doi:10.11835/j.issn.1000-582X.2021.112

# RV 摆线轮专用镗床几何误差分析

## 陈佳豪,陈永洪,肖 向,陈兵奎

(重庆大学 机械传动国家重点实验室 重庆 400044)

摘要:针对普通摆线轮镗孔设备存在效率低、精度低等问题,提出了一种摆线轮坐标孔专用镗 床,并确定了专用镗床的整体结构。为提高专用镗床的加工精度,需要明确各几何误差元素对专机 加工精度的影响程度,并重点控制影响程度较大的几何误差元素。首先分析了专用镗床的几何误 差元素,基于多体系统理论和齐次坐标变换建立了专用镗床的几何误差模型,对比分析了模型计算 结果与三角关系法计算结果,验证了误差模型的正确性;利用灵敏度分析法建立了各个几何误差元 素的灵敏度方程,通过归一化处理确定了各个几何误差元素的灵敏度系数,得到了对专机加工精度 影响最大的几何误差元素,并基于灵敏度分析结果,对专机关键部件进行选型。

关键词:RV 减速器;专用镗床;几何误差;灵敏度分析

**中图分类号:**TH161+.5 文献标志码:A 文章编号:1000-582X(2022)08-001-13

## Geometric error analysis of the special boring machine for RV cycloid gears

#### CHEN Jiahao, CHEN Yonghong, XIAO Xiang, CHEN Bingkui

(State Key Laboratory of Mechanical Transmissions, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China)

**Abstract:** Common cycloid-gear boring equipment has the problems of low efficiency and low precision. In this paper, a special boring machine for the cycloid-gear coordinate hole is proposed and its overall structure is designed. To improve the machining precision of the special boring machine, it is necessary to understand the effects of geometric error elements on the precision of the special boring machine and control the major elements that have the largest effect. The geometric error elements of the special boring machine are analyzed. Based on the multi-body system theory and homogeneous coordinate transformation, the geometric error model of the special boring machine is established. The correctness of the error model is verified by comparing the calculation results of the model with those of the triangulation method. The sensitivity equation of each geometric error element is established by the sensitivity analysis method, and the sensitivity coefficient of each geometric error element is determined through normalization processing. The geometric error element that has the greatest impact on the machining accuracy of the special machine

基金项目:国家重点研发计划(2017YFB1300704);重庆市自然科学基金(cstc2018jcyjAX0301)。

收稿日期:2021-01-29 网络出版日期:2021-06-04

Supported by the National Key Research and Development Program of China (2017YFB1300704), and the Natural Science Foundation of Chongqing (cstc2018jcyjAX0301).

作者简介:陈佳豪(1995—),男,重庆大学硕士研究生,主要研究方向为精密传动与系统,(E-mail)chenjiahao@cqu. edu.cn。

通信作者:陈兵奎,男,重庆大学教授,博士生导师,主要研究方向为精密传动,(E-mail)bkchen@cqu.edu.cn。

is obtained. Based on the sensitivity analysis results, the key components of the special boring machine are selected.

Keywords: RV reducer; special boring machine; geometric error; sensitivity analysis

RV 减速器作为一种刚性好、可靠性高、精度高、效率高的新型两级传动机构,被广泛运用于数控机床等高精密设备中<sup>[1-2]</sup>。摆线轮是 RV 减速器中的核心零件,其坐标孔尺寸精度及形位公差均要求极高<sup>[3]</sup>,其加工质量对精密机械装备的性能具有重要影响<sup>[4]</sup>。目前,日本 Nabtesco(原帝人)公司 RV 减速器关键零件的加工均采用高精度专用机床,加工精度高,产品一致性和稳定性好。国内高精度 RV 减速器的产业化起步较晚,缺少先进的设计理论与方法。国内 RV 减速器摆线轮坐标孔的常规加工设备为进口的高精度坐标磨床、高精度坐标镗床等通用设备<sup>[5]</sup>。

影响机床加工精度的主要误差源有机床热误差和几何误差。自1960年代,国内外学者就开始对机床的 误差模型进行研究,如今机床误差建模技术已经相当成熟,目前机床误差建模理论中比较有代表性的建模方 法有基于刚体动力学理论的方法和齐次坐标变换法等。Ferreira等<sup>[6]</sup>基于刚体运动学理论,建立了三轴机床 几何误差模型,为几何误差研究奠定了基础;Soons等<sup>[7]</sup>基于刚体假设推导出有多个直线轴、旋转轴的数控机 床空间误差模型;Okafor等<sup>[8]</sup>基于齐次坐标变换理论建立了几何误差和热误差的综合误差模型;陈国达等<sup>[9]</sup> 根据刚体动力学和齐次坐标变换理论,建立了 RTTTR 结构的五轴机床误差模型,并对模型中 37 项几何误 差元素进行了灵敏度分析。

目前还没有从机床几何误差的角度针对摆线轮坐标孔镗孔机床进行研究的报道<sup>[10-14]</sup>。针对普通摆线轮 镗孔设备存在效率低、精度低等问题,本研究中设计了一种摆线轮坐标孔专用镗床,重点研究了机床的总体 结构,基于多体系统理论与齐次坐标变换建立了专机几何误差模型,在此基础上,利用灵敏度分析法对各个 几何误差的灵敏度进行分析,并结合灵敏度分析结果,进一步对机床关键部件进行选型。

## 1 专用镗床结构设计

由于 RV 减速器摆线轮坐标孔的精度要求比中心孔更高, 镗孔工序采用粗镗一半精镗一精镗的方式<sup>[15]</sup>。 针对摆线轮坐标孔精镗加工设计一款专用镗床, 其整体结构如图 1 所示。



Fig. 1 Structure of the special boring machine for cycloid wheel

机床床身采用龙门式结构,其刚性好,结构简单,有利于提高产品的制造精度<sup>[16]</sup>。本专用镗床具有刀具 垂直移动、刀具绕自身主轴的转动和分度转台的转动3个运动,机床结构简单,传动链短,其结构简图和坐标 系如图 2(a)所示。



图 2 专用镗床示意图 Fig. 2 Diagram of the special boring machine

为了运用多体系统理论建立专机的几何误差模型,需要确定各个部件的静止变换矩阵和运动变换矩阵。 因此首先需要建立各部件对应的坐标系,其中床身坐标系O<sub>0</sub>-X<sub>0</sub>Y<sub>0</sub>Z<sub>0</sub>为机床固定坐标系,其原点位于摆线轮 零件中心孔,X<sub>0</sub>轴指向坐标孔中心线,Z<sub>0</sub>轴与C轴初始状态重合。图2(b)为本专用机床的拓扑结构。为简 化误差模型以方便误差的计算,设置的局部坐标系应尽可能地重合,将刀具坐标系O<sub>6</sub>-X<sub>6</sub>Y<sub>6</sub>Z<sub>6</sub>的坐标原点 O<sub>6</sub>设置在刀具中心点,距离O<sub>0</sub>的垂直距离为H,平行于X<sub>0</sub>轴向的水平距离为K,坐标轴与床身坐标系O<sub>0</sub>-X<sub>0</sub>Y<sub>0</sub>Z<sub>0</sub>平行;将主轴坐标系O<sub>5</sub>-X<sub>5</sub>Y<sub>5</sub>Z<sub>5</sub>和Z轴坐标系O<sub>4</sub>-X<sub>4</sub>Y<sub>4</sub>Z<sub>4</sub>设置与刀具坐标系O<sub>6</sub>-X<sub>6</sub>Y<sub>6</sub>Z<sub>6</sub>重合;将机 床其余结构的坐标系原点都设置与机床固定坐标系O<sub>0</sub>-X<sub>0</sub>Y<sub>0</sub>Z<sub>0</sub>重合。

## 2 专用镗床几何误差建模

#### 2.1 几何误差元素分析

根据图 2,专用镗床拥有 Z 轴 1 个移动副和 C 轴 1 个转动副,根据机床多体系统理论<sup>[13]</sup>,专用镗床的几何误差元素如图 3 所示,图中 $O_4$ - $X_4Y_4Z_4$ 为 Z 轴坐标系, $O_1$ - $X_1Y_1Z_1$ 为 C 轴坐标系。



图 3 专用镗床几何误差元素分析

Fig. 3 Geometric error element analysis of the special boring machine

专机的 Z 轴移动副存在 3 个平动误差,分别是沿 X 轴方向的平动误差 $\delta_{zx}$ 、沿 Y 轴方向的平动误差 $\delta_{zy}$ 和沿 Z 轴方向的平动误差 $\delta_{zz}$ ,以及 3 个转动误差,分别是绕 X 轴转动的转动误差 $\theta_{zx}$  氣 Y 轴转动的转动误差  $\theta_{zy}$ 和绕 Z 轴转动的转动误差 $\theta_{zz}$ 。旋转副 C 轴和移动副类似,将会产生相对于理想位置的 X、Y、Z 3 个方向 的平动误差和转动误差,分别是 $\delta_{cx}$ 、 $\delta_{cy}$ 、 $\delta_{zx}$ 、 $\theta_{cx}$ 、 $\theta_{cy}$ 、 $\theta_{cz}$ 这 6 项几何误差。本专用镗床的误差元素除了移动副 与旋转副的 6 项几何误差元素之外,还包括了 Z 轴与C 轴的平行度误差 $\beta_{zz}$ 。平行度误差 $\beta_{zz}$ 可分解为床身坐 标系O<sub>0</sub>-X<sub>0</sub>Y<sub>0</sub>Z<sub>0</sub>中X<sub>0</sub>轴和Y<sub>0</sub>轴方向上的转动误差,为了与运动副的转动误差相区别,将其定义为垂直度误 差 $\beta_{zx}$ 和 $\beta_{zy}$ 。此外还存在刀具的安装误差,刀具在安装时存在 6 个自由度,因此也会分别产生 $\delta_{dx}$ 、 $\delta_{dy}$ 、 $\delta_{dz}$  3 个 平动误差以及 $\theta_{dx}$ 、 $\theta_{dy}$ 、 $\theta_{dz}$  3 个转动误差共 6 项几何误差。专用镗床的综合几何误差元素如表 1 所示,共计 20 项。

| 18    | ible 1 Geometric error elements of special boring machine                                                                                                                   |  |
|-------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| 运动轴   | 误差项                                                                                                                                                                         |  |
| 移动轴 Z | $\delta_{zx}$ , $\delta_{zy}$ , $\delta_{zz}$ , $\theta_{zx}$ , $\theta_{zy}$ , $\theta_{zz}$                                                                               |  |
| 旋转轴 C | $\boldsymbol{\delta}_{cx}$ , $\boldsymbol{\delta}_{cy}$ , $\boldsymbol{\delta}_{cz}$ , $\boldsymbol{\theta}_{cx}$ , $\boldsymbol{\theta}_{cy}$ , $\boldsymbol{\theta}_{cz}$ |  |
| 刀具    | $\delta_{\mathrm{d}x}$ , $\delta_{\mathrm{d}y}$ , $\delta_{\mathrm{d}z}$ , $	heta_{\mathrm{d}x}$ , $	heta_{\mathrm{d}y}$ , $	heta_{\mathrm{d}z}$                            |  |
| 垂直度   | $eta_{zx}$ , $eta_{zy}$                                                                                                                                                     |  |

表1 专用镗床综合几何误差元素

.

#### 2.2 专用数控镗床几何误差建模

2.2.1 坐标变换矩阵

假设高序体 *m* 在初始阶段其坐标系与低序体 *n* 的坐标系重合,那么高序体相对于低序体的任意平移运 动都可以看作是坐标原点分别沿着其 *X*、*Y*、*Z* 轴做平移运动的结果,任意旋转运动都可以看作是坐标系分别 绕着其 *X*、*Y*、*Z* 轴做旋转运动的结果<sup>[17]</sup>。

如图 4 所示,坐标系 $O_n$ - $X_nY_nZ_n$ 分别沿着 $X_n$ 、 $Y_n$ 、 $Z_n$ 轴运动了 x、y、z 的距离到了坐标系 $O_0$ - $X_0Y_0Z_0$ ,再 分别围绕 $X_0$ 、 $Y_0$ 、 $Z_0$ 轴旋转了  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  的极小的角度之后到了坐标系 $O_m$ - $X_mY_mZ_m$ ,则经过上述 6 种变换的变换矩阵" $_mT$  为:





Fig. 4 Schematic diagram of coordinate transformation

#### 2.2.2 专用镗床几何误差模型建立

在上一节中分析了专用镗床各个运动副的误差元素,刀具的6项几何误差为安装误差,属于静止误差,Z 轴的垂直度误差也为静止误差,专用镗床各相邻体之间的静止变换矩阵如表2所示,各相邻体之间的运动变 换矩阵如表3所示,其中**I**<sub>4×4</sub>表示单位矩阵。

| 相邻体        | 理想静止变换矩阵; <b>P</b> <sup>i</sup>                                                                   | 实际静止变换矩阵 <b>P</b> °                                                                                                                                                                                                                          |
|------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $0 \sim 4$ | $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -K \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & H \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 1 & 0 & \beta_{zx} & 0 \\ 0 & 1 & -\beta_{zy} & 0 \\ -\beta_{zx} & \beta_{zy} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -K \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & H \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ |
| $5 \sim 6$ | $I_{4\times4}$                                                                                    | $\begin{bmatrix} 1 & -\theta_{dz} & \theta_{dy} & \delta_{dx} \\ \theta_{dz} & 1 & -\theta_{dx} & \delta_{dy} \\ -\delta_{dy} & \delta_{dx} & 1 & \delta_{dz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$                                                |

表 2 专用镗床静止变换矩阵

 Table 2
 Static transformation matrix for special boring machine

表 3 专用镗床运动变换矩阵

 Table 3
 Motion transformation matrix for special boring machine

| 相邻体 | 理想运动变换矩阵;S <sup>i</sup>                                                                                                           | 实际运动变换矩阵; <b>S</b> °                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 0~1 | $\begin{bmatrix} \cos(\pi) & -\sin(\pi) & 0 & 0 \\ \sin(\pi) & \cos(\pi) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 1 & -\theta_{cz} & \theta_{cy} & \delta_{cx} \\ \theta_{cz} & 1 & -\theta_{cx} & \delta_{cy} \\ -\theta_{cy} & \theta_{cx} & 1 & \delta_{cz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\pi) & -\sin(\pi) & 0 & 0 \\ \sin(\pi) & \cos(\pi) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ |
| 0~4 | $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$                                 | $\begin{bmatrix} 1 & -\theta_{zz} & \theta_{zy} & \delta_{zx} \\ \theta_{zz} & 1 & -\theta_{zx} & \delta_{zy} \\ -\theta_{zy} & \theta_{zx} & 1 & \delta_{zz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$                                 |

上标 e 表示实际变换矩阵,上标 i 表示理想变换矩阵。在实际加工中,零件 3 与工作台 2 之间采用高精 度夹具连接,不考虑夹具的定位误差,因此,零件 3 的坐标系O<sub>3</sub>-X<sub>3</sub>Y<sub>3</sub>Z<sub>3</sub>到工作台 2 的坐标系O<sub>2</sub>-X<sub>2</sub>Y<sub>2</sub>Z<sub>2</sub>的 理想和实际变换矩阵均为单位阵,同理,工作台 2 与 C 轴 1,主轴 5 与 Z 轴 4 之间的理想和实际变换矩阵也 都是单位阵,即:

$${}^{2}_{3}\boldsymbol{T}^{i} = {}^{4}_{2}\boldsymbol{T}^{i} = {}^{4}_{5}\boldsymbol{T}^{i} = {}^{2}_{3}\boldsymbol{T}^{e} = {}^{2}_{2}\boldsymbol{T}^{e} = {}^{4}_{5}\boldsymbol{T}^{e} = \boldsymbol{I}_{4\times4}$$
(2)

专用镗床理想综合变换矩阵为; $T^{i} = S^{i}$ ; $P^{i}$ ,实际综合变换矩阵为; $T^{e} = S^{e}$ ; $P^{e}$ ,如表 4 所示。因此,刀具坐标系 $O_{e}$ - $X_{e}Y_{e}Z_{e}$ 到工件坐标系 $O_{0}$ - $X_{0}Y_{0}Z_{0}$ 的理想与实际变换矩阵为:

$${}^{3}_{6}\boldsymbol{T}^{i} = {}^{1}_{0}\boldsymbol{T}^{i} \cdot {}^{0}_{4}\boldsymbol{T}^{i} = ({}^{0}_{1}\boldsymbol{T}^{i})^{-1} \cdot {}^{0}_{4}\boldsymbol{T}^{i};$$
(3)

$${}_{6}^{3}\boldsymbol{T}^{\mathrm{e}} = {}_{0}^{1}\boldsymbol{T}^{\mathrm{e}} \cdot {}_{4}^{0}\boldsymbol{T}^{\mathrm{e}} = {}_{0}^{1}\boldsymbol{T}^{\mathrm{e}} \,{}_{4}^{0}\boldsymbol{T}^{\mathrm{e}} \cdot {}_{6}^{5}\boldsymbol{T}^{\mathrm{e}} \,{}_{6}^{0}$$

$$\tag{4}$$

刀具坐标系 $O_6$ - $X_6Y_6Z_6$ 上点 $P_0(x_d, y_d, z_d)$ ,理想情况下在工件坐标系 $O_0$ - $X_0Y_0Z_0$ 下的坐标与实际情况下在 工件坐标系 $O_0$ - $X_0Y_0Z_0$ 下的坐标之差便是专用机床的综合几何误差模型**R**,满足如下关系:

$$\boldsymbol{R} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_{x} \\ \boldsymbol{R}_{y} \\ \boldsymbol{R}_{z} \\ 1 \end{bmatrix} \stackrel{=3}{=} {}^{3}_{6} \boldsymbol{T}^{\mathbf{e}} \cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_{d} \\ \boldsymbol{y}_{d} \\ \boldsymbol{z}_{d} \\ 1 \end{bmatrix} \stackrel{-3}{=} {}^{3}_{6} \boldsymbol{T}^{\mathbf{i}} \cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_{d} \\ \boldsymbol{y}_{d} \\ \boldsymbol{z}_{d} \\ 1 \end{bmatrix}.$$
(5)

| 相邻体 | 理想综合变换矩阵} <b>T</b> <sup>i</sup>                                                                                                   | 实际综合变换矩阵; <b>T</b> °                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |  |  |  |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|--|
| 0~1 | $\begin{bmatrix} \cos(\pi) & -\sin(\pi) & 0 & 0 \\ \sin(\pi) & \cos(\pi) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 1 & -\theta_{cz} & \theta_{cy} & \delta_{cx} \\ \theta_{cz} & 1 & -\theta_{cx} & \delta_{cy} \\ -\theta_{cy} & \theta_{cx} & 1 & \delta_{cz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\pi) & -\sin(\pi) & 0 & 0 \\ \sin(\pi) & \cos(\pi) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$         |  |  |  |
| 0~4 | $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -K \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & H-z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$                               | $\begin{bmatrix} 1 & -\theta_{zz} & \theta_{zy} & \delta_{zx} \\ \theta_{zz} & 1 & -\theta_{zx} & \delta_{zy} \\ -\theta_{zy} & \theta_{zx} & 1 & \delta_{zz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & \beta_{zx} & -K \\ 0 & 1 & -\beta_{zy} & 0 \\ -\beta_{zx} & \beta_{zy} & 1 & H-z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ |  |  |  |
| 5~6 | $I_{4	imes 4}$                                                                                                                    | $\begin{bmatrix} 1 & -\theta_{dz} & \theta_{dy} & \delta_{dx} \\ \theta_{dz} & 1 & -\theta_{dx \ zy} & \delta_{dy} \\ -\theta_{dy} & \theta_{dx} & 1 & \delta_{dz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$                                                                                                                                          |  |  |  |

表 4 专用镗床综合变换矩阵 Table 4 Comprehensive transformation matrix for the special boring machine

## 3 专机灵敏度分析及关键部件选型

## 3.1 模型实例计算与验证

摆线轮以及专机的相关参数如表 5 所示,刀具中心起始点位置在刀具坐标系下的理想坐标为 $P_0(0,0,0)$ ,由于存在几何误差元素,实际刀具加工时与摆线轮接触点的位置在零件坐标系下为 $P_1(a,b,c)$ ,如图 5 所示,根据式(5), $P_1$ 与 $P_0$ 应满足如下关系:

$$\begin{bmatrix} a & b & c & 1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \stackrel{=}{=}{}^{3}_{6} \boldsymbol{T}^{\mathrm{e}} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \stackrel{-}{=}{}^{3}_{6} \boldsymbol{T}^{\mathrm{i}} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}_{\circ}$$
(6)





Fig. 5 The position relation of cycloid gear processing points

| 表 5 摆线轮相关参数                                         |            |             |             |  |  |
|-----------------------------------------------------|------------|-------------|-------------|--|--|
| Table 5         Related parameters of cycloid wheel |            |             |             |  |  |
| 摆线轮厚度 h/mm                                          | 坐标孔直径 d/mm | 刀具初始位置 K/mm | 刀具初始位置 H/mm |  |  |
| 12                                                  | 32         | 35          | 200         |  |  |

坐标孔在加工过程中产生的误差 $\phi$ 为坐标孔实际中心线上点 $P_1(a,b,c)$ 到坐标孔理论中心线的距离,与  $P_1$ 点的纵坐标 c 无关,因此,误差 $\phi$ 的表达式为:

$$\boldsymbol{\phi} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} . \tag{7}$$

假设其余几何误差元素为零,图 6 为 C 轴 Y 向转动误差 $\theta_{cy}$  对专机加工精度的影响分析,虚线为摆线轮 理想状态,由于存在 Y 向转动误差 $\theta_{cy}$ ,实线为摆线轮的实际状态,坐标孔的实际中心线与理论中心线存在一 个角度为 $\theta_{cy}$ 的夹角,当刀具进给到某一点 $P_1$ 时,点 $P_1$ 到坐标孔理论中心线的距离 S 为坐标孔在该点的误 差值。



图 6  $\theta_{cy}$ 影响分析 Fig. 6 The impact analysis of  $\theta_{cy}$ 

根据图 6,基于小误差假设,利用三角关系法可得坐标孔在加工过程中的误差为:

$$\phi_{1} = \begin{cases} 0, & z < H + \left(K - (-1)^{i} \frac{d}{2}\right) \theta_{cy}; \\ (-1)^{i} (z - H) \theta_{cy}, & H + \left(K - (-1)^{i} \frac{d}{2}\right) \theta_{cy} \leq z \leq H + \left(K + (-1)^{i} \frac{d}{2}\right) \theta_{cy} + h, & i = 1, 2; \\ 0, & z > H + \left(K + (-1)^{i} \frac{d}{2}\right) \theta_{cy} + h. \end{cases}$$

(8)

当 $\theta_{cy} \ge 0$ 时,i=2;当 $\theta_{cy} < 0$ 时,i=1。同理,图 7为 $\theta_{cx}$ 、 $\theta_{cx}$ 、 $\delta_{cy}$ 对专机加工精度的影响分析,利用三角关系法可得坐标孔在加工过程中的误差 $\phi$ 与各几何误差的关系为:

$$\boldsymbol{\phi}_{2} = \begin{cases} 0, & 0 < z < H; \\ (z - H) | \theta_{cx} |, & H \leq z \leq H + h + \frac{d}{2} | \theta_{cx} |; & \phi_{3} = \begin{cases} 0, & 0 < z < H; \\ K \cdot | \theta_{cz} |, & H \leq z \leq H + h; \\ 0, & z < H + h \end{cases}$$

$$\boldsymbol{\phi}_{4} = \begin{cases} 0, & 0 < z < H; \\ | \delta_{cx} |, & H \leq z \leq H + h; \\ 0, & z < H + h; \end{cases} \boldsymbol{\phi}_{5} = \begin{cases} 0, & 0 < z < H; \\ | \delta_{cy} |, & H \leq z \leq H + h; \\ 0, & z < H + h \end{cases}$$

$$(9)$$



图 7  $\theta_{cx}$ 、 $\theta_{cz}$ 、 $\delta_{cx}$ 、 $\delta_{cy}$ 影响分析 Fig. 7 The impact analysis of  $\theta_{cx}$ ,  $\theta_{cz}$ ,  $\delta_{cx}$  and  $\delta_{cy}$ 

坐标孔精度的衡量标准方向为径向,因此,C轴的Z向平动误差ô; 不影响摆线轮坐标孔的加工精度,即  $\phi_{s}=0$ 。为了验证几何误差模型的正确性,将C轴6项几何误差元素在刀具进给量z=206mm时对专机加 工精度的影响的模型计算结果与三角关系法计算结果进行对比,假设各转动误差值均为 0.1 μrad,各平动误 差值均为 0.1 μm,将表 5 数据代入式(7)~(9),对比结果如表 6 所示。

| Table 6         Error comparison of the two methods |                                     |                                        |                                       |                               |                                                      |                                        |
|-----------------------------------------------------|-------------------------------------|----------------------------------------|---------------------------------------|-------------------------------|------------------------------------------------------|----------------------------------------|
| 计算方法                                                | ${oldsymbol{\phi}_1}/\mu\mathrm{m}$ | ${oldsymbol{\phi}}_{_2}/\mu\mathrm{m}$ | ${oldsymbol{\phi}}_{3}/\mu\mathrm{m}$ | ${\pmb \phi}_{_4}/\mu{\rm m}$ | ${oldsymbol{\phi}}_{\scriptscriptstyle 5}/\mu{ m m}$ | ${oldsymbol{\phi}_{_6}}/\mu\mathrm{m}$ |
| 误差模型                                                | 0.599                               | 0.599                                  | 3.49                                  | 0.1                           | 0.1                                                  | 0                                      |
| 三角关系法                                               | 0.600                               | 0.600                                  | 3.50                                  | 0.1                           | 0.1                                                  | 0                                      |

表 6 两种方法的误差对比

由表 6 可知,本文的 RV 摆线轮坐标孔专用镗床的几何误差模型的计算结果与三角关系法的计算结果 吻合较好,验证了所建几何误差模型的正确性。

#### 3.2 几何误差元素灵敏度分析

专用机床的几何误差模型可用于分析专机各个几何误差的灵敏度,目前求解灵敏度的方法主要有直接 法、高阶灵敏度函数法和一阶灵敏度函数法。直接法与高阶灵敏度函数法计算量较大、求解困难且实用性较 低<sup>[15]</sup>,因此本研究中采用一阶灵敏度函数法对专机各个几何误差进行灵敏度分析。RV 摆线轮坐标孔专用 镗床的几何误差模型包含 20 个几何误差元素,为了得到各几何误差元素对最终专机加工精度的影响程度, 需要对各误差元素进行灵敏度分析。根据前面得到的几何误差模型,它可以表示为 20 个几何误差元素的函数,形式如下:

$$\boldsymbol{\phi}_{x} = f_{1}(\boldsymbol{\delta}_{lk}, \boldsymbol{\theta}_{lk}, \boldsymbol{\beta}_{zx}, \boldsymbol{\beta}_{zy}, \boldsymbol{z}); \qquad (10)$$

$$\boldsymbol{\phi}_{y} = f_{2}(\delta_{lk}, \theta_{lk}, \beta_{zx}, \beta_{zy}, z)_{o}$$
(11)

式中:*l*=z,c;*k*=x,y,z;不同的几何误差元素对专机加工精度的影响程度不同,本文中采用对误差模型求 各几何误差元素偏导数的方法,得到误差参数的灵敏度表达式:

$$U_{wv} = \left| \frac{\partial w}{\partial e_v} \right| \,. \tag{12}$$

式中: $w = \phi_x, \phi_y; v = 1, 2, 3$ ……20; $e_v$ 为专机的几何误差元素。为了简化计算结果,更加直观地表达各误差 元素灵敏度的大小,引入误差灵敏度系数 $S_{wv}$ ,对各几何误差元素的灵敏度进行归一化处理,经过归一化处理 后,各个几何误差元素的灵敏度系数和为1。在灵敏度归一化处理的过程中,各个几何误差元素认为具有相同 单位,转动误差与垂直度误差值为0.1  $\mu$ rad,平动误差值为0.1  $\mu$ m。因此,几何误差灵敏度系数的表达式为:

$$S_{wv} = \frac{U_{wv}}{\sum U_{wv}} \,. \tag{13}$$

由于部分几何误差元素的灵敏度与刀具进给量 z 有关,因此,各几何误差元素的灵敏度系数都与刀具进 给量 z 相关,在 200~212 mm 的范围内,z 每增加 1 mm 取一个点,共选取 13 个点对各个几何误差元素的 X、Y 向灵敏度系数进行分析。

图 8 为各个几何误差元素在 X 方向的灵敏度系数随着刀具进给的变化规律。由图可知,影响专机 X 向 误差的主要几何误差元素为 $\delta_{zx}$ 、 $\theta_{cy}$ 、 $\beta_{zy}$ 、 $\delta_{ax}$ 、 $\delta_{dx}$ ,其余几何误差元素的灵敏度系数均为零,并且随着刀具进 给, $\delta_{dx}$ 、 $\delta_{cx}$ 、 $\delta_{zx}$ 的灵敏度系数逐渐降低, $\theta_{cy}$ 、 $\beta_{zy}$ 的灵敏度系数逐渐升高;在 z = 201 mm 时,所有几何误差元素 的灵敏度系数基本相等,之后 $\theta_{cy}$ 、 $\beta_{zy}$ 的灵敏度系数不断增大, $\delta_{dx}$ 、 $\delta_{ax}$ 的灵敏度系数不断减小;在 z = 212 mm 时, $\theta_{cy}$ 、 $\beta_{zy}$ 的灵敏度系数占了 X 向总灵敏度系数的近 90%,其余几何误差元素的灵敏度系数只占 10%。因此,影响 X 方向误差的关键几何误差元素为 $\theta_{cy}$ 、 $\beta_{zy}$ 。





图 9 为各个几何误差元素在 Y 方向的灵敏度系数随着刀具进给的变化规律。由图可知,影响专机 Y 向 误差的主要几何误差元素为δ<sub>zy</sub>、θ<sub>cx</sub>、β<sub>zx</sub>、θ<sub>cx</sub>、δ<sub>cy</sub>、δ<sub>dy</sub>,其余几何误差元素的灵敏度系数均为零。随着刀具进 给,θ<sub>cx</sub>对专机加工精度的灵敏度系数逐渐降低,δ<sub>dy</sub>、δ<sub>cy</sub>、δ<sub>zy</sub>的灵敏度系数基本保持不变,θ<sub>cx</sub>、β<sub>zx</sub>的灵敏度系 数逐渐增大,但 $\theta_{cz}$ 的灵敏度系数总是远大于其余几何误差元素的灵敏度系数;在z = 200 mm时, $\theta_{cz}$ 的灵敏度 系数占了 Y 向总灵敏度系数的 90%以上,其余误差元素只占不到 10%;在z = 212 mm时, $\theta_{cz}$ 的灵敏度系数 占了 Y 向总灵敏度系数的 60%以上,其余误差元素只占不到 40%。因此,影响 Y 方向误差的关键几何误差 元素为 $\theta_{cz}$ ,其次是 $\theta_{cx}$ 、 $\beta_{zx}$ 。





综上所述,影响专机加工精度的主要几何误差元素有 11 项,表 6 所示为专用机床各个误差元素对专机 精度影响分类。

|        | Table 6         The classification of error terms on error effects                                                                            |   |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| 影响类型   | 几何误差元素                                                                                                                                        |   |
| X 向误差项 | $\delta_{zx}$ , $\theta_{cy}$ , $\beta_{zy}$ , $\delta_{cx}$ , $\delta_{dx}$                                                                  | _ |
| Y向误差项  | $\delta_{zy}$ , $\theta_{cx}$ , $\beta_{zx}$ , $\theta_{cz}$ , $\delta_{cy}$ , $\delta_{dy}$                                                  |   |
| 无影响    | $\delta_{zz}$ , $\delta_{cz}$ , $\delta_{dz}$ , $\theta_{dx}$ , $\theta_{dy}$ , $\theta_{dz}$ , $\theta_{zy}$ , $\theta_{zx}$ , $\theta_{zz}$ | _ |

表 6 几何误差的影响分类

为了更好地表达上述 11 项几何误差元素对专机加工精度的影响程度,引入几何误差综合灵敏度系数 S<sub>\*</sub>,对各几何误差元素的 X、Y 向灵敏度进行归一化处理。综合灵敏度系数的表达式为:

$$S_{v} = \frac{U_{\phi_{x}^{v}} + U_{\phi_{y}^{v}}}{\sum U_{\phi_{x}^{v}} + \sum U_{\phi_{y}^{v}}} \,. \tag{14}$$

图 10 为各个几何误差元素的综合灵敏度系数随刀具进给的变化规律,其中黄色棱柱表示 $\theta_{cz}$ 的灵敏度系数,其余颜色的棱柱表示其余 10 项对专机精度有影响的几何误差元素的灵敏度系数。由图可知,在刀具进 给量 z=200 mm,即刀具最初接触工件时, $\theta_{cz}$ 的灵敏度系数最大,最大值为 85%,随着刀具进给, $\theta_{cz}$ 的灵敏度 系数逐渐减小,在刀具进给量 z=212 mm,即刀具对工件完成加工时, $\theta_{cz}$ 的灵敏度系数达到最小值 45%, $\theta_{cz}$ 的灵敏度系数一直明显大于其余几何误差元素的灵敏度系数。因此,对专用机床的精度影响最大的几何误 差元素为 C 轴围绕其 Z 轴方向的转动误差 $\theta_{cz}$ 。



Fig. 10 Analysis of sensitivity coefficient of error elements

#### 3.3 专机关键部件选型

前面分析了专用数控镗床各个几何误差元素的灵敏度系数, θ<sub>cc</sub> 对零件的加工精度影响最大,因此,在设 计专用镗床结构时,应重点控制θ<sub>cc</sub> 这一几何误差元素。减小机床加工误差的方法有误差防止法和误差补偿 法,由于本专用镗床自由度较少,无法自动补偿,因此采用误差防止法,可在结构上尽量减少几何误差的 产生。

旋转轴 C 轴作为回转工作台,工件的分度采用基于高精度端齿盘结构的专用转台,端齿盘零件图如图 11 所示,端齿盘的分度精度高,且结构简单,价格便宜,端齿盘在进行分度时,其分度精度可达 2<sup>"[18]</sup>,即θ<sub>c</sub> ≤ 9.7 μrad,端齿盘与工件之间用高精度夹具体连接,其回转精度可直接反映在工件上,不考虑其他几何误差的影响时,带入式(6)和(7)可得其造成的误差低于 0.34 μm。



图 11 端齿盘零件图 Fig. 11 The structure of the end-tooth disc

五轴机床的综合误差模型中包括了 37 个误差项<sup>[19]</sup>,测量和补偿难度都较大,并且成本较高。本专用镗 床去除五轴机床多余自由度,只保留满足零件加工工艺要求的自由度,能大幅度降低零件的生产成本,提高 生产效率。

## 4 结 论

本文中以 RV 减速器摆线轮坐标孔专用镗床为研究对象,完成了专机几何误差模型建立,利用三角关系 法验证了几何误差模型的可行性,分析了各个几何误差元素在专机加工过程中的灵敏度变化规律,得出如下 主要结论:

RV 摆线轮坐标孔专用镗床共有 20 项几何误差元素,包括移动副与旋转副的运动误差、刀具安装误差、移动副与旋转副垂直度误差;

2)基于小误差假设, $\delta_{zx}$ 、 $\theta_{zy}$ 、 $\theta_{cy}$ 、 $\beta_{zy}$ 、 $\delta_{cx}$ 在X方向影响专机加工精度, $\theta_{zx}$ 、 $\delta_{zy}$ 、 $\theta_{zz}$ 、 $\theta_{cx}$ 、 $\beta_{zx}$ 、 $\theta_{cz}$ 、 $\delta_{cy}$ 在Y方向影响专机加工精度,其余几何误差元素不影响专机加工精度。

3)各个几何误差元素中,θ<sub>cc</sub>对专用机床精度影响最大,随着刀具的进给,θ<sub>cc</sub>的影响程度逐渐减小,刀具 最初接触工件时,θ<sub>cc</sub>灵敏度系数最大为 85%,刀具对工件完成加工时,θ<sub>cc</sub>灵敏度系数最小为 45%。

4)采用误差防止法尽量减小 $\theta_{cz}$ ,方法为 C 轴选用精密端齿盘进行分度,其分度精度可达 2<sup>"</sup>,即 $\theta_{cz} \leq$  9.7  $\mu$ rad,不考虑其他几何误差的影响时,理论上 $\theta_{cz}$ 造成的误差低于 0.34  $\mu$ m。

#### 参考文献:

- [1]乔雪涛,张力斌,闫存富,等.我国工业机器人 RV 减速器发展现状分析[J].机械强度,2019,41(6):1486-1492.
   Qiao X T, Zhang L B, Yan C F, et al. Analysis on development status of rv reducer used in industrial robot in China[J].
   Journal of Mechanical Strength, 2019, 41(6): 1486-1492. (in Chinese)
- [2] Qiao X T, Zhang L B, Chen C S, et al. Study on transient contact performance of meshing transmission of cycloid gear and needle wheel in RV reducer[J]. The Journal of Engineering, 2020, 2020(14): 1001-1004.
- [3] Su J X, Zhang Y Z, Deng X Z. Analysis and experimental study of cycloid gear form grinding temperature field[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2020, 110(3/4): 949-965.
- [4]单丽君,万畅. RV 减速器摆线轮轴承孔精镗加工工艺分析[J]. 大连交通大学学报, 2017, 38(5): 58-60,93.
   Shan L J, Wan C. Machining process analysis of RV reducer cycloid bearing hole precision boring[J]. Journal of Dalian Jiaotong University, 2017, 38(5): 58-60,93. (in Chinese)
- [5] 吴素珍,陈丹. 机器人关节传动用精密减速器研究进展[J]. 河南科技学院学报(自然科学版), 2014, 42(6): 58-63,67.
   Wu S Z, Chen D. Research progress on application of precision gear reducer in robot joint transmission[J]. Journal of Henan Institute of Science and Technology (Natural Sciences Edition), 2014, 42(6): 58-63,67. (in Chinese)
- [6] Ferreira P M, Liu C R. An analytical quadratic model for the geometric error of a machine tool[J]. Journal of Manufacturing Systems, 1986, 5(1): 51-63.
- [7] Soons J A, Theuws F C, Schellekens P H. Modeling the errors of multi-axis machines: a general methodology[J]. Precision Engineering, 1992, 14(1): 5-19.
- [8] Okafor A C, Ertekin Y M. Vertical machining center accuracy characterization using laser interferometer: Part 2. angular errors[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2000, 105(3): 407-420.
- [9]陈国达,梁迎春,孙雅洲,等.基于机床体误差模型的加工面形误差预测[J]. 纳米技术与精密工程, 2014, 12(4): 242-248.
  Chen G D, Liang Y C, Sun Y Z, et al. Machined form error prediction based on volumetric error model of machine tool[J]. Nanotechnology and Precision Engineering, 2014, 12(4): 242-248. (in Chinese)

[10] 鞠萍华,黄洛.基于灰色 GM(1,4)模型的数控机床热误差补偿技术[J].重庆大学学报,2017,40(10):23-29. Ju P H, Huang L. Thermal error compensation technology of CNC machine tools based on Grey Model(1,4)[J]. Journal of Chongqing University, 2017, 40(10):23-29. (in Chinese)

[11] Chen Q D, Maeng S J, Li W, et al. Geometric- and force-induced errors compensation and uncertainty analysis of rotary axis in 5-axis ultra-precision machine tool[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2020,

109(3/4): 841-856.

- [12] 董泽园,李杰,刘辛军,等. 数控机床两种几何误差建模方法有效性试验研究[J]. 机械工程学报, 2019, 55(5): 137-147.
   Dong Z Y, Li J, Liu X J, et al. Experimental study on the effectiveness of two different geometric error modeling methods for machine tools[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(5): 137-147. (in Chinese)
- [13] Li C D, Liu X L, Li R Y, et al. Geometric error identification and analysis of rotary axes on five-axis machine tool based on precision balls[J]. Applied Sciences, 2019, 10(1): 100.
- [14] Luo X, Xie F G, Liu X J, et al. Error modeling and sensitivity analysis of a novel 5-degree-of-freedom parallel kinematic machine tool[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture, 2019, 233(6): 1637-1652.
- [15] 姜耘哲.高精度摆线轮齿廓设计及其加工质量控制[D].重庆:重庆大学,2016.
   Jiang Y Z. Design of tooth profile of cycloid gear with high precision and its processing quality control[D]. Chongqing: Chongqing University, 2016. (in Chinese)
- [16] Li H M, Zhang P, Deng M, et al. Thermally induced comprehensive error modeling and compensation for gantry machine tools with grating scale in large structure machining [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2020, 107(3/4): 1367-1376.
- [17] Sartori S, Zhang G X. Geometric error measurement and compensation of machines [J]. CIRP Annals, 1995, 44(2): 599-609.
- [18] Zhang C, Zhang J R, Tang P. Analysis of tooth profile and accumulative pitch errors of end-toothed disc and its tolerance development[J]. Mechanism and Machine Theory, 2018, 122: 86-96.
- [19] 张宏韬,杨建国,姜辉,等.双转台五轴数控机床误差实时补偿[J].机械工程学报,2010,46(21):143-148.
   Zhang H T, Yang J G, Jiang H, et al. Real-time error compensation for the two turntable five-axis NC machine tools[J].
   Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(21): 143-148. (in Chinese)

(编辑 罗 敏)