

doi:10.11835/j.issn.1000-582X.2021.025

# 基于图论的共轴主减速器轻量化设计方法

曾利<sup>1</sup>, 胡明辉<sup>1</sup>, 陈广艳<sup>2</sup>

(1. 重庆大学机械传动国家重点实验室, 重庆 400044;

2. 中国航发湖南动力机械研究所, 湖南 株洲 412002)

**摘要:**主减速器是直升机传动系统的重要部件,其质量指标对整机性能有着重要影响。以共轴反转直升机的主减速器为对象,提出了一种基于图论的主减速器构型设计方法。1)通过对现有共轴主减速器资料的归纳,得到连接规律、边界条件和齿轮单元;2)建立主减速器对应邻接矩阵的自动生成方法,并将邻接矩阵转换为改进的图论模型;3)生成方案集合并建立筛选规则,得到主减速器的可行方案集合;4)利用序列二次规划算法建立基于齿轮强度约束的优化程序,对可行方案的齿轮质量进行筛选,得到齿轮总质量最小的主减速器方案。为验证此方法的合理性,给出了三级圆柱齿轮构型主减速器方案的设计过程,筛选出一种可行方案。

**关键词:**直升机;共轴主减速器;图论;构型设计方法;轻量化

中图分类号:D460

文献标志码:A

文章编号:1000-582X(2023)03-022-010

## Lightweight design method of coaxial main reducer based on graph theory

ZENG Li<sup>1</sup>, HU Minghui<sup>1</sup>, CHEN Guangyan<sup>2</sup>

(1. State Key Laboratory of Mechanical Transmissions, Chongqing university, Chongqing 400044, P. R. China; 2. AVIC Hunan Power Machinery Research Institute, Zhuzhou, Hunan 412002, P. R. China)

**Abstract:** Main reducer is an important component of helicopter drivetrain, and its quality has a crucial impact on the whole transmission. In this paper, taking coaxial counter rotating helicopter's gearbox as objective, a design method of main reducer configuration based on graph theory is proposed. Firstly, connection laws, boundary conditions and gear units are obtained by review of existing literature of the reducer. Then, automatic generation of adjacency matrix corresponding to main reducer is realized before transforming adjacency matrix to model of graph theory. After setting up rules and screening schemes to yield feasible solution set of the reducer, an optimization procedure, which aims at screening gear weight of feasible solutions and obtaining the solution of the lightest gear weight, is built by SQP (sequential quadratic programming algorithm) method based on gear strength constraints. Finally, to verify the rationality of this method, the designing and screening processes of 3-stage main gearbox schemes of cylindrical gear configuration are listed.

**Keywords:** rotorcraft; coaxial main reducer; graph theory; design method of configuration; light weight

收稿日期:2021-07-05 网络出版日期:2021-12-08

基金项目:国家自然科学基金资助项目(52072053)。

Supported by National Natural Science Foundation of China (52072053).

作者简介:曾利(1995—),男,硕士研究生,主要从事传动系统设计研究。

通信作者:胡明辉,男,教授,博士生导师,(E-mail)minghui\_h@163.com。

直升机高速化是未来的发展趋势之一,俄罗斯、美国等陆续推出了高速直升机计划<sup>[1]</sup>,其中,刚性共轴双旋翼+推进尾桨直升机(共轴直升机)得到了大力发展。以美国西科斯基的 X-2 为例,其巡航速度高达 463 km/h<sup>[2]</sup>,远远超过传统的单旋翼直升机。共轴直升机利用上下 2 副共轴反转旋翼实现扭矩平衡,2 根旋翼输出轴采用内轴穿过外轴的布置方式,由于输出轴特殊的布置和运动方式,使其主减速器结构更为复杂;并且共轴反转主减速器的构型种类丰富,按共轴部分的结构可分为复合轮系共轴构型<sup>[3]</sup>、简单齿轮共轴构型<sup>[4-6]</sup>和定轴轮系共轴构型<sup>[7-8]</sup>。

国内对共轴减速器构型的设计研究尚处于起步阶段,国内外公开的资料都较为有限。其中,严岳胜、倪德等<sup>[9-10]</sup>对差动轮系、圆柱齿轮、锥齿轮等为主干的减速器构型的特点、现状进行了分析;石万凯、徐步德、张世飞等<sup>[11-13]</sup>对差动轮系共轴减速器构型的功率流向特点和分析方法进行了研究。单旋翼直升机主减速器的设计方法对共轴主减速器有着借鉴意义。对现有直升机传动系统的轮系结构、轴承布置、齿轮参数等进行的改进和优化<sup>[14-16]</sup>是一大主流设计方法,但其创新性不足。唐岁迎等<sup>[17]</sup>建立了基于图论的直升机传动系统方案设计方法,创新性好,但设计流程不完善。Pi 等<sup>[18]</sup>利用汽车功率分流变速器的设计方法,通过比较可靠性、质量等指标来选择直升机减速器的可行方案,可操作性强。

笔者提出了一种基于图论的共轴反转主减速器设计方法。首先,根据现有构型资料提取齿轮单元、连接规律和边界条件,并对三者进行推导;其次,建立设计对象的邻接矩阵集合,生成改进的图论表达模型;随后建立筛选规则,得到可行方案集合,利用序列二次规划算法,以齿轮强度为约束条件,以齿轮质量为目标,优化并筛选得到质量最小的构型方案。最后,给出了三级传动方案的设计算例,验证此方法的合理性。

### 1 图论模型的建立

图论模型元素包括节点和边,文中节点主要指轴,边主要指齿轮传动单元(啮合关系)。为了更好地表示模型元素之间的关系,需要改进图论模型表示方法。

1)为了表示减速器功率的流向,采用带有箭头的有向图<sup>[19]</sup>表示;2)为了模型的直观和简洁,模型还应具有平面图,具有无交叉边、简单图,无重复边的特点,该类图对应邻接矩阵的非零元素为 1;3)由于 2 根输出轴在空间上高度重合,将其视为 1 个同轴节点。

#### 1.1 信息归纳

根据现有共轴反转主减速器的结构,提取轴数目的边界范围、轴的连接关系、齿轮单元种类。将结构简图转换为图论模型,以单动力源的 2 级传动运动简图,如图 1 所示。将轴视为节点,并编号 1,2,⋯,7。按照轴的连接关系,将节点用边进行连接,形成 1 个图论模型,并将图分为 1~5 层。照此处理,可获得现有主减速器的分层图论模型。通过分层的图论模型可以观察到每层的节点数目,根据调研,每层节点数目一般为  $2^x$  个, $x$  为非负整数,从而确定节点数目的边界。

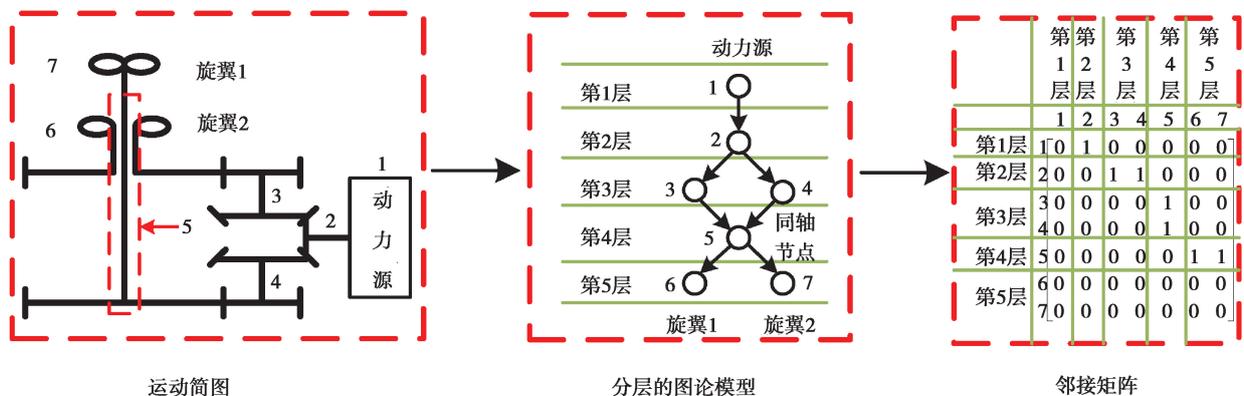


图 1 运动简图转换过程

Fig. 1 Transforming process of kinematic diagram

连接规律即指节点和节点如何连接。节点间的连接规律通过现有共轴反转主减速器资料获得,也可对连接规律适当推导。提取规律的步骤如下:

1)将节点的连接关系用矩阵进行表达。如图 1 所示,第 1 层节点 1 和第 2 层节点 2 连接,邻接矩阵节点 1 所在第 1 行与节点 2 所在第 2 列交叉位置的元素为 1,表示有连接;同理,第 2 层节点 2 和第 3 层节点 3 和 4 有连接,邻接矩阵节点 2 所在第 2 行与节点 3、4 所在第 3、4 列交叉位置的元素为 1;以此类推,可得到完整的矩阵。

2)将第 1 层节点 1 所在行与第 2 层节点 2 所在列交叉位置的元素提取,以矩阵形式保存,定义该矩阵为特征矩阵  $C$ ;将第 2 层节点 2 所在行与第 3 层节点 3、4 所在列交叉位置的元素提取,以矩阵形式保存;重复以上操作,将每层节点所在行与一层节点所在列交叉位置的元素提取出来。该图例的节点连接规律则提取完毕,如图 2 所示。

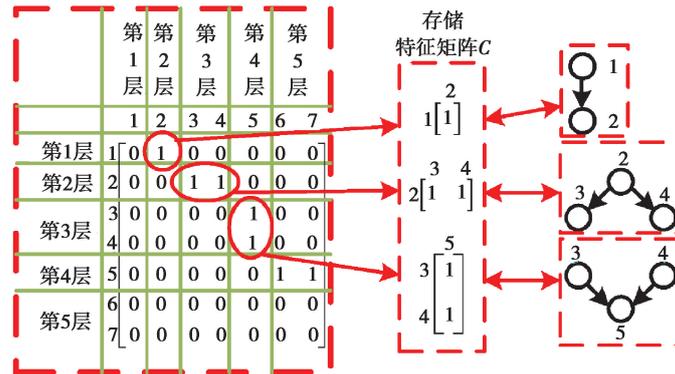


图 2 提取连接规律

Fig. 2 Extracting connection laws

此外,以齿轮传动的方向作为分类依据,齿轮单元可分为平行单元、换向单元和共轴单元,如表 1 所示。共轴单元是传动轴与旋翼输出轴的连接单元;刚性连接用于旋翼与输出轴,动力源与输入轴的连接。

表 1 齿轮单元信息

Table 1 Information of gear units

类别	编号	齿轮单元名称	效率/%	参考速比范围	输出部件 (R-齿圈/C-行星架)
平行单元	1	直齿轮	96~99	1.0~9.0	—
		斜齿轮	96~99	1.0~9.0	—
换向单元	2	人字齿轮	96~99	1.0~9.0	—
		NGW 行星轮系	97~99	2.0~9.0	R 或 C 输出
换向单元	3	锥齿轮	97~98	1.0~5.0	—
		面齿轮	98	1.0~10	—
共轴单元	5	定轴轮系 (齿轮齿圈)	96~99	1.0~5.0	—
		共轴圆柱齿轮	96~99	1.0~5.0	—
		共轴面齿轮	98	3.0~10.0	—
		共轴锥齿轮	97~98	1.0~5.0	—
		行星轮系 1	—	2.0~8.0	1-C 输出
		+定轴轮系 2	—	2.0~8.0	2-R 输出
其他	0	差动轮系 1	—	3.0~14.0	1-C 输出
		+定轴轮系 2	—	3.0~14.0	1-R 输出
其他	0	刚性连接	—	—	—

## 1.2 建模过程

图论表达模型的建立主要分为2步:1)建立设计对象的邻接矩阵,实现邻接矩阵的自动生成;2)将邻接矩阵转换为图论模型,并标注。邻接矩阵是图论中的重要工具,用于表示节点与节点之间的连接关系,第 $i$ 个节点对应矩阵中的第 $i$ 行和第 $i$ 列,如果第 $i$ 个节点功率流向第 $j$ 个节点,那么第 $i$ 行第 $j$ 列则会出现元素1,表示 $i$ 和 $j$ 节点连接。

文中邻接矩阵按层数建立。假设,每个图层仅有1个节点, $k$ 级传动意味着有 $k$ 条动连接的边(节点之间用边连接,轴之间通过齿轮单元啮合进行连接),节点应有 $k+1$ 个,即图层 $k+1$ 个,考虑动力源节点和旋翼节点,节点还要+2,图层应为 $k+3$ 个。于是1个 $k$ 级传动方案对应图层数目为 $k+3$ 层,则邻接矩阵的维数为 $k+3$ ,预先生成1个维数也为 $k+3$ 的零矩阵 $A$ 。随后确定每层节点数量。根据调研,每层节点数目一般为 $2^x$ 的指数关系,利用随机组合的方法确定每层可能的节点数目;将每层节点可能的数目与其他层节点可能的数目进行组合,从而形成1个 $k+3$ 层图论模型所可能的节点数目矩阵 $N$ ,其层数等于图层数,每层元素代表该层的节点数目。其次,判断 $N$ 相邻层节点数目,确定节点的连接关系,找到对应的特征矩阵 $C$ ,将矩阵 $A$ 相应位置的元素用 $C$ 置换,最终得到邻接矩阵 $A$ 。这些步骤可以自动实现,从而实现邻接矩阵的自动生成。利用MATLAB中digraph函数即可将邻接矩阵转换为图论模型。

共轴直升机多采用1个或者2个动力源,以2个动力源为例。主减速器为了确保安全冗余度,2个动力源到输出端的传动结构都是一致的(对称性),并且单个动力源在传动过程中由于分扭而出现多个运动链时,这些运动链的结构也一致(不含惰轮结构时);仅需标注一条运动链的节点和边,完成图论模型的生成工作。

## 2 方案生成和筛选

以对称的主减速器方案为例,只需对其图论模型的边指定相应的齿轮单元,利用表1中各个齿轮单元进行随机标注,即可生成对应的传动方案。为保证模型和方案的合理性,在已知传动单元和节点的连接情况下对图和方案进行筛选,得到可行方案集合。这里的边是带有箭头的,表示功率的流向,指向某一节点边的数量即为入度。文中所用入度指的是箭头指向同轴节点(2根旋翼轴)的关联边的数量,用来表示方案的功率分支数目,以便区分各个方案。比如,只有1条边指向同轴节点时(入度为1),表示方案为1条单支路方案,以此类推。

筛选规则如下:

1) 确保与动力端(旋翼、动力源)节点关联的边为刚性连接,确保与同轴节点关联的边为同轴单元。

2) 根据模型中同轴节点的入度确定同轴单元,确定该图模型对应的构型种类。如,入度为2时,排除共轴复合轮系单元10和11;入度为1时,排除共轴圆柱齿轮单元。

3) 确定同轴单元之后,进行轴线的判定,依据方案中的传动单元,观察是否匹配给定的输出轴和输入轴的轴向。

4) 若动力轴向垂直于输出轴向,则在传动路径中必然存在换向单元。由于一些同轴结构本身具有换向功能,需要判定同轴结构是否具备换向功能,将不满足此条件的传动方案删除。

5) 若相邻层节点数目均不相等,则连接2个节点的传动单元不能为行星轮系。

6) 保证传动方案的传动比等于给定传动比。

7) 若上层节点数大于2,下层尾端节点仅与上层2个节点连接时,考虑到需要分给尾端较大功率,此种连接使得尾端仅分得部分功率,需排除不合理连接,如图3所示。

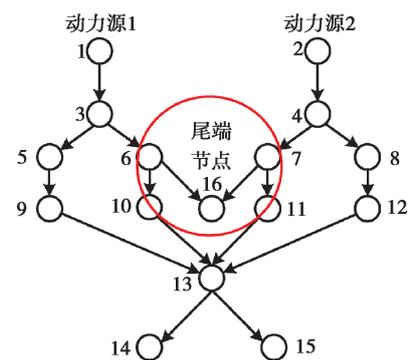


图3 不合理的尾端连接结构

Fig. 3 Irrational connection structure of tail end

### 3 优化筛选

通过图论设计和相关的筛选可以得到连接合理的可行方案集合,但符合设计要求的主减速器方案还需要进一步筛选。利用基于齿轮强度约束的优化算法对可行方案的齿轮质量进行单目标优化,齿轮质量的优化是一个非线性问题,采用二次规划算法进行优化筛选,即通过比较各个方案的齿轮质量来选择构型。

#### 3.1 目标函数

根据调研,齿轮单元以圆柱齿轮、螺旋锥齿轮和行星轮系为基础。假设,齿轮采用的材料一致,由于质量与体积成比例关系,以方案中所有齿轮副体积和作为目标函数。文中给出了基本的齿轮副体积公式。

圆柱齿轮副体积采用以分度圆为底,齿宽为高的圆柱体积公式为

$$V_{\text{cylindrical}} = 0.25\pi\varphi_d (mz)^3 (1+i^2) \quad (1)$$

螺旋锥齿轮副体积以中点齿顶圆为直径、齿宽为高的圆柱体<sup>[20]</sup>进行计算:

$$V_{\text{spiral}} = 0.785 \ 39b \left(\frac{R_m}{R_e}\right)^2 \left(\frac{D_{za1}^2 + D_{za2}^2}{\cos(0.5\beta_m)}\right) \quad (2)$$

行星齿轮体积由太阳轮、行星轮、齿圈体积<sup>[21]</sup>组成:

$$V_{\text{planetary}} = 0.25\pi b (mz_s)^2 + 0.25n\pi b (0.5m(z_r - z_s))^2 + 0.25\pi b (16m^2z_s + 64m^2) \quad (3)$$

其中, $m$ 为齿轮模数; $z$ 为齿数; $z_s$ 为太阳轮齿数; $z_r$ 为齿圈齿数; $i$ 为速比; $b$ 为齿宽; $\varphi_d$ 为齿宽系数; $n$ 为行星轮个数; $R_m$ 为中点锥距; $R_e$ 为大端锥距; $\beta_m$ 为中点螺旋角; $D_{za1}$ 为小锥齿轮齿顶圆直径; $D_{za2}$ 为大锥齿轮齿顶圆直径。

#### 3.2 约束条件

优化筛选的约束条件分为 2 种类型,一是线性不等式约束,例如,变量的上下界范围;二是非线性不等式约束,其主要的约束包括齿轮齿面接触强度、齿根弯曲强度、齿轮齿面胶合温度、重合度、速比误差等。

各优化变量的上下界范围如表 2 所示。

表 2 优化变量范围

Table 2 Scope of optimized variables

齿轮类别	各优化变量范围				
	模数	齿数	齿宽系数	传动比	螺旋角
圆柱齿轮	[1,20]	[17,50]	[0.2,1.2]	[1.1,9.0]	[8,35]
螺旋锥齿轮	[1,15]	[12,50]	[0.25,0.8]	[1.0,5.0]	[10,35]

为了确保平稳性,圆柱齿轮端面重合度应大于 1.2;螺旋锥齿轮端面重合度应大于 1.3,并且节线速度不应超过 110 m/s。为了保证齿轮具有足够的强度,参考 AGMA 标准,建立了圆柱齿轮和螺旋锥齿轮在接触、弯曲、胶合 3 个方面的强度约束条件,其强度计算值应小于许用值,如表 3 所示。

表 3 各项约束的计算公式和许用安全系数

Table 3 Calculation formulas of each constraints and allowable safety coefficient

齿轮类别	约束类别	许用安全系数	计算式	许用值计算式	约束条件
圆柱齿轮	接触强度	1.34	$\sigma_{H,C} = Z_E \sqrt{F_t K_0 K_V K_S \frac{K_H Z_R}{d_w b Z_1}}$	$\sigma_{HP,C} = \frac{\sigma_{HL} Z_N Z_W}{S_H Y_\theta Y_Z}$	$\sigma_{H,C} \leq \sigma_{HP,C}$
	弯曲强度	2.12	$\sigma_{F,C} = F_t K_0 K_V K_S \frac{1}{b m_t} \frac{K_H K_B}{Y_J}$	$\sigma_{FP,C} = \frac{\sigma_{FL} Y_N}{S_F Y_\theta Y_Z}$	$\sigma_{F,C} \leq \sigma_{FP,C}$
	胶合温度	1.25	$\theta_{M,C} = k_{\text{sump}} \theta_{\text{oil}} + 0.56 \theta_{\text{fl max}}$	$\theta_{S,C} = 118 + 33 \ln(v_{40})$	$\theta_{M,C} \leq \theta_{S,C}$

续表3

齿轮类别	约束类别	许用安全系数	计算式	许用值计算式	约束条件
	接触强度	1.25	$\sigma_{H,B} = \sqrt{\frac{2\ 000T_1}{bd_{e1}Z_1}K_vK_AK_{H\beta}Z_xZ_{xc}}$	$\sigma_{HP,B} = \frac{\sigma_{HL}}{S_H} \frac{Z_{NT}}{K_\theta} \frac{Z_w}{Z_Z}$	$\sigma_{H,B} \leq \sigma_{HP,B}$
螺旋锥齿轮	弯曲强度	1.80	$\sigma_{F,B} = \frac{2\ 000T_1K_AK_vY_xK_{H\beta}}{bd_{e1}m_{e1}Y_\beta Y_J}$	$\sigma_{FP,B} = \frac{\sigma_{FL}}{S_H} \frac{Y_{NT}}{K_\theta Y_Z}$	$\sigma_{F,B} \leq \sigma_{FP,B}$
	胶合温度	1.25	$T_f = T_i + \Delta T_G$	$T_s = T_a / L_R$	$T_f \leq T_s$

由于篇幅所限,表中各系数的定义和取值详见 AGMA 制定的圆柱齿轮<sup>[22-23]</sup>和螺旋锥齿轮<sup>[24-25]</sup>相关标准。

### 3.3 优化方法

考虑强度等的齿轮参数优化是一个非线性问题,利用 MATLAB 优化工具箱中的 fmincon 求解器调用序列二次规划算法进行求解。基本求解格式为

$$[x, f_{val}] = \text{fmincon} (@\text{objfun}, X_0, A, b, A_{eq}, b_{eq}, b_l, b_u, @\text{noncon})$$

其中: $x$  为优化后的齿轮参数向量; $f_{val}$ 为优化后的齿轮体积;objfun 为体积目标函数文件; $X_0$ 为初始迭代值向量; $A, b, A_{eq}, b_{eq}$ 为线性约束矩阵, $A \cdot x \leq b$ 和 $A_{eq} \cdot x = b_{eq}$ 的系数矩阵和向量, $b_l, b_u$ 分别为优化参数的上、下界向量,noncon 为非线性优化约束条件文件。

## 4 算例验证

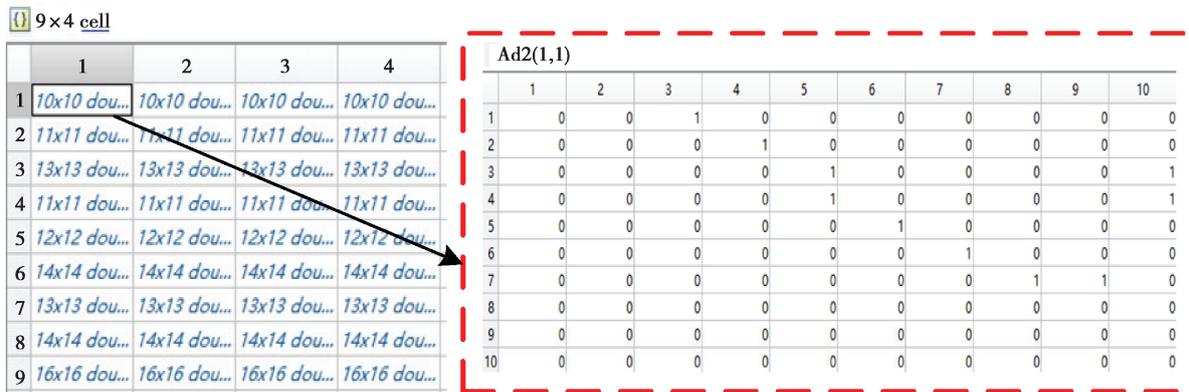
给出由圆柱齿轮和锥齿轮组成的圆柱齿轮共轴构型主减速器方案(不含惰轮)从建模到筛选的设计过程。设计的主要参数条件,如表 4 所示。

表 4 主要设计参数和要求

Table 4 Partial design parameters and requirements

发动机数量	单发输入功率/kW	输入/输出转速/(r·min <sup>-1</sup> )	输入轴/旋翼轴轴向	传动级数	图层节点数目最大值	齿轮材料
2	900	3 300/366	水平/竖直	3	4	20CrMnTi

根据文中设计方法利用 MATLAB 编程可以自动生成 36 个图论模型,部分模型和相应的邻接矩阵,如图 4 所示。



(a) 部分邻接矩阵

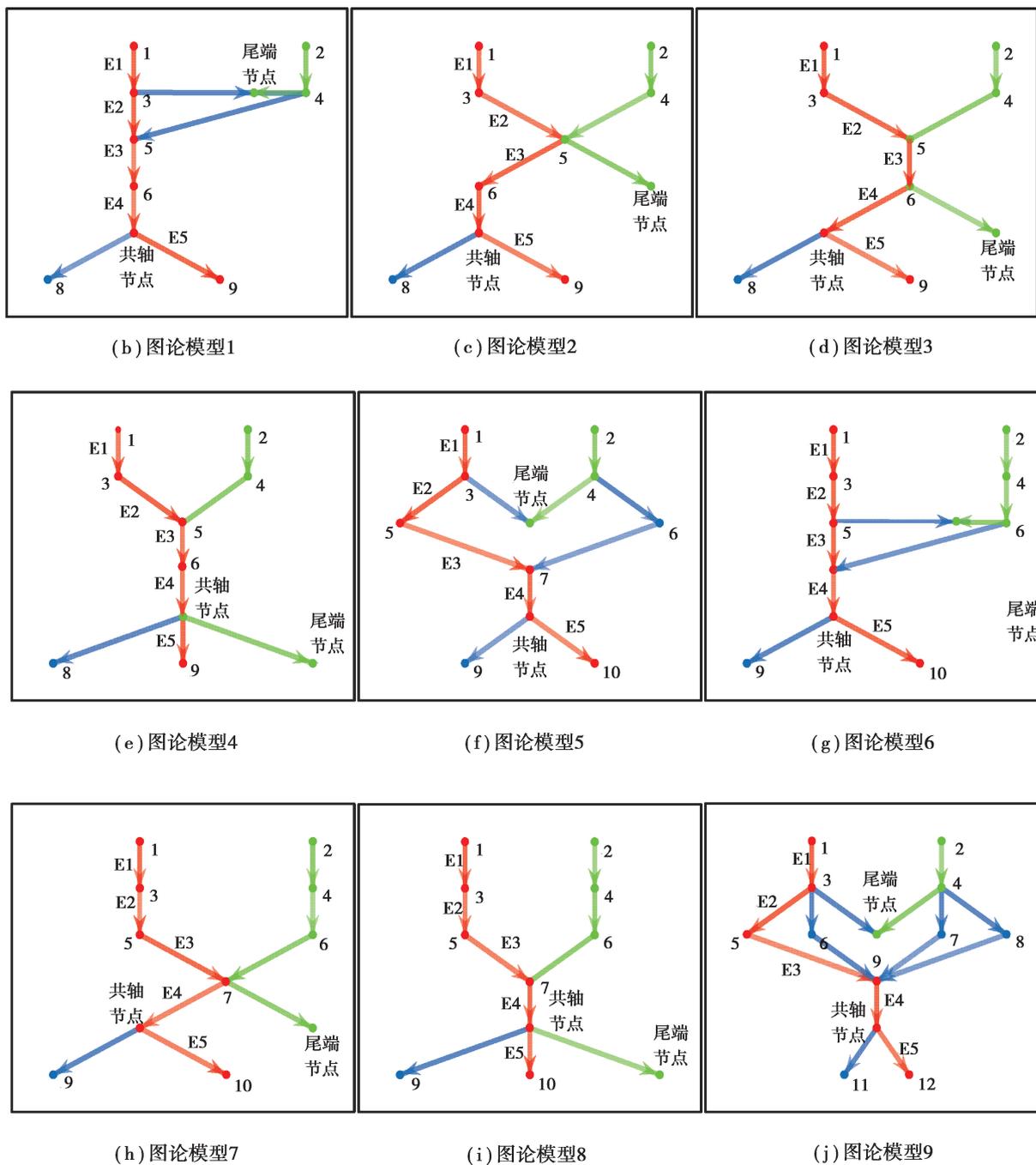
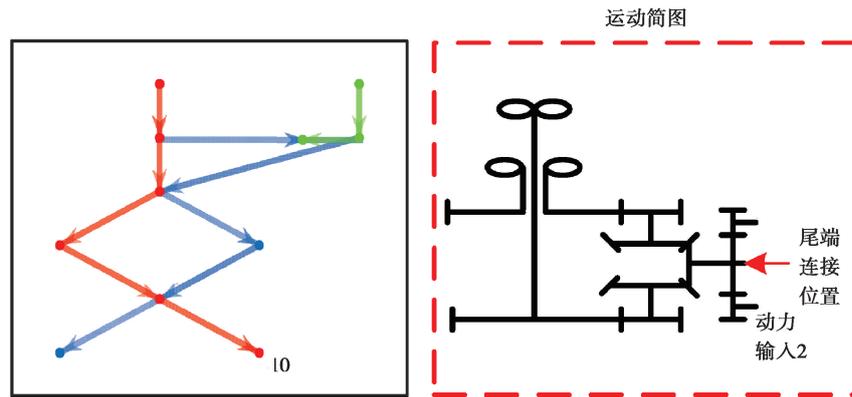


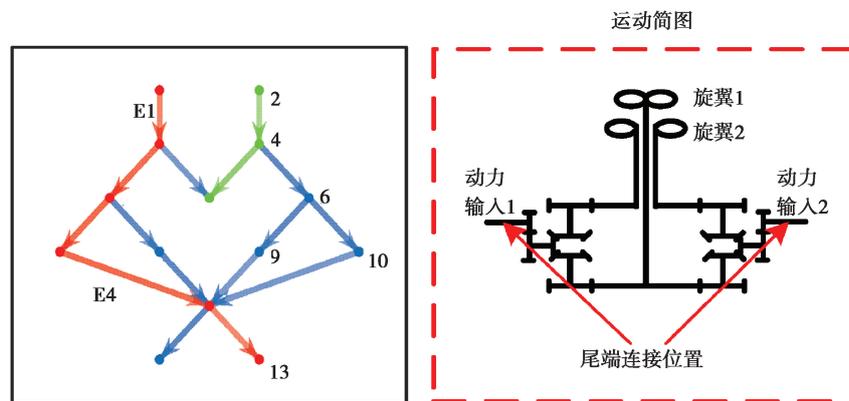
图 4 生成的部分邻接矩阵和图论模型

Fig. 4 Sectional adjacent matrixes and models of generated graph theory

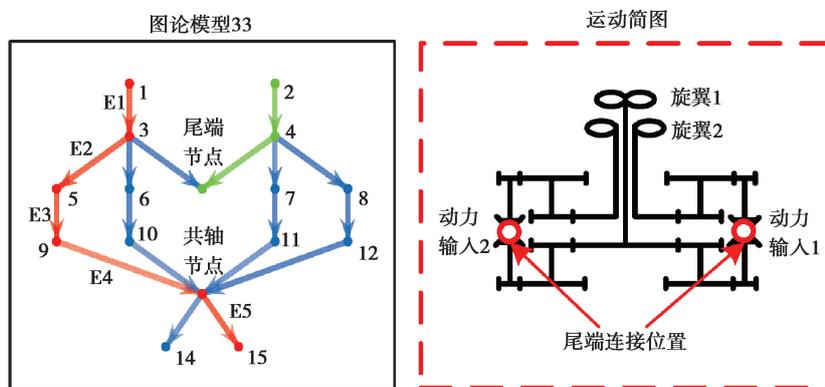
经过筛选,得到 3 个圆柱齿轮构型的图论模型和其对应的主减速器简图,如图 5 所示。



(a) 二支路圆柱齿轮构型



(b) 四支路圆柱齿轮构型一



(c) 四支路圆柱齿轮构型二

图 5 可行方案集合及其图论模型

Fig. 5 Feasible schemes set and models of graph theory

利用序列二次规划算法对上述 3 种构型进行优化,得到优化后的质量如表 5 所示。由表可知,四支路圆柱齿轮构型二的质量最小,为最佳方案。

表 5 构型方案和优化后齿轮总重

Table 5 Configuration schemes and corresponding optimized total gear weight

构型方案	方案组成	齿轮总质量/kg
二支路圆柱齿轮构型	第 1 级斜齿轮并车减速→第 2 级锥齿轮分扭减速→第 3 级共轴斜齿轮减速	665.44
四支路圆柱齿轮构型一	第 1 级斜齿轮减速→第 2 级锥齿轮分扭减速→第 3 级共轴斜齿轮减速	411.10
四支路圆柱齿轮构型二	第 1 级锥齿轮分扭减速→第 2 级斜齿轮减速→第 3 级共轴斜齿轮减速	403.88

## 5 结 论

文中提出了一种基于图论的直升机共轴减速器设计方法。根据现有资料,进行信息归纳总结得到齿轮单元、连接关系和节点数目;给出了主减速器图论模型对应的邻接矩阵自动生成方法,并利用该矩阵生成改进的图论模型;通过提出的传动方案的生成方法、筛选规则,得到了可行方案集合;随后利用序列二次规划算法对可行方案集合进行基于齿轮强度约束的质量筛选得到齿轮质量最小的方案。为了验证设计方法的合理性,给出了以三级圆柱齿轮构型方案为例的简要设计流程,得到了一种齿轮质量最小的主减速器方案。

此方法可以实现共轴主减速器方案的快速生成和筛选,得到齿轮质量最小的主减速器方案,以提高方案的创新性和设计效率,对于以减重等目标的直升机主减速器设计和选择具有一定的指导意义。

### 参考文献:

- [1] Heath G, Bossler R. Advanced rotorcraft transmission (ART) program[J]. nasa sti/recon technical report n, 1993.
- [2] 李春华, 樊枫, 徐明. 共轴刚性旋翼构型高速直升机发展研究[J]. 航空科学技术, 2021, 32(1): 47-52.  
Li C H, Fan F, Xu M. The development overview of coaxial rigid rotor helicopter[J]. Aeronautical Science & Technology, 2021, 32(1): 47-52.(in Chinese)
- [3] G Marvin. Coaxial helicopter rotor system and transmission therefor; US, US3669564 A [P]. 1972.
- [4] Garcia T A. Torque split gearbox for rotary wing aircraft; US20150060596[P]. 2015-03-05.
- [5] Gmirya Y. Split-torque gear box; US20110296947[P]. 2011-12-08.
- [6] CJ Aleksandrovich, Coaxial-rotor helicopter gearbox; RU2541569(C1) [P]. 2015.
- [7] Gmirya Y. Split torque gearbox for rotary wing aircraft with translational thrust system [J].2006,
- [8] Nolan H M, Nolan J W. Helicopter with coaxial counter-rotating dual rotors and no tail rotor[J]. US, 1998.
- [9] 严岳胜, 郑青春, 张志龙, 等. 共轴对转双旋翼直升机主减速器构型分析 [J]. 航空动力, 2019(5): 37-40.  
Yan Y S, Zheng Q C, Zhang Z L, et al. Configuration analysis of main reducer of coaxial counterrotating twin-rotor helicopter[J]. Aerospace Power, 2019(5): 37-40.(in Chinese)
- [10] 倪德, 李苗苗, 胡志安, 等. 共轴反转直升机传动系统构型现状[J]. 南京航空航天大学学报, 2021, 53(2): 226-235.  
Ni D, Li M M, Hu Z A, et al. Research status of transmission system configuration of coaxial reversal helicopter[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2021, 53(2): 226-235.(in Chinese)
- [11] 石万凯, 张庆伟, 秦大同. 同轴对转减速机功率流分析[J]. 农业机械学报, 2008, 39(5): 165-168.  
Shi W K, Zhang Q W, Qin D T. Analysis on power flow of co-axial counter-rotating reducer[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2008, 39(5): 165-168.(in Chinese)
- [12] 徐步算, 李英明, 单建平, 等. 卡-32 共轴式旋翼直升机传动系统的循环功率流分析[J]. 机械传动, 2014, 38(10): 39-42.  
Xu B S, Li Y M, Shan J P, et al. Analysis of cycle power flow of drive system of ka-32 for coaxial counter-rotating twin-rotor helicopter[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2014, 38(10): 39-42.(in Chinese)
- [13] 张世飞, 陈鹏, 吴文敏, 等. 共轴双旋翼高速直升机主减轮系功率流向分析[J]. 机械传动, 2018, 42(5): 26-30.

- Zhang S F, Chen P, Wu W M, et al. Power flow analysis of the main reducing gear of coaxial counter-rotating high-speed helicopter[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2018, 42(5): 26-30.(in Chinese)
- [14] 车明. 直九武装直升机主减速器改进设计研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2006.  
Che M. Designing research of the improvement design for the Z9 military helicopter main gearbox[D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2006. (in Chinese)
- [15] 杜辅东. 某型号主减速器设计方案研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2007.  
Du F D. The research of desing project for X type of main gearbox[D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2007. (in Chinese)
- [16] 王卫刚. 直升机传动系统设计方法研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2011.  
Wang W G. Research on design method of helicopter transmission system[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2011. (in Chinese)
- [17] 唐岁迎, 吴立言, 杨小辉, 等. 直升机主减速器传动系统运动方案生成技术研究[J]. 机械传动, 2017, 41(4): 28-33, 43.  
Tang S Y, Wu L Y, Yang X H, et al. Research of the transmission system motion solution generated technique of helicopter main reducer[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2017, 41(4): 28-33, 43.(in Chinese)
- [18] Paschinger P, Weigand M. Study on possible solutions of a compound-split transmission system for the UH-60 helicopter[J]. Mechanism and Machine Theory, 2018, 129: 17-35.
- [19] 韦斯特, 骆吉洲, 李建中. 图论导引 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2014.  
West D B, Luo J Z, Li J Z. Introduction to graph theory [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2014. (in Chinese)
- [20] 王丽平, 葛文杰, 杨开平. 航空弧齿锥齿轮传动可靠性优化系统研究[J]. 机械科学与技术, 2011, 30(7): 1191-1195.  
Wang L P, Ge W J, Yang K P. Research on the aviation spiral bevel gear transmission reliability optimization system[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2011, 30(7): 1191-1195.(in Chinese)
- [21] 秦仙蓉, 余传强, 孙远韬, 等. 重型顶升器行星传动系统优化设计[J]. 机械设计与研究, 2018, 34(4): 74-77, 84.  
Qin X R, Yu C Q, Sun Y T, et al. Optimization design of the planetary transmission system of a heavy lifting[J]. Machine Design & Research, 2018, 34(4): 74-77, 84.(in Chinese)
- [22] American Gear Manufacturers Association. Fundamental rating factors and calculation methods for involute spur and helical gear teeth (metric edition): ANSI/AGMA 2101-D-2004[S]. Alexandria, VA: AGM A, 2004.
- [23] American Gear Manufacturers Association. Effect of lubrication on gear surface distress: ANSI/AGMA 925-A03[S]. Alexandria, VA: AGMA, 2003.
- [24] American Gear Manufacturers Association. Rating the pitting resistance and bending strength of generated straight bevel, zerol bevel and spiral bevel gear teeth: ANSI/AGMA 2003-B97[S]. Alexandria: AGMA, 2010.
- [25] 天津齿轮机床研究所. 格利森锥齿轮技术资料译文集-第六分册-格利森锥齿轮的检验及安装[M]. 北京: 机械工业出版社, 1983.  
Tianjin Gear Machine Tool Research Institute. Translation collection of gleason bevel gear technical data[M]. Beijing: China Machinery House, 1983. (in Chinese)

(编辑 陈移峰)