

doi:10.11835/j.issn.1000-582X.2021.110

模型预测控制器权重参数整定非线性规划法

冯泽民¹, 李 乔^{2a,2b}, 谭陆西^{2a,2b,2c}, 董立春^{2a,2b,2c}

(1. 重庆科技学院 安全工程学院, 重庆 401331; 2. 重庆大学 a. 化学化工学院; b. 化工过程强化与反
应国家地方联合工程实验室; c. 低品位能源利用技术及系统教育部重点实验室, 重庆 400044)

摘要:模型预测控制(MPC)权重参数的整定是其取得良好控制性能的关键。针对基于双层结构多目标优化的MPC权重参数整定方法存在求解过程较慢、耗时较长的问题,提出了一种非线性规划整定方法。该方法将MPC权重参数整定中每个时间采样点的MPC子优化问题等价为外层MPC权重参数整定优化问题的最优KKT(Karush-Kuhn-Tucker)条件,将MPC权重参数整定的双层多目标优化问题转化为单层非线性规划问题。仿真案例表明,基于单层非线性规划整定方法的MPC控制性能优于或近似于基于双层多目标优化整定方法的MPC控制性能;而且基于单层非线性规划的整定方法能够快速获得MPC权重参数,时间成本由基于多目标优化整定方法所需的1.0~1.5 h缩短到10~90 s。

关键词:模型预测控制;动力学模拟;非线性规划;多目标优化;参数整定

中图分类号:TQ021.8

文献标志码:A

文章编号:1000-582X(2022)04-111-12

Nonlinear programming method for tuning weight parameters of model predictive controller

FENG Zemin¹, LI Qiao^{2a,2b}, TAN Luxi^{2a,2b,2c}, DONG Lichun^{2a,2b,2c}

(1. College of Safety Engineering, Chongqing University of Science and Technology, Chongqing 401331, P. R. China; 2a. School of Chemistry and Chemical Engineering; 2b. National-Municipal Joint Engineering Laboratory for Chemical Process Intensification and Reaction; 2c. Key Laboratory of Low-grade Energy Utilization Technologies & Systems, Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China)

Abstract: The tuning of the weight parameters on the input and output variables can significantly affect the performance of a model predictive controller (MPC) to achieve a good closed-loop dynamic response. However, the currently available approaches based on the bi-layer multi-objective optimization (MOO) for tuning MPC weight parameters are computation-consuming. In this study, a new tuning algorithm is proposed, which converts the bi-layer MOO-based approach into a single-layer nonlinear programming (NLP) problem by treating the sub-optimization problem of MPC in the lower layer as the optimal KKT (Karush-Kuhn-Tucker) condition of the optimization in the upper layer, so as to reduce the computational

收稿日期:2020-01-05 **网络出版日期:**2021-05-31

基金项目:国家自然科学基金项目(21776025)。

Supported by National Natural Science Foundation of China (21776025).

作者简介:冯泽民(1984—),男,博士,讲师,主要研究方向为化工过程模拟、优化与控制,(E-mail)fzm@cqu.edu.cn。

通信作者:董立春,男,博士,教授,主要研究方向为能源化工系统工程,(E-mail)lcdong72@cqu.edu.cn。

cost. The simulation results demonstrate that the MPC tuned by NLP method shows similar or even better performance than the MPC tuned by MOO-based method. Moreover, by using the NLP tuning method, the computational time of the MPC tuning can be significantly reduced from a range of 1.0 h to 1.5 h for the MOO-based tuning method to a range of 5 s to 90 s.

Keywords: model predictive control; dynamic simulation; nonlinear programming; multi-objective optimization; parameter tuning

模型预测控制(model predictive control, MPC)由于能够很好地处理多变量约束控制问题,自 20 世纪 70 年代以来已被广泛应用于石油化工生产过程中^[1-2]。MPC 是一种基于模型的控制算法,模型是否能够准确预测过程的动态特征是 MPC 实现良好控制性能的内在关键因素, MPC 控制器相关参数的整定是影响控制性能的外在主要因素。

MPC 中多变量之间的耦合,使采样时间、预测时域、控制时域、输入和输出变量的权重参数整定极具挑战性。与过程动态特征相关的采样时间、预测时域和控制时域一般可通过分析过程动态响应特征得到,而输入和输出变量的权重参数之间由于存在相互耦合,很难通过分析的方法获得最优值,因此,如何整定权重参数对 MPC 取得良好控制性能具有重要意义。目前主流的 MPC 权重参数整定方法可分为两类^[3]: 1) 将过程模型等价为一阶、二阶模型,应用动态响应性能分析的方法获得权重参数^[4-7]; 2) 将权重参数整定转化为优化问题,以优化控制性能为目标而获得最优权重参数^[8-12]。前者较适于单输入单输出 MPC 的权重参数整定,而后者由于更易于实施,且适用于多变量系统,不需要操作者具备良好的控制理论知识而备受关注。Yamashita 等^[12-13]以最小化每个输出变量的参考轨迹跟踪积分方差为优化目标,应用多目标优化的方法获得输出变量和输入变量变化速率的最优权重值。Giraldo 等^[14]提出了基于双层优化的广义预测控制器权重参数整定方法。Gutiérrez-Urquidez 等^[15]将多目标优化应用于拉盖尔多项式参数化的 MPC 权重参数的整定。Santamaría 等^[16]及 Vallerio 等^[17]则将多目标优化应用于非线性 MPC 权重参数的整定。

多目标优化权重参数整定方法通常为双层结构,其中内层为整定时域内每个采样时间点的 MPC 子优化问题的求解,而外层为整定时域内以权重参数为决策变量的控制性能目标函数的优化。这种双层结构的多目标优化问题的求解不仅存在内外层优化问题之间的迭代,而且需要大量的随机样本点来评估目标函数以获得最优 Pareto 解,计算结构复杂,时间成本较高。Tran 等^[18]将无约束 MPC 优化问题的解析解引入 MPC 权重参数整定优化问题中,提出了基于单层非线性规划的 MPC 权重参数整定方法,可快速获得最优权重参数,减小计算时间成本,然而该方法却不适用于有约束 MPC 权重参数的整定。为此,笔者提出了一种针对有约束 MPC 权重参数整定的非线性规划方法,该方法将 MPC 子优化问题转化为 MPC 权重参数整定优化问题的一阶最优 KKT(Karush-Kuhn-Tucker)条件,可快速获得 MPC 的最优权重参数,与其他多目标优化方法相比可显著降低计算耗时成本。

1 模型预测控制算法

1.1 被控对象模型

线性模型由于其鲁棒性能较强、计算负荷较小,被广泛应用于过程工业中 MPC 的实施,本研究的对象是方程(1)所示的离散线性时不变状态空间模型。

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_0 \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_0 \mathbf{u}_k + \mathbf{B}_{d0} \mathbf{d}_k + \mathbf{w}; \\ \mathbf{y}_{k+1} = \mathbf{C}_0 \mathbf{x}_{k+1} + \mathbf{v}. \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{x}_k \in \mathbf{R}^n$ 、 $\mathbf{u}_k \in \mathbf{R}^m$ 、 $\mathbf{y}_k \in \mathbf{R}^q$ 和 $\mathbf{d}_k \in \mathbf{R}^l$ 分别为第 k 个时间采样点的状态、输入、输出和可测扰动变量维度; $\mathbf{A}_0 \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 、 $\mathbf{B}_0 \in \mathbf{R}^{n \times m}$ 、 $\mathbf{C}_0 \in \mathbf{R}^{q \times n}$ 和 $\mathbf{B}_{d0} \in \mathbf{R}^{n \times l}$ 分别为状态、输入、输出和可测扰动变量的转化矩阵,其中 n 、 m 、 q 和 l 均为向量或矩阵的行数或列数; \mathbf{w} 和 \mathbf{v} 分别为状态和可测输出的不确定性噪音。此处假设方程(1)的矩阵对 $(\mathbf{A}_0, \mathbf{B}_0)$ 和 $(\mathbf{A}_0, \mathbf{C}_0)$ 分别可控和可观测,且 \mathbf{w} 和 \mathbf{v} 服从高斯分布。

1.2 增广模型

在方程(1)中引入差分算子后可得:

$$\begin{cases} \Delta \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_0 \Delta \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_0 \Delta \mathbf{u}_k + \mathbf{B}_{d0} \Delta \mathbf{d}_k + \mathbf{w}; \\ \Delta \mathbf{y}_{k+1} = \mathbf{C}_0 \Delta \mathbf{x}_{k+1} + \mathbf{v}. \end{cases} \quad (2)$$

式中: $\Delta \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k$, $\Delta \mathbf{y}_{k+1} = \mathbf{y}_{k+1} - \mathbf{y}_k$, $\Delta \mathbf{u}_k = \mathbf{u}_k - \mathbf{u}_{k-1}$, $\Delta \mathbf{d}_k = \mathbf{d}_k - \mathbf{d}_{k-1}$ 。

将输出维度 \mathbf{y}_k 集成到状态维度 $\Delta \mathbf{x}_k$ 中,得到新的状态空间模型:

$$\begin{cases} \mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{A} \mathbf{z}_k + \mathbf{B} \Delta \mathbf{u}_k + \mathbf{B}_d \Delta \mathbf{d}_k + \boldsymbol{\xi}; \\ \mathbf{y}_k = \mathbf{C} \mathbf{z}_k. \end{cases} \quad (3)$$

式中: $\boldsymbol{\xi} = [\mathbf{w} \quad \mathbf{v}]^T$ 为噪音维度; $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 & \mathbf{O} \\ \mathbf{C}_0 \mathbf{A}_0 & \mathbf{I} \end{bmatrix}$; $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_0 \\ \mathbf{C}_0 \mathbf{B}_0 \end{bmatrix}$; $\mathbf{B}_d = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{d0} \\ \mathbf{C}_0 \mathbf{B}_{d0} \end{bmatrix}$; $\mathbf{C} = [\mathbf{O} \quad \mathbf{I}]$; $\mathbf{z}_k = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}_k \\ \mathbf{y}_k \end{bmatrix}$ 。这里的 \mathbf{O} 为空矩阵; \mathbf{I} 为单位对角矩阵。

1.3 状态观测器

方程(1)所示的被控对象模型通常是通过系统辨识或非线性机理模型线性化得到,其状态变量通常不可测,故需在每个采样时间点以当前测得的输出值和工艺扰动量估计当前的实际状态。以方程(4)所示的状态观测器估计当前的状态:

$$\hat{\mathbf{z}}_k = \mathbf{A} \hat{\mathbf{z}}_{k-1} + \mathbf{B} \Delta \mathbf{u}_k + \mathbf{B}_d \Delta \mathbf{d}_k + \mathbf{K} (\mathbf{y}_k^m - \mathbf{C} \hat{\mathbf{z}}_{k-1}). \quad (4)$$

式中: $\hat{\mathbf{z}}_k$ 为估计所得的当前状态; \mathbf{y}_k^m 为当前时刻测得的实际工艺输出值; $\Delta \mathbf{d}_k$ 为当前时刻测得的 measurable 扰动量与前一时刻可测扰动量的差值; \mathbf{K} 为卡尔曼增益,可通过求解离散时间 Raccati 方程得到:

$$\begin{cases} \mathbf{G} = \mathbf{A} [\mathbf{G} - \mathbf{G} \mathbf{C}^T (\mathbf{C} \mathbf{G} \mathbf{C}^T + \mathbf{R}_v)^{-1} \mathbf{C} \mathbf{G}] \mathbf{A}^T + \mathbf{Q}_w; \\ \mathbf{K} = \mathbf{A} \mathbf{G} \mathbf{C}^T (\mathbf{C} \mathbf{G} \mathbf{C}^T + \mathbf{R}_v)^{-1}. \end{cases} \quad (5)$$

式中: \mathbf{Q}_w 和 \mathbf{R}_v 分别为方程(3)的状态与输出维度的噪音方差矩阵,本研究中分别取 $\mathbf{R}_v = \mathbf{I}^{q \times q}$ 和 $\mathbf{Q}_w = \mathbf{C}^T \mathbf{R}_v \mathbf{C}$ 。

1.4 模型预测控制器

基于以上方程, MPC 控制器的优化问题可描述为:

$$\min_{\Delta \mathbf{u}_k, \dots, \Delta \mathbf{u}_{k+N_c-1}} J_k = \sum_{i=0}^{N_p} (\hat{\mathbf{y}}_{k+i} - \mathbf{y}_k^{\text{sp}})^T \mathbf{Q}_t (\hat{\mathbf{y}}_{k+i} - \mathbf{y}_k^{\text{sp}}) + \sum_{i=0}^{N_c-1} \Delta \mathbf{u}_{k+i}^T \mathbf{R}_t \Delta \mathbf{u}_{k+i}$$

subject to:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{z}}_{k+i+1} &= \mathbf{A} \hat{\mathbf{z}}_{k+i} + \mathbf{B} \Delta \mathbf{u}_{k+i} + \mathbf{B}_d \Delta \mathbf{d}_{k+i}, \quad i=0, 1, \dots, N_p-1; \\ \hat{\mathbf{y}}_{k+i} &= \mathbf{C} \hat{\mathbf{z}}_{k+i}, \quad i=0, 1, \dots, N_p; \\ \mathbf{u}_{k+i} &= \mathbf{u}_{k+i-1} + \Delta \mathbf{u}_{k+i}, \quad i=0, 1, \dots, N_c-1; \\ \mathbf{u}_{k+i} &= \mathbf{u}_{k+i-1}, \quad i=N_c, \dots, N_p-1; \\ \mathbf{u}_{\min} &\leq \mathbf{u}_{k+i} \leq \mathbf{u}_{\max}, \quad i=0, 1, \dots, N_c-1; \\ \Delta \mathbf{u}_{\min} &\leq \Delta \mathbf{u}_{k+i} \leq \Delta \mathbf{u}_{\max}, \quad i=0, 1, \dots, N_c-1; \\ \mathbf{Q}_t &= \text{diag}(\mathbf{Q}), \mathbf{R}_t = \text{diag}(\mathbf{R}). \end{aligned} \quad (6)$$

式中: \mathbf{Q} 和 \mathbf{R} 分别为 q 个输出权重参数和 m 个输入变化速率权重组成的对角矩阵; N_p 和 N_c 分别为预测时域和控制时域; \mathbf{y}_k^{sp} 为 t_k 时刻的输出变量(控制变量)设定值,并假设在整个预测时域内为定值。

2 模型预测控制器权重参数整定

2.1 双层多目标优化整定方法(MOO)

在 MPC 控制器的参数整定过程中,本研究中仅考虑了 MPC 控制器输出变量权重参数 \mathbf{Q} 和输入变量变化速率权重参数 \mathbf{R} 的最优选择,预测时域、控制时域以及采样时间均通过分析过程的动力学特征得到。 \mathbf{Q} 越大则 MPC 控制器能够更快速地跟踪参考轨迹设定点; \mathbf{R} 越大则 MPC 动态响应越趋于平滑,但不能快速地跟踪参考轨迹设定点。为此,将整定时域内的 MPC 控制器跟踪参考轨迹的平均积分方差(Ψ_1)和输入变量变化速率的二次方的平均值(Ψ_2)作为优化目标,构成如下所示的权重参数整定多目标优化问题^[19-20]:

$$\begin{aligned}
\min_{Q,R} \Psi_1 &= \frac{1}{N_t} \sum_{j=1}^{N_t} (\mathbf{y}_j^m - \mathbf{y}_j^{sp})^T (\mathbf{y}_j^m - \mathbf{y}_j^{sp}), \\
\min_{Q,R} \Psi_2 &= \frac{1}{N_t} \sum_{j=1}^{N_t} \Delta \mathbf{u}_{j,0}^T \Delta \mathbf{u}_{j,0}, \\
\text{subject to:} & \\
Q_{\min} &\leq Q \leq Q_{\max}, \\
R_{\min} &\leq R \leq R_{\max}, \\
\left. \begin{aligned} \mathbf{x}_j^m &= \mathbf{A}_0 \mathbf{x}_{j-1}^m + \mathbf{B}_0 \mathbf{u}_{j-1,0} + \mathbf{B}_{d0} \mathbf{d}_{j-1}, \\ \mathbf{y}_j^m &= \mathbf{C}_0 \mathbf{x}_j^m, \\ \mathbf{u}_{j,0} &= \mathbf{u}_{j-1,0} + \Delta \mathbf{u}_{j,0}, \\ \Delta \mathbf{u}_{j,0} &\in \min_{\Delta \mathbf{u}_{j,0} \dots \Delta \mathbf{u}_{j, N_c-1}} J_j, \end{aligned} \right\} j=1, 2, \dots, N_t.
\end{aligned} \tag{7}$$

式中: \mathbf{x}_j^m 为被控对象模型状态变量; \mathbf{y}_j^m 和 \mathbf{y}_j^{sp} 分别为 t_j 时刻工艺输出值和参考轨迹设定值; N_t 为选取的整定时域采样点个数。在每个采样时间点 t_j , MPC 控制器需要求解方程(6)所示的 MPC 子优化问题, 并将得到的控制动作序列中的第一个值($\Delta \mathbf{u}_{j,0}$)作为被控对象模型的输入以得到输出变量 \mathbf{y}_j^m 。

方程(7)所示的多目标优化问题应用 Shama 等^[21]开发的基于 MS Excel 的多目标优化求解器(EMOO)求解, 该求解器采用 NSGA-II 算法^[22], 能够很好地处理含有约束和整型变量的多目标优化问题, 已被广泛应用于换热器设计^[23]及化工过程优化^[24-26]中。多目标优化得到的 Pareto 解为一系列最优解的集合, 因此需进一步选择一组最佳的解作为 MPC 最优权重参数。Wang 等^[27]比较了典型的 10 种用于从 Pareto 解中选取最优解的方法, 表明灰色关联法(gray relational analysis, GRA)具有较好的选择性能, 且该方法可直接选出最优解, 而不需要进一步设定每个目标的权重值。因此, 用 GRA 方法从多目标优化所得的 Pareto 解中选取最优解。

2.2 单层非线性规划整定方法(NLP)

方程(7)所示的多目标优化问题在求解过程中不仅存在内层 MPC 子优化问题和外层权重参数整定优化问题之间的迭代, 而且需要大量的子代数和种群数量作为评估目标方程的随机样本点以求得最优 Pareto 解, 因此 MOO 权重参数整定方法通常计算复杂, 耗时较长, 不能快速求解权重参数整定优化问题。然而在方程(7)中, 有约束的 MPC 子优化问题可转化为外层 MPC 权重参数整定优化问题的一阶 KKT 最优条件, 从而将方程(7)所示的双层结构 MPC 权重参数整定优化问题转化为单层非线性规划问题, 运用基于梯度的非线性规划方法进行求解, 可极大地缩短计算时间。

将方程(6)所示的 MPC 子优化问题转化为标准二次规划形式:

$$\begin{aligned}
\min_{\Delta \mathbf{u}_k} J_k &= \frac{1}{2} \Delta \mathbf{u}_k^T \mathbf{H} \Delta \mathbf{u}_k + \mathbf{g}^T \Delta \mathbf{u}_k + \text{Cons}, \\
\text{subject to:} & \\
\mathbf{A}_b \Delta \mathbf{u}_k &\leq \mathbf{b}.
\end{aligned} \tag{8}$$

式中: $\Delta \mathbf{u}_k = [\Delta \mathbf{u}_k, \Delta \mathbf{u}_{k+1}, \dots, \Delta \mathbf{u}_{k+N_c-1}]^T$ 为 t_k 时刻 MPC 子优化问题的控制动作变化速率维度; \mathbf{H} 和 \mathbf{g} 分别为方程(6)所示的 MPC 子优化问题的海森矩阵和雅克比矩阵; Cons 为常数项; \mathbf{A}_b 和 \mathbf{b} 分别为线性不等式约束的变换矩阵及其值。故方程(6)所示的 MPC 子优化问题的拉格朗日方程可表示为:

$$L(\Delta \mathbf{u}_k, \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{s}) = \frac{1}{2} \Delta \mathbf{u}_k^T \mathbf{H} \Delta \mathbf{u}_k + \mathbf{g}^T \Delta \mathbf{u}_k + \sum_{i=1}^{n_c} \lambda_i (\mathbf{A}_{bi} \Delta \mathbf{u}_k - b_i + s_i). \tag{9}$$

式中: λ_i 和 s_i 分别为第 i 个线性约束的拉格朗日乘子和松弛因子; n_c 为 MPC 子优化问题线性约束不等式的个数; \mathbf{A}_{bi} 和 b_i 分别为第 i 个线性约束表达式的系数和约束值。故方程(8)的最优 KKT 条件可表示为:

$$\begin{cases} \mathbf{H} \Delta \mathbf{u}_k + \mathbf{g}^T \Delta \mathbf{u}_k + \mathbf{A}_b^T \boldsymbol{\lambda} = 0; \\ \mathbf{A}_b \Delta \mathbf{u}_k - \mathbf{b} + \mathbf{s} = 0; \\ \lambda_i s_i = 0, \quad \lambda_i \geq 0, s_i \geq 0, i=1, 2, \dots, n_c. \end{cases} \tag{10}$$

方程(7)所示的优化目标 Ψ_1 和 Ψ_2 可通过权重化集成为单目标,并将方程(10)作为 MPC 权重参数整定优化问题的约束条件,可得方程(11)所示的 MPC 权重参数整定单层非线性规划法。

$$\begin{aligned}
 & \min_{\mathbf{Q}, \mathbf{R}, \Delta \mathbf{U}_1, \dots, \Delta \mathbf{u}_{N_t}, \lambda_1, \dots, \lambda_{N_t}, s_1, \dots, s_{N_t}} \phi = \gamma \Psi_1 + (1 - \gamma) \Psi_2, \\
 & \text{subject to:} \\
 & \quad \mathbf{Q}_{\min} \leq \mathbf{Q} \leq \mathbf{Q}_{\max}, \\
 & \quad \mathbf{R}_{\min} \leq \mathbf{R} \leq \mathbf{R}_{\max}, \\
 & \left. \begin{aligned}
 & \mathbf{x}_j^m = \mathbf{A}_0 \mathbf{x}_{j-1}^m + \mathbf{B}_0 \mathbf{u}_{j-1} + \mathbf{B}_{d0} \mathbf{d}_{j-1}, \\
 & \mathbf{y}_j^m = \mathbf{C}_0 \mathbf{x}_j^m, \\
 & \mathbf{u}_{0,j} = \mathbf{u}_{0,j-1} + \Delta \mathbf{u}_{0,j}, \\
 & \Delta \mathbf{u}_{0,j} = \mathbf{M} \Delta \mathbf{u}_j, \\
 & \mathbf{H} \Delta \mathbf{u}_j + \mathbf{g}^T \Delta \mathbf{u}_j - \mathbf{A}_b \lambda_j = 0, \\
 & \mathbf{A}_b \Delta \mathbf{u}_j - \mathbf{b} + \mathbf{s}_j = 0, \\
 & \lambda_{i,j} s_{i,j} = 0, \quad \lambda_{i,j} \geq 0, s_{i,j} \geq 0, i = 1, 2, \dots, n_c,
 \end{aligned} \right\} j = 1, 2, \dots, N_t. \tag{11}
 \end{aligned}$$

式中: $\gamma \in [0, 1]$ 为目标函数的权重因子,其值越大,优化所得的权重参数使得 MPC 能够更快地跟踪参考轨迹设定值; $\Delta \mathbf{u}_{0,j}$ 为控制动作序列 $\Delta \mathbf{u}_j$ 中的第一个控制动作,由转换矩阵 \mathbf{M} 得到。

$$\mathbf{M} = \text{diag} \left(\left[\overbrace{1, \dots, 1}^m \quad \overbrace{0, \dots, 0}^{m \times (N_c - 1)} \right] \right).$$

3 仿真案例

在 Matlab 2019a 中编译 MPC 控制算法,并通过 Matlab 中的 Spreadlink 工具箱实现 Matlab 与在 MS Excel 中建立的 EMOO 多目标优化求解器之间的数据传输。在 Matlab 2019a 中应用 Casadi 算法网执行非线性规划权重参数整定算法,并用 ipopt 求解器求解方程(11)所示的非线性规划问题。仿真案例的测试在 Simulink 2019a 中实施。本节分别以一个单输入单输出(SISO)二阶时间延时传递函数和连续搅拌反应器(CSTR)模型阐述所提出的 MPC 权重参数整定算法的有效性。

3.1 单输入单输出模型

方程(12)给出了一个 SISO 二阶时间延时传递函数模型^[12]。

$$G(s) = \frac{0.1649s + 1}{19s^2 + 6.5s + 1} e^{(-2s)}. \tag{12}$$

式中: G 为被控对象模型; s 为复变量。

该传递函数为无约束系统,首先以采样时间 $t_s = 0.5$ min 离散化为方程(1)所示的状态空间模型,并取 N_p 和 N_c 分别为 60 和 3 个采样点,故对于 MPC 控制器还需确定权重参数 \mathbf{Q} 和 \mathbf{R} 。为了简化计算,对于 SISO 系统,取输出权重 $\mathbf{Q} = 1$,则优化过程中只需确定相应的 \mathbf{R} 即可。故可通过优化整定时域内 MPC 控制器对参考轨迹的跟踪性能而获得最优权重参数值,选取整定时域为 100 采样点,起始点 $u_0 = 0, y_0 = 0, y^{sp} = 0$; 当 $t = 2.5$ min 时,设定 $y^{sp} = 2$; 当 $t = 25.0$ min 时,设定 $y^{sp} = -2$ 。

在 MOO 整定方法中,将遗传算法的代数和种群数分别设定为 100 和 50,而在 NLP 整定方法中将权重因子 γ 分别设定为 1.00、0.75 和 0.50 以考察 γ 对 MPC 整定结果的影响。表 1 为优化所得的 \mathbf{R} 值。由于应用 GRA 方法从 Pareto 解中选取的最优解更倾向于使积分跟踪均方差 Ψ_1 最小化,因此 MOO 整定方法所得的最优 \mathbf{R} 值与 $\gamma = 1.00$ 时 NLP 整定方法所得的最优解相近。

表 1 SISO 系统整定参数
Table 1 Tuning parameters for SISO system

Parameter	NLP			MOO
	$\gamma = 1.00$	$\gamma = 0.75$	$\gamma = 0.50$	
\mathbf{R}	0.070 5	0.595 7	1.139 4	0.013 4

由图 1 描述的以不同整定方法所得的最优权重 \mathbf{R} 作为 MPC 权重参数时 SISO 系统的动态响应可以看出,随着权重因子 γ 逐渐增大,MPC 趋于更快速地跟踪参考轨迹设定点(图 1(a)),但控制动作的变化幅度也同时增大;反之,MPC 输出响应更趋于平缓。因此,在 NLP 整定方法中,可通过调节 γ 的大小优化 MPC 动态响应特性。当 $\gamma=1.00$ 时,NLP 和 MOO 两种整定方法所得的 MPC 动态响应性能相近。

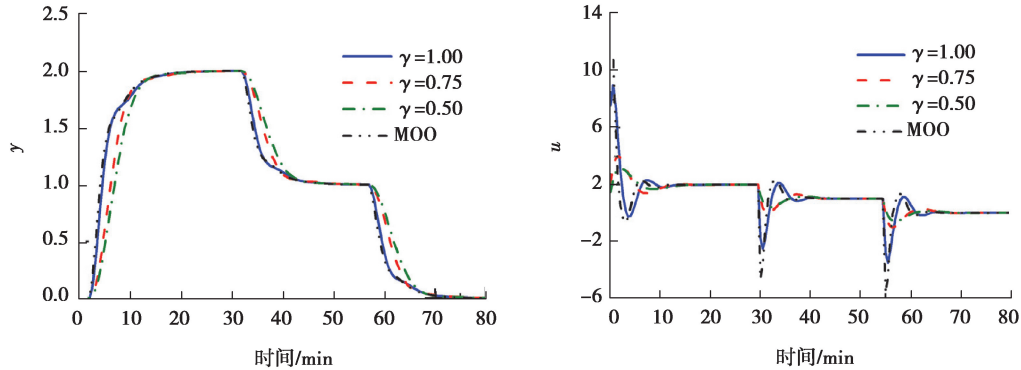


图 1 SISO 系统设定点跟踪 MPC 动态响应

Fig. 1 Dynamic responses of MPC controller for SISO system under setpoint changes

不同整定方法所得的 MPC 的动态响应性能由方程(13)所示的积分绝对偏差(integral absolute error, IAE)予以定量评估。

$$\text{IAE} = \int_0^t |y_{\tau}^m - y_{\tau}^{\text{sp}}| d\tau. \quad (13)$$

式中: t 为动态模拟时间长度; y_{τ}^m 和 y_{τ}^{sp} 分别表示 τ 时刻的工艺输出值和控制器设定点。

表 2 给出了应用不同整定方法所得的最优权重 \mathbf{R} 时 MPC 输出动态响应的 IAE 值。可以看出,应用 NLP 整定方法时随着 γ 值减小,MPC 输出响应的 IAE 逐渐变大;而当 $\gamma=1.00$ 时,应用 NLP 和 MOO 整定方法所得的 MPC 的输出动态响应的 IAE 值非常接近。NLP 整定方法的计算用时仅需 5~10 s,而 MOO 整定方法则需约 1 h,由此可见,NLP 整定方法能够快速整定 MPC 权重参数,且整定性能与 MOO 整定方法相近。

表 2 SISO 系统输出动态响应 IAE 值

Table 2 IAE values of dynamic responses of the output variable for SISO system

参数	NLP			MOO
	$\gamma=1.00$	$\gamma=0.75$	$\gamma=0.50$	
IAE	22.317	26.879	29.504	21.125

3.2 连续搅拌反应器

一连续搅拌反应器如图 2 所示,反应物 A 以体积流量 F 、摩尔浓度 C_{A0} 、温度 T_0 进入反应器内,通过液相二阶可逆反应转化为产物 B,反应产生的热量经夹套冷却剂以热流速率 Q_R 移走。反应器可描述为方程(14)和(15)所示的数学模型,其参数值见表 3^[28]。

$$\frac{dC_A}{dt} = \frac{F}{V}(C_{A0} - C_A) - k_0 e^{-E/R_g T} C_A^2; \quad (14)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{F}{V}(T_0 - T) - \frac{\Delta H k_0}{\rho_L C_p} e^{-E/R_g T} C_A^2 + \frac{Q_R}{\rho_L C_p V}. \quad (15)$$

式中: V 为反应器体积; T 为反应器内液体温度; k_0 为反应速率常数;

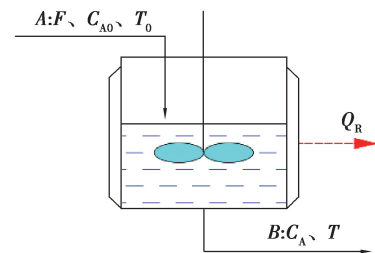


图 2 连续搅拌反应器示意图

Fig. 2 Schematic diagram of CSTR

E 为反应活化能; C_p 为反应器内液体比热容; ρ_L 为反应器内液体密度; ΔH 为反应热; R_g 为气体常数。

反应物 A 的温度 T_0 设为可测扰动量, 因此, 反应器的操作目标为通过调节反应物摩尔浓度 C_{A0} 和热流速率 Q_R 使反应器内反应物浓度 C_A 和温度 T 维持在设定点。故反应器操作过程中, 其控制变量、操作变量及其可测扰动可表示为方程(16)~(18), 其中下标 s 表示每个变量的稳态值(见表 3)。

$$\mathbf{y} = [y_1, y_2]^T = [C_A - C_{As}, T - T_s]^T; \tag{16}$$

$$\mathbf{u} = [u_1, u_2]^T = [C_{A0} - C_{A0s}, Q_R - Q_{Rs}]^T; \tag{17}$$

$$d = [T_0 - T_{0s}]。 \tag{18}$$

表 3 CSTR 模型参数

Table 3 Model parameters of CSTR

参数	单位	参数值	参数	单位	参数值
T_{0s}	K	300	ρ_L	$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	1 000
T_s	K	438.25	C_p	$\text{kJ}\cdot(\text{kg}\cdot\text{K})^{-1}$	0.231
C_{As}	$\text{kmol}\cdot\text{m}^{-3}$	1.22	V	m^3	1
C_{A0s}	$\text{kmol}\cdot\text{m}^{-3}$	4	E	$\text{kJ}\cdot\text{kmol}^{-1}$	5×10^4
Q_{Rs}	$\text{kJ}\cdot\text{h}^{-1}$	0	R_g	$\text{kJ}\cdot(\text{kmol}\cdot\text{K})^{-1}$	8.314
F	$\text{m}^3\cdot\text{h}^{-1}$	5	k_0	$\text{m}^3\cdot(\text{kmol}\cdot\text{h})^{-1}$	8.46×10^6
ΔH	$\text{kJ}\cdot\text{kmol}^{-1}$	-1.15×10^4			

操作变量、控制变量和可测扰动的范围见表 4。

表 4 变量范围

Table 4 Boundary conditions of variables

范围	参数				
	$C_{A0}/(\text{kmol}\cdot\text{m}^{-3})$	$Q_R/(\text{MJ}\cdot\text{h}^{-1})$	$C_A/(\text{kmol}\cdot\text{m}^{-3})$	T_0/K	T/K
最小值	2.5	-100	0.22	250	338.25
最大值	5.5	100	2.22	350	538.25

方程(14)和(15)在稳态操作点经线性化并以采样时间为 0.02 h 离散化后可得方程(1)所示的线性动态模型, 其参数分别为:

$$\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} 0.498\ 3 & -0.007\ 8 \\ 2.240\ 1 & 1.292\ 4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_0 = \begin{bmatrix} 0.074\ 1 & -3.497\ 9\times 10^{-7} \\ 2.240\ 1 & 9.980\ 6\times 10^{-5} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_{d0} = \begin{bmatrix} -4.040\ 1\times 10^{-4} \\ 0.115\ 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_0 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}。$$

为了方便权重参数整定优化问题的求解, 模型参数需根据变量各自的范围区间转化为无维度值, 并取 N_p 和 N_c 分别为 10 和 3 个采样点, 整定时域选取 100 个采样点。在 MOO 整定方法中, 遗传算法的代数和种群数分别设定为 100 和 50, NLP 整定方法中 γ 分别设定为 1.00、0.75 和 0.50, 以考察 γ 对于 MPC 整定结果的影响。该系统为抗扰动干扰的 MPC 权重参数整定, 因此, 在整定过程中设定, 当 $t=0.02$ h 时, 可测扰动原料温度升高 5 K, 即方程(1)中 $d=5$ (转化后的无维度值)。

表 5 给出了优化所得的权重参数 \mathbf{Q} 和 \mathbf{R} 的值。图 3 描述了原料温度 T_0 升高 5 K 时, MPC 控制器输入

与输出变量动态响应。可以看出,NLP 和 MOO 两种整定方法所得的 MPC 控制器都具有很好的抗可测温度扰动的能力,能够快速平滑地回到设定点。表 6 给出了原料温度 T_0 升高 5 K 后 C_A 和 T 的动态响应 IAE 值。可以看出,虽然 MOO 整定方法所得的 MPC 控制器 C_A 的 IAE 值较 NLP 整定方法所得的 IAE 值小,但 MOO 整定方法所得的 MPC 控制器 T 的 IAE 值较 $\gamma=1.00$ 时 NLP 整定方法所得的 IAE 值大。此外,表 6 中 $\gamma=1.00$ 时 NLP 整定方法所得的 MPC 输出响应 IAE 值总和远较 MOO 整定方法所得的 IAE 值总和小。因此,NLP 整定方法所得的 MPC 控制性能更好,或与 MOO 整定方法所得的 MPC 控制器性能相近。

表 5 CSTR 系统整定参数

Table 5 Tuning parameters for CSTR system

整定方法		参数			
		Q		R	
		C_A	T	C_{A0}	Q_R
NLP	$\gamma=1.00$	1.237 5	78.114 1	23.399 9	10.910 0
	$\gamma=0.75$	5.393 7	58.456 1	67.432 2	31.873 6
	$\gamma=0.50$	7.256 4	37.887 8	70.929 1	46.634 6
MOO		4.937 1	95.301 9	25.584 1	29.704 6

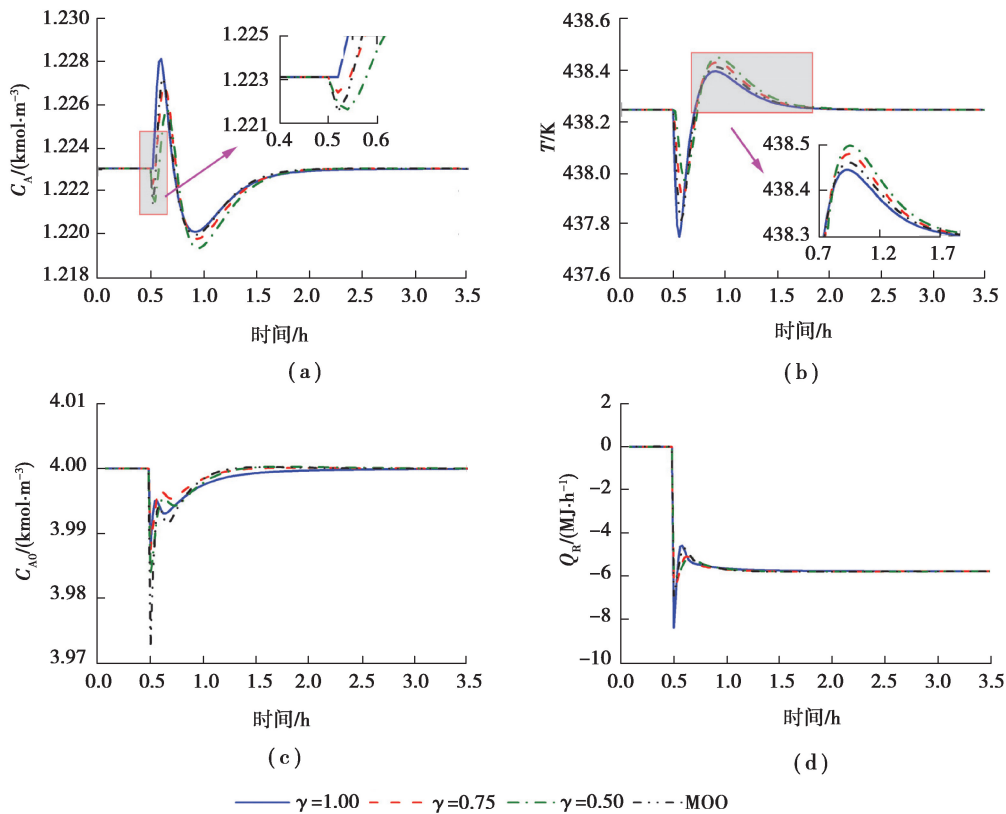
图 3 CSTR 系统 T_0 升高 5 K 时 MPC 动态响应Fig. 3 Dynamic responses of MPC controller for CSTR system under 5 K increase of T_0

表 6 原料温度升高 5 K 时 CSTR 系统输出响应 IAE 值

Table 6 IAE values of dynamic responses of the output variables for CSTR system under 5 K increase of feed temperature

整定方法	IAE		总 IAE 值
	C_A	T	
NLP	$\gamma=1.00$	0.002 184	0.129 2
	$\gamma=0.75$	0.002 138	0.1389
	$\gamma=0.50$	0.002 242	0.1421
MOO	0.002 028	0.1361	0.138 1

图 4 描述了 MPC 控制器对反应器浓度 C_A 的设定值改变的跟踪性能。此处假设当 $t=0.5$ h 时, C_A 的设定值由初始稳态值 $1.22 \text{ kmol}\cdot\text{m}^{-3}$ 变为 $1.35 \text{ kmol}\cdot\text{m}^{-3}$; 当 $t=4.0$ h 时, C_A 的设定值由 $1.35 \text{ kmol}\cdot\text{m}^{-3}$ 变为 $1.15 \text{ kmol}\cdot\text{m}^{-3}$ 。可以看出随着 γ 值减小, NLP 整定方法所得的 MPC 趋于缓慢、平滑地跟踪 C_A 的设定值, 而 T 的瞬时偏差则更小。MOO 整定方法所得的 MPC 虽然能快速地跟踪 C_A 的设定值, 但 T 的瞬时偏差较 $\gamma=1.00$ 的 NLP 整定方法所得的 MPC 大。表 7 给出了 C_A 设定值改变后 C_A 和 T 动态响应的 IAE 值。与原料温度变化时 MPC 的动态响应性能相似, 随着 γ 值减小, NLP 整定方法所得的 MPC 控制器 C_A 和 T 的 IAE 值都逐渐变大; 当 $\gamma=1.00$ 时 NLP 整定方法所得的 MPC 输出动态响应 IAE 值与 MOO 整定方法的 MPC 的 IAE 相近, NLP 整定方法的总 IAE 值略小于 MOO 整定方法的总 IAE 值。

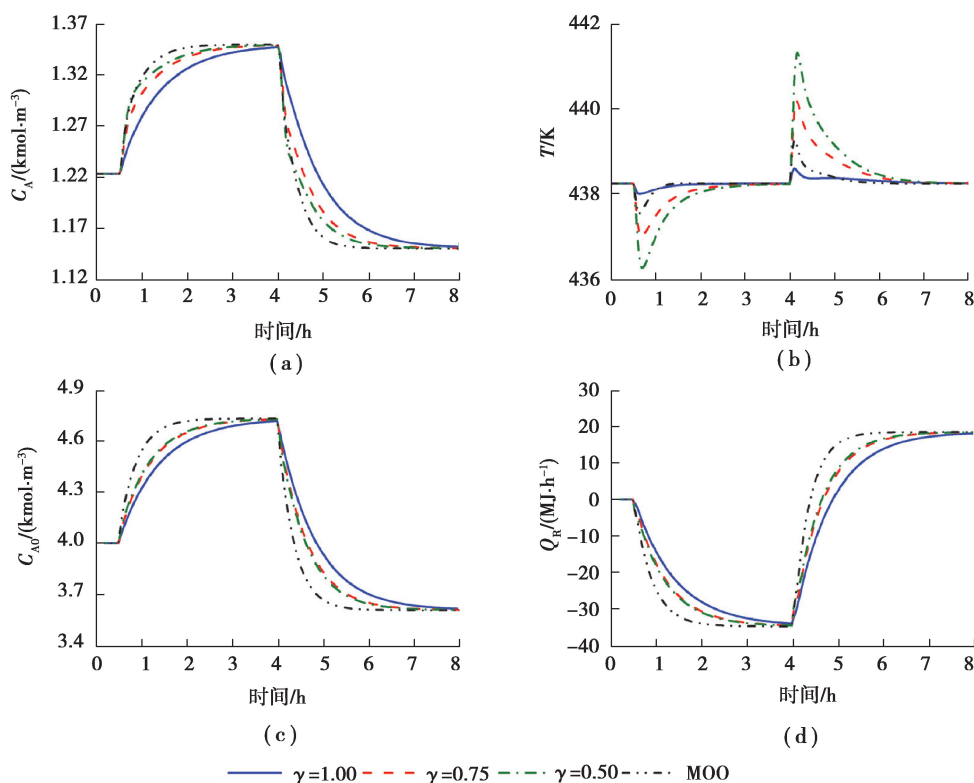


图 4 CSTR 系统 C_A 设定值跟踪 MPC 动态响应

Fig. 4 Dynamic responses of MPC controller for CSTR system under the changes of C_A setpoint

表 7 C_A 设定点跟踪 CSTR 系统输出动态响应 IAE 值Table 7 IAE values of dynamic responses of the output variables for CSTR system under the changes of C_A setpoint

整定方法	IAE		总 IAE 值
	C_A	T	
NLP	$\gamma=1.00$	0.278	0.758
	$\gamma=0.75$	0.185	2.362
	$\gamma=0.50$	0.152	3.758
MOO	0.117	0.713	0.830

综上所述, NLP 整定方法所得的 MPC 控制性能优于或接近于 MOO 整定方法所得的 MPC, 且在整定过程中, NLP 整定方法求解优化问题所需的计算时间仅为 10~90 s, 而 MOO 整定方法所需的计算时间则约为 1.5 h。由图 5 所示的 MOO 整定方法所得的 Pareto 解可以看到 GRA 方法选取的最优点(蓝色五角星)趋向于最小化参考轨迹跟踪目标 Ψ_1 , 这与方程(11)中 $\gamma=1.00$ 时的优化意义一致, 从另一层面表明了两种整定方法的一致性。

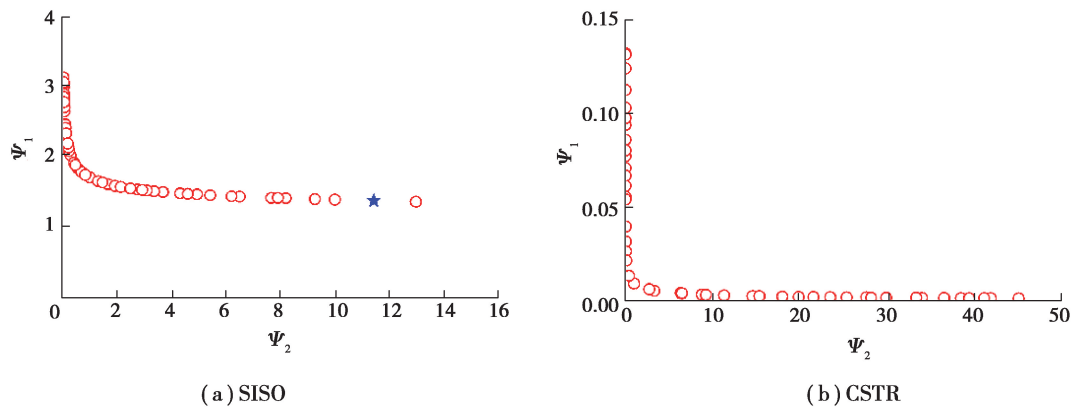


图 5 MPC 权重参数整定多目标优化 Pareto 解

Fig. 5 Pareto solution of multi-objective optimization for MPC weight parameter tuning

4 结 论

权重参数的整定是 MPC 控制器取得良好控制性能的重要因素。针对基于双层结构多目标优化的 MPC 权重参数整定方法存在求解过程较慢、耗时较长的问题, 建立了一种非线性规划的权重参数整定方法。该方法将 MPC 权重参数整定中每个时间采样点的 MPC 子优化问题等价于外层 MPC 权重参数整定优化问题的最优 KKT(Karush-Kuhn-Tucker)条件, 将 MPC 权重参数整定的双层多目标优化问题转化为单层非线性规划问题, 并应用一个 SISO 时间延时传递函数和 CSTR 反应器仿真案例评估该算法的有效性。结果表明:

1) 基于单层结构的非线性规划整定方法能够快速实现 MPC 权重参数的整定, 极大地降低权重参数整定优化问题的求解时间。对于 SISO 系统和 CSTR 系统, 非线性规划权重参数整定优化问题的求解时间仅为 5~10 s 和 10~90 s, 而多目标优化的整定方法则分别为 1.0 h 和 1.5 h。

2) 基于单层非线性规划整定方法的 MPC 控制器控制性能好于或接近基于多目标优化整定方法的 MPC 控制器控制性能。

参考文献:

- [1] Qin S J, Badgwell T A. A survey of industrial model predictive control technology[J]. *Control Engineering Practice*, 2003, 11(7): 733-764.
- [2] 罗雄麟, 于洋, 许黎. 化工过程预测控制的在线优化实现机制[J]. *化工学报*, 2014, 65(10): 3984-3992.
Luo X L, Yu Y, Xu J. Online optimization implementation on model predictive control in chemical process[J]. *CIESC Journal*, 2014, 65(10): 3984-3992. (in Chinese)
- [3] Garriga J L, Soroush M. Model predictive control tuning methods: a review[J]. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2010, 49(8): 3505-3515.
- [4] Trierweiler J O, Farina L A. RPN tuning strategy for model predictive control[J]. *Journal of Process Control*, 2003, 13(7): 591-598.
- [5] Hinde R F Jr, Cooper D J Jr. A pattern-based approach to excitation diagnostics for adaptive process control[J]. *Chemical Engineering Science*, 1994, 49(9): 1403-1415.
- [6] Shridhar R, Cooper D J. A tuning strategy for unconstrained SISO model predictive control[J]. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 1997, 36(3): 729-746.
- [7] Shridhar R, Cooper D J. A tuning strategy for unconstrained multivariable model predictive control[J]. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 1998, 37(10): 4003-4016.
- [8] Gous G Z, de Vaal P L. Using MV overshoot as a tuning metric in choosing DMC move suppression values[J]. *ISA Transactions*, 2012, 51(5): 657-664.
- [9] Davtyan A, Hoffmann S, Scheuring R. Optimization of model predictive control by means of sequential parameter optimization[C]// *Computational Intelligence in Control and Automation (CICA)*, April 11-15, 2011, Paris, France. IEEE, 2011: 11-16.
- [10] Exadaktylos V, Taylor C J. Multi-objective performance optimisation for model predictive control by goal attainment [J]. *International Journal of Control*, 2010, 83(7): 1374-1386.
- [11] Nery G A Jr, Martins M A F, Kalid R. A PSO-based optimal tuning strategy for constrained multivariable predictive controllers with model uncertainty[J]. *ISA Transactions*, 2014, 53(2): 560-567.
- [12] Yamashita A S, Alexandre P M, Zanin A C, et al. Reference trajectory tuning of model predictive control[J]. *Control Engineering Practice*, 2016, 50: 1-11.
- [13] Yamashita A S, Zanin A C, Odloak D. Tuning the model predictive control of a crude distillation unit [J]. *ISA Transactions*, 2016, 60: 178-190.
- [14] Giraldo S A C, Melo P A, Secchi A R. Tuning of model predictive control based on hybrid optimization[J]. *IFAC-PapersOnLine*, 2019, 52(1): 136-141.
- [15] Gutiérrez-Urquidez R C, Valencia-Palomo G, Rodríguez-Elias O M, et al. Systematic selection of tuning parameters for efficient predictive controllers using a multiobjective evolutionary algorithm[J]. *Applied Soft Computing*, 2015, 31: 326-338.
- [16] Lozano Santamaria F, Gómez J M. An algorithm for tuning NMPC controllers with application to chemical processes [J]. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2016, 55(34): 9215-9228.
- [17] Vallerio M, van Impe J, Logist F. Tuning of NMPC controllers via multi-objective optimisation[J]. *Computers & Chemical Engineering*, 2014, 61: 38-50.
- [18] Tran Q N, Özkan L, Backx A C P M. Generalized predictive control tuning by controller matching[J]. *Journal of Process Control*, 2015, 25: 1-18.
- [19] Feng Z M, Shen W F, Rangaiah G P, et al. Proportional-integral control and model predictive control of extractive dividing-wall column based on temperature differences[J]. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2018, 57(31): 10572-10590.

- [14] 王丹阳, 刘远忠, 陈俊涛. 基于地基激光雷达的建筑物三维建模[J]. 中国集体经济, 2018(29): 64-66.
Wang D Y, Liu Y Z, Chen J T. 3D modeling of buildings based on ground-based lidar[J]. China Collective Economy, 2018(29): 64-66. (in Chinese)
- [15] 骆钰波, 黄洪宇, 唐丽玉, 等. 基于地面激光雷达点云数据的森林树高、胸径自动提取与三维重建[J]. 遥感技术与应用, 2019, 34(2): 243-252.
Luo Y B, Huang H Y, Tang L Y, et al. Tree height and diameter extraction with 3D reconstruction in a forest based on TLS[J]. Remote Sensing Technology and Application, 2019, 34(2): 243-252. (in Chinese)
- [16] Heo J, Jeong S, Park H K, et al. Productive high-complexity 3D city modeling with point clouds collected from terrestrial LiDAR[J]. Computers, Environment and Urban Systems, 2013, 41: 26-38.
- [17] Pomerleau F, Colas F, Siegwart R. A review of point cloud registration algorithms for mobile robotics[J]. Foundations and Trends in Robotics, 2015, 4(1): 1-104.
- [18] 郭浩, 苏伟, 朱德海, 等. 点云库 PCL 从入门到精通[M]. 北京: 机械工业出版社, 2019.
Guo H, Su W, Zhu D H, et al. Point cloud learning: from entry to mastery[M]. Beijing: China Machine Press, 2019. (in Chinese)
- [19] Xian Y R, Xiao J, Wang Y, et al. A review of fine registration for 3D point clouds[C]// Proceedings of the 2016 5th International Conference on Advanced Materials and Computer Science, March 26-27, 2016. Qingdao, China. Paris, France: Atlantis Press, 2016.
- [20] 周吕, 李青逊, 权菲, 等. 基于无人机倾斜摄影测量三维建模及精度评价[J]. 水力发电, 2020, 46(4): 41-45, 50.
Zhou L, Li Q X, Quan F, et al. 3D model and accuracy evaluation of tilt photogrammetry based on UAV[J]. Water Power, 2020, 46(4): 41-45, 50. (in Chinese)
- [21] 张号, 王炜, 邓强, 等. 倾斜摄影实景三维模型质量评价[J]. 北京测绘, 2020, 34(1): 56-60.
Zhang H, Wang W, Deng Q, et al. The quality evaluation of 3D model of tilt photography reality[J]. Beijing Surveying and Mapping, 2020, 34(1): 56-60. (in Chinese)

(编辑 郑洁)

~~~~~  
(上接第 121 页)

- [20] Feng Z M, Shen W F, Rangaiah G P, et al. Closed-loop identification and model predictive control of extractive dividing-wall column[J]. Chemical Engineering and Processing - Process Intensification, 2019, 142: 107552.
- [21] Sharma S, Rangaiah G P, Cheah K S. Multi-objective optimization using MS Excel with an application to design of a falling-film evaporator system[J]. Food and Bioproducts Processing, 2012, 90(2): 123-134.
- [22] Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182-197.
- [23] Wong J Y Q, Sharma S, Rangaiah G P. Design of shell-and-tube heat exchangers for multiple objectives using elitist non-dominated sorting genetic algorithm with termination criteria[J]. Applied Thermal Engineering, 2016, 93: 888-899.
- [24] Oni A O, Fadare D A, Sharma S, et al. Multi-objective optimisation of a double contact double absorption sulphuric acid plant for cleaner operation[J]. Journal of Cleaner Production, 2018, 181: 652-662.
- [25] da Cunha S, Rangaiah G P, Hidajat K. Design, optimization, and retrofit of the formic acid process I: base case design and dividing-wall column retrofit[J]. Industrial & Engineering Chemistry Research, 2018, 57(29): 9554-9570.
- [26] da Cunha S, Rangaiah G P, Hidajat K. Design, optimization, and retrofit of the formic acid process II: reactive distillation and reactive dividing-wall column retrofits [J]. Industrial & Engineering Chemistry Research, 2018, 57(43): 14665-14679.
- [27] Wang Z Y, Rangaiah G P. Application and analysis of methods for selecting an optimal solution from the Pareto-optimal front obtained by multiobjective optimization[J]. Industrial & Engineering Chemistry Research, 2017, 56(2): 560-574.
- [28] Alanqar A, Durand H, Christofides P D. On identification of well-conditioned nonlinear systems: application to economic model predictive control of nonlinear processes[J]. AIChE Journal, 2015, 61(10): 3353-3373.

(编辑 罗敏)