{d} = \begin{cases} 0 & \text{if } v_{T} \leqslant v_{0}, \\ \frac{v_{T} - v_{0}}{v_{1} - v_{0}} & \text{if } v_{0} \leqslant v_{T} \leqslant v_{1}, \\ 1 & \text{if } v_{T} \geqslant v_{1}, \end{cases}$$
(14)

式中:v。和 v,是为计算动态修正系数给定的速度极限值。Ambrósio 摩擦力模型如图 2 所示。



### 2 含间隙柔性机械臂动力学建模

含间隙柔性机械臂模型如图 3 所示。连杆  $OA_i$  在 O 点处的运动副为理想平面转动副,连杆  $OA_i$  与连杆  $A_jP_j$  在 A 处的运动副为平面间隙转动副。 $\tau_1$  和  $\tau_2$  分别为作用于连杆  $OA_i$  和连杆  $A_jP_j$  的驱动力矩, $n_1$  和  $t_1$  为连杆  $OA_i$  在 O 点处的单位法向量和切向量, $n_2$  和  $t_2$  为连杆  $OA_i$  在  $A_i$  点处的单位法向量和切向量, $n_3$  和  $t_3$  为连杆  $A_jP_j$  在  $A_j$  点处的单位法向量和切向量, $\theta_1$  为连杆  $OA_i$  在 O 点处的转角, $\theta_3$  为连杆  $OA_i$  在  $A_i$  点处的转角, $\theta_2$  为连杆  $A_jP_j$  在  $A_j$  点处的转角。考虑到运动过程中连杆  $OA_i$  和连杆  $A_jP_j$  存在大变形,采用绝对节点坐标法对连杆  $OA_i$  和连杆  $A_jP_j$  进行动力学建模。



图 3 含间隙柔性机械臂 Fig. 3 Flexible manipulator with clearance

基于绝对节点坐标法<sup>[9]</sup>,平面梁单元上任意一点全局位置可表示

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{S}\boldsymbol{e}^{k} , \qquad (15)$$

式中S为由参数x决定的单元形函数,参数 $x \in [0 \ l]$ 表示未变形时特定点的轴向坐标,l为单元初始长度,单元形函数表示为:

$$\boldsymbol{S} = \begin{bmatrix} S_1 \boldsymbol{I}_2 & S_2 \boldsymbol{I}_2 & S_3 \boldsymbol{I}_2 & S_4 \boldsymbol{I}_2 \end{bmatrix},$$
(16)

$$\boldsymbol{e}^{k} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{r}_{m}^{\mathrm{T}} & \left(\frac{\partial \boldsymbol{r}_{m}}{\partial x}\right)^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{r}_{n}^{\mathrm{T}} & \left(\frac{\partial \boldsymbol{r}_{n}}{\partial x}\right)^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(17)

 $\mathbf{r}_{i}$  (*i*=*m*,*n*)表示节点*i*(*i*=*m*,*n*)位置矢量, $\partial \mathbf{r}_{i}/\partial x$ (*i*=*m*,*n*)为节点*i*(*i*=*m*,*n*)的位置矢量对*x*方向的二维偏导数矢量。

基于上述描述,梁单元的动能可表示为

$$T_{e} = \frac{1}{2} \int_{V} \rho \dot{\boldsymbol{r}}^{\mathrm{T}} \dot{\boldsymbol{r}} \, \mathrm{d}V = \frac{1}{2} \, \left( \dot{\boldsymbol{e}}^{k} \right)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{M}_{e} \dot{\boldsymbol{e}}^{k} \,, \tag{18}$$

式中M。为梁单元的常数质量矩阵,可通过式(19)计算得到,

$$\boldsymbol{M}_{e} = \frac{1}{2} \int_{V} \rho \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{S} \,\mathrm{d}V, \qquad (19)$$

式中: ρ 和 V 分别为单元密度和体积。

梁单元的弹性势能可表示为

$$U_{\rm e} = \frac{1}{2} \int_{V} \boldsymbol{\sigma}^{\rm T} \boldsymbol{\varepsilon} \, \mathrm{d}V, \qquad (20)$$

式中:σ和ε分别为应力矢量和应变矢量。

驱动力矩 τ1 和 τ2 所做的虚功可以表示为

$$\delta W = \tau_1 \delta \theta_1 + \tau_2 \delta \theta_4 = \tau_1 \delta \theta_1 + \tau_2 \delta \theta_2 - \tau_2 \delta \theta_3 \,. \tag{21}$$

对于一维两节点柔性梁 θ1 的变分可以表示为

$$\delta\theta_{1} = \frac{\partial r_{Ox}^{i} / \partial x \delta(\partial r_{Oy}^{i} / \partial x) - \partial r_{Oy}^{i} / \partial x \delta(\partial r_{Ox}^{i} / \partial x)}{f_{1}^{2}}, \qquad (22)$$

式中: $f_1 = \sqrt{(\partial r_{O_x}^1 / \partial x)^2 + (\partial r_{O_y}^1 / \partial x)^2}$ ,  $[\partial r_{O_x}^1 / \partial x - \partial r_{O_y}^1 / \partial x]^T$ 为O点处位置矢量对x方向的二维偏导数 矢量,则驱动力矩  $\tau_1$ 作用在O点的等效广义力表达为:

$$\boldsymbol{Q}_{1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\tau_{1} \left( \frac{\partial r_{0y}^{1}}{\partial x} \right) / f_{1}^{2} & \tau_{1} \left( \frac{\partial r_{0x}^{1}}{\partial x} \right) / f_{1}^{2} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} .$$
(23)

同理可以得到 r<sub>2</sub>的等效广义力。基于虚功原理和 Baumgarte 方法<sup>[18]</sup>,该含间隙柔性机械臂的动力学方程表示为

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{M} & \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{q}} & \boldsymbol{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\ddot{q}} \\ \boldsymbol{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{B}\boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{F} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{c}} \\ \gamma - 2\alpha \, \boldsymbol{\dot{\Phi}} - \beta^{2} \boldsymbol{\Phi} \end{bmatrix},$$
(24)

式中:*M*为机械臂的常数质量矩阵, $\lambda$ 为拉格朗日乘子,*F*和*F*。分别为广义弹性力和广义间隙碰撞力, $\boldsymbol{\sigma}$ 和  $\boldsymbol{\sigma}_q$ 分别为约束方程及其对广义坐标*q*的偏导数矩阵, $\gamma = -(\boldsymbol{\sigma}_q \dot{\boldsymbol{q}})_q - 2\boldsymbol{\sigma}_q \dot{\boldsymbol{q}} - \boldsymbol{\sigma}_u, \alpha \ \pi \beta$ 为稳定性系数,其 值依靠经验选取。*B* $\boldsymbol{\tau}$ 为驱动力矩的等效广义力, $\boldsymbol{\tau} = [\tau_1 \ \tau_2]^{\mathrm{T}}$ 由 PID 控制方法<sup>[19]</sup>得到。

### 3 含区间铰间隙柔性机械臂控制精度和动力学特性分析

由于材料不均匀、加工误差、磨损等原因,机械臂广泛存在不确定性,如间隙尺寸、部件杨氏模量等。这 些不确定性因素会显著的影响机械臂动力学特性和控制精度,考虑到间隙尺寸和杨氏模量数据的不完备性, 这里将间隙尺寸和杨氏模量处理为区间变量,式(24)变为

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{M} & \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{q}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{q}} \\ \widetilde{\boldsymbol{\lambda}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{B} \, \widetilde{\boldsymbol{\tau}} - \widetilde{\boldsymbol{F}} + \widetilde{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{c}} \\ -2\alpha \, \widetilde{\boldsymbol{\Phi}} - \beta^{2} \, \widetilde{\boldsymbol{\Phi}} \end{bmatrix}, \qquad (25)$$

式中上标表示该值与区间变量(c,E)有关。式(25)为含区间不确定性变量和控制器的微分代数方程,对其

进行求解将非常困难。这里将提出该动力学模型的求解方法,图4列出了该方法的主要步骤,具体为:



### 图 4 含区间铰间隙柔性机械臂不确定性分析



1)选择区间不确定性的抽样数量 N。

2)从每一个区间参数中选择一个样本 $(c_i, E_i)$ 。

3)在给定区间参数( $c_i$ ,  $E_i$ )的情况下,通过计算动力学方程(24)得到柔性机械臂末端控制误差  $e_i$  (t) = ( $x_{is}$ (t) - $x_{id}$ (t),  $y_{is}$ (t) - $y_{id}$ (t))(( $x_{is}$ ,  $y_{is}$ )和( $x_{id}$ ,  $y_{id}$ )分别为实际和理想情况末端坐标)、末端加速度 ( $\ddot{x}_{is}$ ,  $\ddot{y}_{is}$ )和驱动力矩( $\tau_{i1}$ ,  $\tau_{i2}$ )。

4)判断区间不确定性的 N 个样本是否已经全部分析。如果否,回到步骤(2);如果是,继续步骤(5)。

5)找出末端控制误差、末端加速度和驱动力矩上边界和下边界,该上边界和下边界围成的区域即为考虑 区间不确定性时末端控制误差、末端加速度和驱动力矩可能的区域。

### 4 仿真分析

该含间隙柔性机械臂末端点进行圆轨迹跟踪控制,如图 5 所示。连杆 $OA_i$  和连杆  $A_jP_j$  长度分别为 0.4 m 和 1.6 m。连杆 $OA_i$  划分为 2 个单元,连杆  $A_jP_j$  划分为 4 个单元。连杆 $OA_i$  和  $A_jP_j$  具有相同的截面形状和材料参数,截面积为 2.5×10<sup>-3</sup> m<sup>2</sup>,截面惯性矩为 5.208×10<sup>-7</sup> m<sup>4</sup>,杨氏模量为 30 GPa,密度为 6 000 kg/m<sup>3</sup>。该机械臂的材料属性及动力学分析相关参数如表 1 所示。仿真时间为10 s,跟踪圆轨迹的角速度为

$$\omega = -\frac{6\pi}{500} (t^2 - 10t) \,. \tag{26}$$





Fig. 5 End circular tracking of flexible manipulator with clearance

Table 1         Simulation parameter table of manipulator			
参数	数值	参数	数值
轴承半径/mm	10	Baumgarte-α	250
恢复系数	0.9	Baumgarte-β	250
轴和轴承杨氏模量/GPa	207	时间步长/s	0.000 01
泊松比	0.3	容差	0.000 001

表1 机械臂仿真参数表

为了研究间隙对机械臂动力学特性和控制精度的影响,分别取间隙 c=0.01 mm,c=0.2 mm 和 c= 0.5 mm,摩擦系数 c<sub>i</sub>=0.1,将上述多种间隙情况计算得到的响应结果与理想铰接副的响应结果进行比较。 图 6 为 3 种间隙情况下的末端控制误差图、末端加速度图和驱动力矩图。由图 6 可知:当间隙大小为 0.01 mm时,间隙对末端控制误差、末端加速度和驱动力矩几乎没有影响;当间隙大小为 0.2 mm 和 0.5 mm 时,间隙对末端控制误差的影响非常显著,而且间隙越大控制精度越差;当间隙大小为 0.2 mm 和 0.5 mm 时,间隙对末端加速度和驱动力矩的影响依然不显著。通过对图 7(d)进一步分析发现初始时刻机械臂末端 y方向的加速度扩展较大,其原因在于:初始时刻间隙铰中的轴与轴承存在剧烈碰撞,导致初始时刻机械臂 末端y方向的加速度较大。





图 6 末端控制误差、末端加速度和驱动力矩图 Fig. 6 Tip error, tip acceleration and driving moment

为了分析部件柔性对机械臂动力学特性和控制精度的影响,取连杆杨氏模量为3,30,300 GPa,3 种工况下的间隙 c=0.5mm。末端控制误差、末端加速度和驱动力矩如图 7 所示。可以发现:当杨氏模量为 3 GPa 时,末端控制误差、末端加速度和驱动力矩与杨氏模量为 30 GPa 的分析结果存在明显差异,而且弹性模量较低时,末端剧烈抖动持续时间将增加;当杨氏模量为 30 GPa 和 300 GPa 时,两种工况的末端控制误差、末端加速度和驱动力矩差异不显著。因此,当连杆弹性模量较小时,连杆柔性会显著的影响控制误差和机械臂的动力学特性,而连杆弹性模量较大时,连杆柔性对该机械臂的控制精度和动力学特性的影响将不显著。







由于间隙尺寸和连杆柔性会显著影响该机械臂控制精度和动力学特性,这里考虑间隙尺寸和杨氏模量 为区间变量,其取值范围分别为*c*=[0.1 0.5]mm,*E*=[20 30]GPa。采用本文中提出的方法对机械臂进 行动力学特性和控制精度分析。末端控制误差、末端加速度和驱动力矩如图 8 所示。可以发现:考虑不确定 性时,末端控制误差将扩张,从而导致控制精度降低;末端加速度和驱动力矩也会扩展,从而影响该机械臂的 动力学特性。







### 5 结 语

1)当间隙尺寸较小时,间隙对末端控制误差、末端加速度和驱动力矩几乎没有影响。当间隙尺寸较大时,间隙对末端控制误差的影响非常显著,而且间隙越大控制精度越差。然而,较大间隙情况下,间隙对末端加速度和驱动力矩的影响依然不显著。

2) 部件柔性会显著的影响末端控制误差、末端加速度和驱动力矩。当部件弹性模量较低时,末端会剧烈 抖动。

3)参数不确定性会显著的降低该机械臂的控制精度,而且也会影响该机械臂的动力学特性。

### 参考文献:

- [1] Flores P, Ambrósio J. Revolute joints with clearance in multibody systems[J]. Computers & Structures, 2004, 82(17/ 18/19): 1359-1369.
- [2] Zhao Y, Bai Z F. Dynamics analysis of space robot manipulator with joint clearance[J]. Acta Astronautica, 2011, 68(7/8): 1147-1155.
- [3] Erkaya S. Investigation of joint clearance effects on welding robot manipulators[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2012, 28(4): 449-457.
- [4] Varedi-Koulaei S M, Daniali H M, Farajtabar M, et al. Reducing the undesirable effects of joints clearance on the behavior of the planar 3-RRR parallel manipulators[J]. Nonlinear Dynamics, 2016, 86(2): 1007-1022.
- [5] Megahed S M, Haroun A F. Analysis of the dynamic behavioral performance of mechanical systems with multi-clearance joints[J]. Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, 2012, 7 (1): 011002-1-011002-11. DOI: 10.1115/ 1.4004263.
- [6]谷勇霞,张玉玲,赵杰亮,等.考虑含间隙关节的漂浮基空间机械臂动力学输出特性研究[J].机械工程学报,2019,55(3):99-108.
  Gu Y X, Zhang Y L, Zhao J L, et al. Dynamic characteristics of free-floating space manipulator with joint clearance[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(3): 99-108. (in Chinese)
- [7] Khemili I, Romdhane L. Dynamic analysis of a flexible slider-crank mechanism with clearance[J]. European Journal of Mechanics-A, 2008, 27(5): 882-898.
- [8]任武,吴运新,张赵威. 计及铰间隙的多柔体机械臂动力学特性[J]. 振动.测试与诊断, 2015, 35(3): 563-567, 597.
   Ren W, Wu Y X, Zhang Z W. Dynamic characterization analysis of flexible multibody manipulator with joint clearance[J].
   Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2015, 35(3): 563-567, 597. (in Chinese)
- [9] Ben Abdallah M A, Khemili I, Aifaoui N. Numerical investigation of a flexible slider-crank mechanism with multijoints with clearance[J]. Multibody System Dynamics, 2016, 38(2): 173-199.
- [10] Tiao Q, Zhang Y Q, Chen L P, et al. Two-link flexible manipulator modelling and tip trajectory tracking based on the absolute nodal coordinate method[J]. International Journal of Robotics and Automation, 2009, 24(2): 103-114.
- [11] Shabana A A. Finite element incremental approach and exact rigid body inertia[J]. Journal of Mechanical Design, 1996, 118(2): 171-178.
- [12] Li J L, Huang H Z, Yan S Z, et al. Kinematic accuracy and dynamic performance of a simple planar space deployable mechanism with joint clearance considering parameter uncertainty[J]. Acta Astronautica, 2017, 136: 34-45.
- [13] Wang Z, Tian Q, Hu H Y. Dynamics of spatial rigid-flexible multibody systems with uncertain interval parameters[J]. Nonlinear Dynamics, 2016, 84(2): 527-548.
- [14] Machado M, Moreira P, Flores P, et al. Compliant contact force models in multibody dynamics: evolution of the Hertz contact theory[J]. Mechanism and Machine Theory, 2012, 53: 99-121.
- [15] Liu C S, Zhang K, Yang R. The FEM analysis and approximate model for cylindrical joints with clearances [J]. Mechanism and Machine Theory, 2007, 42(2): 183-197.
- [16] Bai Z F, Zhao Y. Dynamic behaviour analysis of planar mechanical systems with clearance in revolute joints using a new hybrid contact force model[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2012, 54(1): 190-205.
- [17] Ambrósio J A C. Impact of rigid and flexible multibody systems: deformation description and contact models[M]// Virtual Nonlinear Multibody Systems. Dordrecht: Springer Netherlands, 2003: 57-81.
- [18] Baumgarte J. Stabilization of constraints and integrals of motion in dynamical systems[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1972, 1(1): 1-16.
- [19] Dwivedy S K, Eberhard P. Dynamic analysis of flexible manipulators, a literature review[J]. Mechanism and Machine Theory, 2006, 41(7): 749-777.

(编辑 郑 洁)