

doi: 10.11835/j.issn.1000-582X.2023.10.011

基于互层岩体的非定常黏弹塑性蠕变模型及有限元分析

胡涛涛^{1,2}, 康志斌¹, 陈建勋¹, 胡 雄¹, 王 栋¹

(1. 长安大学公路学院, 西安 710064; 2. 中交第一公路勘察设计研究院有限公司, 西安 710065)

摘要:为研究互层岩体在考虑时效变形作用时的蠕变特性,提出了一种考虑应力、应变阈值的非定常黏弹塑性五元模型。该模型能够同时描述岩体的瞬时弹性应变、黏弹性蠕变、线性黏塑性蠕变和非线性黏塑性蠕变(加速蠕变),推导得出了其在三维应力状态下的蠕变方程;基于 ABAQUS 有限元软件完成了 UMAT 子程序的研发,并通过对比岩体的室内蠕变试验与该模型数值模拟结果来验证模型的适用性。结果表明:蠕变试验结果与数值计算结果相吻合,非定常黏弹塑性模型不仅可以精确描述减速蠕变和稳态蠕变过程,还可以较好地描述岩体的加速蠕变过程,从而验证了该模型的适用性与有效性。

关键词:互层岩体;非线性蠕变;损伤;黏弹塑性模型;UMAT 子程序

中图分类号: TU458.4

文献标志码: A

文章编号: 1000-582X(2023)10-118-09

Non-constant viscoelastic-plastic creep model and finite element analysis based on interbedded rock mass

HU Taotao^{1,2}, KANG Zhibin¹, CHEN Jianxun¹, HU Xiong¹, WANG Dong¹

(1. School of Highway, Chang'an University, Xi'an 710064, P. R. China; 2. CCCC First Highway Consultants Co., Ltd., Xi'an 710065, P. R. China)

Abstract: To study the creep characteristics of interbedded rock mass when considering the effect of time-dependent deformation. This paper proposes a non-constant viscoelastic plastic five-element model considering stress and strain thresholds. The model can simultaneously describe the instantaneous elastic strain, viscoelastic creep, linear viscoplastic creep and nonlinear viscoplastic creep (accelerated creep) of the rock, and derives its creep equation under the three-dimensional stress state. Based on the ABAQUS finite element software, the development of the UMAT subroutine was completed, and the applicability of the model was verified by comparing the indoor creep test of the rock with the numerical simulation results of the model. The results show that the results of the creep test are consistent with the results of the numerical calculations. The non-constant viscoelastic-plastic novelty model can not only accurately describe the decelerated creep and steady-state creep

收稿日期: 2022-10-03

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51908052, 4183286); 中国博士后基金资助项目(2019M653518); 陕西省自然科学基金基础研究计划资助项目(2022JM-203); 长安大学中央高校基本科研业务费专项资金资助(300102213211)。

Supported by National Natural Science Foundation of China (51908052, 4183286), China Postdoctoral Science Foundation (2019M653518), Natural Science Basic Research Program of Shaanxi (2022JM-203), and the Fundamental Research Funds for the Central Universities, CHD (300102213211).

作者简介: 胡涛涛(1985—), 男, 博士, 主要从事岩体力学方面的研究, (E-mail) tthu@chd.edu.cn。

processes, but also can better describe the accelerated creep process of rocks. This verifies the applicability and effectiveness of the model.

Keywords: interbedded rock mass; nonlinear creep; damage; disco-elastoplastic model; umat subroutine

岩体的蠕变效应是隧道工程、采矿工程及边坡工程发生时效变形乃至失稳破坏的重要原因之一^[1-3]。对于软弱岩体及含有夹层破碎带的松散岩体,其蠕变现象尤为显著^[4];在高地应力状态下,即便是中等强度的岩体或存在节理发育的硬岩也存在一定程度的流变效应^[5-6];由此可见,岩体的蠕变现象在自然界是普遍存在的。岩体的蠕变特性对隧道及边坡结构的安全性和长期稳定性有重大影响,建立能够描述岩体全程蠕变特性的蠕变模型至关重要。然而,软硬互层岩体的蠕变特性更为复杂,其在相同的应力条件下软岩与硬岩具有不同的变形特性(软岩较硬岩更容易出现加速蠕变现象)^[7],为重大岩土体工程实践带来了严峻的挑战,这就需要对岩体蠕变模型展开进一步的研究。

针对岩体的蠕变特性,Griggs^[8]最先对灰岩、页岩等软岩进行蠕变试验研究,发现当加载于软岩时的荷载达到破坏荷载的 12.5%~80%,就会产生一定程度的蠕变现象;Fuji 等^[9]对花岗岩进行了三轴蠕变试验,得到了轴向应变、环向应变和体积应变等多种蠕变曲线,提出环向应变可以作为判断岩体损伤的重要指标。近年来,随着损伤断裂力学的等新理论的引入,岩体加速蠕变模型成为了岩体流变力学研究的热点。徐卫亚等^[10]将非线性黏塑性体与五元件黏弹性模型串联建立了河海模型,充分反映了岩体的加速流变特性;王闰超等^[11]以巴东组泥岩为研究对象,通过引入应变阈值的非线性牛顿体元件,建立了一个新的八元件非线性蠕变本构模型;张亮亮等^[12]在经典元件模型的基础上引入非线性元件和蠕变损伤的方法,描述了岩体整个蠕变过程中的非线性蠕变特性;此外,大型数值仿真软件在工程实践中的应用越来越广泛,多被用来解决应力条件复杂的特殊岩土体问题,有学者将复杂的流变模型通过二次开发集成于有限元软件或有限差分软件中^[13-15],为数值研究提供了更为丰富的基础资料,对复杂地质条件的工程实践提供了指导作用。时至今日,国内外学者已经在岩石蠕变特性的理论研究及工程实践中取得重大成果^[16-22],但仍然存在一些不足:其一,大量的研究仍然聚焦于完整岩体蠕变特性的研究,对于软硬互层岩体蠕变特性的研究极少^[23-24];其二,岩体的非线性蠕变特性与岩体的应力状态和应力作用时间密切相关,而忽略了岩体的应变状态对加速蠕变特性的影响,其合理性有待商榷。

为此,笔者在 Burgers 模型的基础上提出了一种考虑应力、应变阈值的黏弹塑性蠕变模型,用以描述互层岩体的蠕变特性;并结合 ABAQUS 有限元软件的 UMAT 接口子程序完成了该数值程序的二次开发,根据文献[25-26]中的单轴压缩试验验证了该程序的正确性与有效性。

1 黏弹塑性流变模型

1.1 黏弹塑性流变模型的特性

完整岩体尤其是软弱岩体在给定的应力条件下具有时效变形的特性,即岩体的流变特性。具有流变特性的岩体的蠕变分为减速蠕变 I(ab)、稳态蠕变 II(bc)和加速蠕变 III(cd)3 个阶段,如图 1 所示。丁秀丽等^[7]表明软硬互层岩体的流变特性明显不同,软岩蠕变变形包括减速蠕变、稳态蠕变和加速蠕变 3 个阶段,符合黏弹塑性本构模型的蠕变特性;硬岩的蠕变变形仅存在减速蠕变一个阶段,符合广义开尔文模型的蠕变特性。此外,通过室内试验研究发现^[5,27],在不同的应力状态下,岩样由稳态蠕变阶段进入加速蠕变阶段是岩土体材料内部微元应变损伤累积的结果;其宏观表现为轴向应变达到某一数值 ε_c 时,岩样进入加速蠕变阶段。相较于单一的完整岩体,软硬互层岩体对元件组合模型的要求更高。

对此,文中提出了一种考虑应力与应变阈值的黏弹塑性非正常元件组合模型,如图2所示。

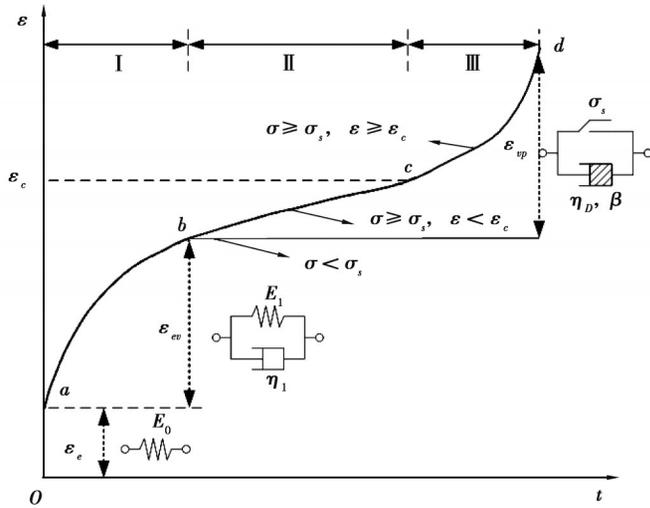


图1 岩体蠕变特性曲线

Fig. 1 Creep characteristic curve of rock mass

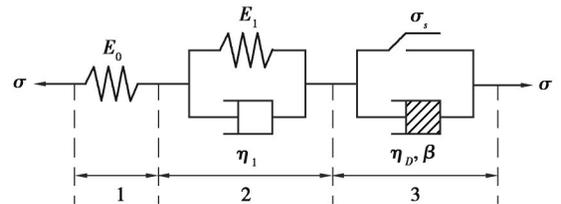


图2 五元件黏弹塑性模型

Fig. 2 Five-element viscoelastoplastic model

图2中模型可以充分反映软硬互层岩体蠕变变形的相应阶段,且该组合模型应满足如下3个条件。

1)当 $\sigma < \sigma_s$ 时,1、2部分所有元件参与蠕变工作,组合模型为三元件模型(H-H/N),可以描述岩体的衰减蠕变阶段的特性,与之相应的状态方程^[1]可以表示为

$$\begin{cases} \sigma_0 = E_0 \varepsilon_0, \\ \sigma_1 = E_1 \varepsilon_1 + \eta_1 \frac{d\varepsilon_1}{dt}, \\ \sigma = \sigma_0 = \sigma_1, \\ \varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_1. \end{cases} \quad (1)$$

根据式(1)得三元件模型的一维蠕变方程为

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma}{E_0} + \frac{\sigma}{E_1} \left(1 - e^{-\frac{E_1 t}{\eta_1}} \right). \quad (2)$$

2)当 $\sigma \geq \sigma_s$ 且 $\varepsilon < \varepsilon_c$ 时,1、2、3部分所有元件参与蠕变工作,组合模型为五元件模型(H-H/N-S/N),可以描述岩体衰减蠕变阶段和稳态蠕变阶段的蠕变特性,其相应的状态方程可以表示为

$$\begin{cases} \sigma_0 = E_0 \varepsilon_0, \\ \sigma_1 = E_1 \varepsilon_1 + \eta_1 \frac{d\varepsilon_1}{dt}, \\ \sigma_2 = \sigma_s + \eta_D \frac{d\varepsilon_2}{dt}, \\ \sigma = \sigma_0 = \sigma_1 = \sigma_2, \\ \varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2. \end{cases} \quad (3)$$

根据式(3)得五元件模型的一维蠕变方程为

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma}{E_0} + \frac{\sigma}{E_1} \left(1 - e^{-\frac{E_1 t}{\eta_1}} \right) + \frac{\sigma - \sigma_s}{\eta_D} t. \quad (4)$$

3)当 $\sigma \geq \sigma_s$ 且 $\varepsilon \geq \varepsilon_c$ 时,五元件模型(H-H/N-S/N),可以描述岩体衰减蠕变阶段、稳态蠕变阶段和加速蠕变阶段的蠕变特性,其相应的状态方程可以表示为

$$\begin{cases} \sigma_0 = E_0 \varepsilon_0, \\ \sigma_1 = E_1 \varepsilon_1 + \eta_1 \frac{d\varepsilon_1}{dt}, \\ \sigma_2 = \sigma_s + \eta_D(1-D) \frac{d\varepsilon_2}{dt}, \\ \sigma = \sigma_0 = \sigma_1 = \sigma_2, \\ \varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2, \end{cases} \quad (5)$$

式中: σ_s 为岩体蠕变的应力阈值(文中将岩体长期强度作为应力阈值); ε_c 为岩体进入加速蠕变的应变阈值; t_c 为与之对应的进入加速蠕变的时间; D 为损伤变量^[17], 其表达式为

$$D = \begin{cases} 1 - e^{-(t-t_c)^\beta}, & \varepsilon \geq \varepsilon_c, \\ 0, & \varepsilon < \varepsilon_c. \end{cases} \quad (6)$$

根据式(3)得五元件模型的一维蠕变方程为

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma}{E_0} + \frac{\sigma}{E_1} \left(1 - e^{-\frac{E_1}{\eta_1} t} \right) + \frac{\sigma - \sigma_s}{\eta_D e^{-(t-t_c)^\beta}} t_0 \quad (7)$$

1.2 黏弹塑性模型蠕变的三维形式

岩体在实际工程中处于复杂的三维应力状态, 其应力张量可分解为球应力张量 σ_m 和偏应力张量 S_{ij} , 其表达式分别为

$$\sigma_m = \frac{1}{3} (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}), \quad (8)$$

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma_m. \quad (9)$$

球应力张量 σ_m 能引起物体体积的改变, 但不能改变其形状; 而偏应力张量 S_{ij} 只能引起形状改变, 但不能改变其体积。相应地, 可将岩体的应变张量分解为球应变张量 ε_m 和偏应变张量 e_{ij} , 其表达式分别为

$$\varepsilon_m = \frac{1}{3} (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}), \quad (10)$$

$$e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \delta_{ij} \varepsilon_m. \quad (11)$$

一维蠕变方程中岩体的弹性模量 E 和泊松比 ν 在三维蠕变方程中应采用与之相应的体积模量 G 与剪切模量 K , 可分别表示为

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}, \quad (12)$$

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)}. \quad (13)$$

根据式(1)~式(12), 结合叠加原理, 可得岩体三维应力状态下的蠕变方程

$$e_{ij}(t) = \frac{\delta_{ij} \sigma_m}{3K_0} + \frac{S_{ij}}{2G_1} \left(1 - e^{-\frac{G_1}{\eta_1} t} \right) + \frac{H\left(\frac{F}{F_0}\right)}{\eta_D e^{-(t-t_c)^\beta}} \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}} t, \quad (14)$$

式中: σ_s 为岩体稳态蠕变的长期强度, 由室内试验确定; β 为非线性牛顿体的元件参数, 均由试验确定; $H(\sigma)$ 为单位跃阶函数; F 为岩土体材料的屈服函数^[28]; Q 为塑性势函数, 且采用相关联流动法则, 其表达式分别为

$$H(\sigma) = \begin{cases} 0, & \sigma < 0, \\ \sigma, & \sigma \geq 0, \end{cases} \quad (15)$$

$$F = \sqrt{J_2} - \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}}, \quad (16)$$

$$Q = F, \quad (17)$$

式中, J_2 为第二偏应力不变量。

2 黏弹塑性模型数值程序二次开发

2.1 黏弹塑性模型的有限元分析方法

在有限元法的计算过程中,根据前文给出的一维及三维形式的黏弹塑性蠕变方程,需将其表示为相应的增量方程形式。总应变增量 $\Delta\boldsymbol{\varepsilon}$ 包括弹性应变增量 $\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_e$ 、黏弹性应变增量 $\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_{ve}$ 和黏塑性应变增量 $\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_{vp}$ 三部分为

$$\Delta\boldsymbol{\varepsilon} = \Delta\boldsymbol{\varepsilon}_e + \Delta\boldsymbol{\varepsilon}_{ve} + \Delta\boldsymbol{\varepsilon}_{vp} \quad (18)$$

对图2中1部分弹性元件有:

$$\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_e = \mathbf{D}^{-1} \Delta\boldsymbol{\sigma} \quad (19)$$

对图2中2部分黏弹性元件有:

$$\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_{ve,t+\Delta t} = \Delta\boldsymbol{\varepsilon}_{e,t} \cdot e^{-\frac{G_1}{\eta_1} \Delta t} + \frac{G_0}{G_1} \mathbf{D}^{-1} \boldsymbol{\sigma} \cdot (1 - e^{-\frac{G_1}{\eta_1} \Delta t}), \quad (20)$$

$$\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_{ve} = \Delta\boldsymbol{\varepsilon}_{ve,t+\Delta t} - \Delta\boldsymbol{\varepsilon}_{ve,t} \quad (21)$$

对图2中3部分黏塑性元件有:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp,t} = \begin{cases} \frac{H \left[\frac{F}{F_0} \right]}{\eta_D} \frac{\partial Q_2}{\partial \sigma_{ij}}, \varepsilon < \varepsilon_c, \\ \frac{H \left[\frac{F}{F_0} \right]}{\eta_D e^{-(t-t_c)^p}} \frac{\partial Q_2}{\partial \sigma_{ij}} [1 + t\beta e^{-(t-t_c)}], \varepsilon \geq \varepsilon_c. \end{cases} \quad (22)$$

则3部分的黏塑性应变增量可表示为

$$\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_{vp} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp,t} \Delta t \quad (23)$$

记蠕变增量为 $\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_c$,则有:

$$\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_c = \Delta\boldsymbol{\varepsilon}_{ve} + \Delta\boldsymbol{\varepsilon}_{vp}, \quad (24)$$

$$\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_e = \Delta\boldsymbol{\varepsilon} - \Delta\boldsymbol{\varepsilon}_c, \quad (25)$$

$$\Delta\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \Delta\boldsymbol{\varepsilon}_e, \quad (26)$$

式中: \mathbf{D} 为弹性刚度矩阵; $\Delta\boldsymbol{\sigma}$ 为应力增量矩阵; $\Delta\boldsymbol{\varepsilon}$ 应变增量矩阵。

2.2 黏弹塑性模型子程序的二次开发

ABAQUS有限元软件为用户提供了子程序二次开发接口,用户可以使用Fortran语言编写程序,自定义材料子程序(user material subroutine, UMS),通过Standard求解器的接口实现与主程序之间的数据交流。按照ABAQUS非线性增量加载和Newton平衡迭代算法(增量迭代法),软件在每一个增量步对每一个计算单元均调用UMAT,获得Jacobian矩阵DDSDDE(即刚度系数矩阵 \mathbf{D}),然后通过Standard接口传递给ABAQUS主程序,在主程序完成平衡校核;如果平衡校核不满足误差要求,ABAQUS将继续进行迭代,直至满足误差要求,再进入以下增量步的求解。可见UMAT会被频繁调用,因此要充分考虑子程序代码的质量,提高计算效率。

笔者提出的黏弹塑性模型用于解决与时间相关的非线性问题,其刚度矩阵随时间不断发生变化,每个增量步调用UMAT均需要重新计算刚度矩阵,计算效率大大降低。为此,采用常刚度法进行计算,在时间增量 $\Delta t_n = t_{n+1} - t_n$ 内通过应变增量更新子程序的应力增量和状态变量,根据式(18)~(26)可得:

$$\Delta\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \{ \Delta\boldsymbol{\varepsilon} - \Delta\boldsymbol{\varepsilon}_c \}, \quad (27)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{n+1} = \boldsymbol{\sigma}_n + \Delta\boldsymbol{\sigma}, \quad (28)$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{c,n} = \frac{\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_{c,n}}{\Delta t_n} \quad (29)$$

为提高计算精度, $\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_{c,n}$ 采用差分法计算,即:

$$\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_{c,n} = \Delta t_n \{ (1 - \theta) \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{c,n} + \theta \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{c,n+1} \}, \quad (30)$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{c,n+1} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{c,n} + \left(\frac{\partial \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_c}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right)_n \Delta\boldsymbol{\sigma}_n, \quad (31)$$

式中: n 是增量步; θ 是0~1的积分参数^[29], $\theta = 0$ 对应一个显式 Euler 积分算法, $\theta = 1$ 对应一个隐式的 Euler 积分算法。

黏弹塑性本构模型通过 UMAT 在 ABAQUS 中实现,每一个增量步开始 ABAQUS 主程序在单元的积分点传入应变增量、时间增量步,同时也传入当前已知状态的应力、应变及其他与求解过程相关的变量;UMAT 根据本构方程计算应力增量并更新应力及状态变量,提供 Jacobian 矩阵 DDSDDDE 给 ABAQUS 主程序以形成整体刚度矩阵;主程序根据当前荷载增量求解位移增量,完成平衡校核;如果平衡校核不满足误差要求,ABAQUS 将进行迭代直至收敛(笔者判定收敛的标准为平衡校核相对误差小于 10^{-6}),然后进行下一增量步。综上,该模型的 UMAT 主要流程如图 3 所示。

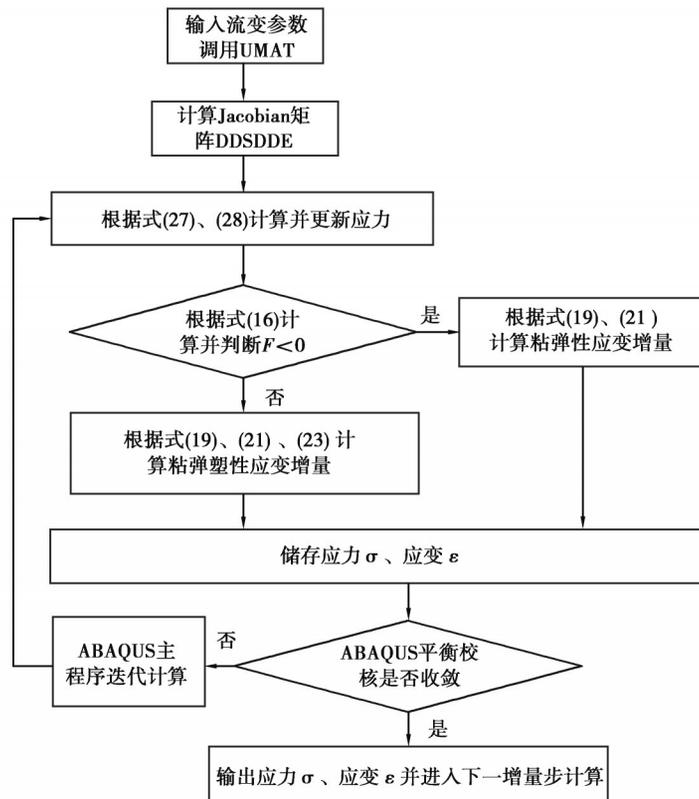


图 3 黏弹塑性模型 UMAT 子程序流程图

Fig. 3 Sticky elastoplastic model UMAT subprogram flowchart

2.3 黏弹塑性 UMAT 算例验证

为了验证文中提出的黏弹塑性五元件模型的正确性与合理性,本算例建立了直径 35.5 mm,高 70 mm 的圆柱体试样模型,且与文献[25-26]三轴流变试验条件保持一致,圆柱体试样底部固定($U_x = U_y = U_z = 0$),试样顶部施加 100 MPa 的均布荷载,试样周围施加 15 MPa 的围压,如图 4(a)所示。通过文中开发的黏弹塑性 UMAT 子程序,在 ABAQUS 中完成数值计算,轴向应变云图,如图 4(b)所示,岩体流变力学参数见表 1 所示。相比于河海模型(七元件模型),文中模型(五元件模型)组合元件更少,使得 2 种模型的个别参数存在较大的差异。

图 5 给出了圆柱体试样轴向应变蠕变曲线的黏弹塑性五元件模型的 UMAT 子程序数值计算结果,并与河海模型^[10]及其流变试验^[26]结果进行了比较。可以发现,文中提出的黏弹塑性模型可以很好地描述岩体蠕变的 3 个阶段,且基于黏弹塑性模型的 UMAT 子程序计算结果与河海模型及蠕变试验结果基本一致,从而验证了黏弹塑性模型合理性及 UMAT 子程序的有效性。

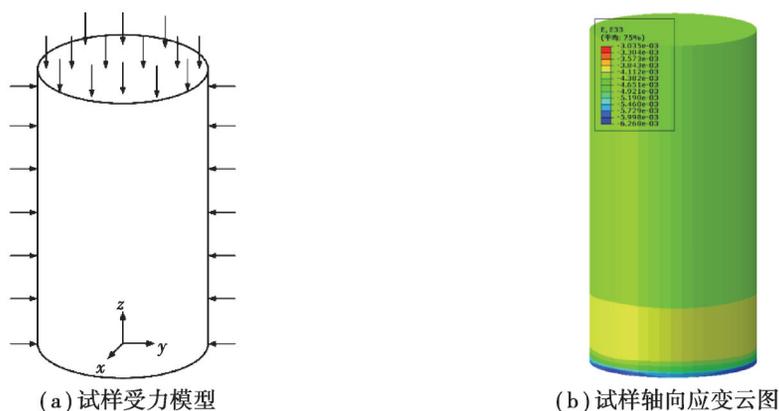


图4 三轴压缩蠕变试验

Fig. 4 Triaxial compression creep test

表1 蠕变模型参数^[10,26]

Table 1 Creep model parameters

蠕变模型	E_0/GPa	E_1/GPa	E_2/GPa	$\eta_1/(\text{GPa}\cdot\text{h})$	$\eta_2/(\text{GPa}\cdot\text{h})$	$\eta_3(\eta_b)/(\text{GPa}\cdot\text{h})$	β	n
河海模型	25.8	715.3	96.9	2.6	33.0	2 083.3	—	12.673
文中模型	22.0	571.2	—	49.4	—	727.3	6.97	—

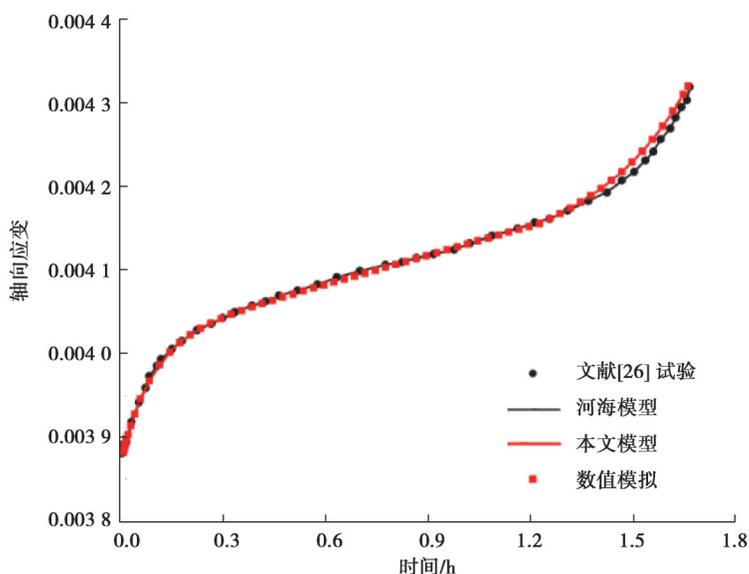


图5 岩体流变模型与试验结果比较

Fig. 5 Comparison of rock mass rheological model and test results

3 结 论

1) 根据软岩互层岩体的蠕变特性,将应力、应变阈值引入黏弹塑性蠕变模型,建立了五元件非线性蠕变方程,使其能够同时描述硬岩的线性黏塑性蠕变特性与软岩的非线性黏塑性蠕变特性。

2) 通过引入非定常牛顿黏壶改进了 Burgers 模型,黏壶同时兼顾时间相关性与岩体的微元渐进损伤,使五元件蠕变模型具备了描述减速蠕变、稳态蠕变和加速蠕变的特点。

3) 在恒定应力状态下根据一维黏弹塑性本构方程推导出三维黏弹塑性本构方程,并将其用于 ABAQUS 有限软件 UMAT 子程序的研发,结合河海模型及其蠕变试验验证了该模型的合理性与有效性。

4) 非定常黏弹塑性五元件模型可满足岩体蠕变的各个阶段,通过有限元软件可将其用于隧道工程岩体

蠕变的数值分析,为重大岩土体工程的结构设计及长期的运营维护提供理论依据,降低工程实践过程中的潜在风险。

参考文献

- [1] 孙钧. 岩土材料流变及其工程应用[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1999.
Sun J. Rheology of geotechnical materials and its engineering application[M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 1999.(in Chinese)
- [2] Xiao C, Zheng H C, Hou X L, et al. A stability study of goaf based on mechanical properties degradation of rock caused by rheological and disturbing loads[J]. International Journal of Mining Science and Technology, 2015, 25(5): 741-747.
- [3] Lin H, Cao P, Fang J Q, et al. Confirmation on reasonable timbering time for tunnel in rheological cases of III-rock mass[J]. Disaster Advances, 2012, 5: 220-225.
- [4] 孙钧. 岩石流变力学及其工程应用研究的若干进展[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(6): 1081-1106.
Sun J. Rock rheological mechanics and its advance in engineering applications[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(6): 1081-1106.(in Chinese)
- [5] 杨圣奇, 徐卫亚, 谢守益, 等. 饱和状态下硬岩三轴流变变形与破裂机制研究[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(8): 962-969.
Yang S Q, Xu W Y, Xie S Y, et al. Studies on triaxial rheological deformation and failure mechanism of hard rock in saturated state[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, 28(8): 962-969.(in Chinese)
- [6] 马春驰, 李天斌, 孟陆波, 等. 节理岩体等效流变损伤模型及其在卸载边坡中的应用[J]. 岩土力学, 2014, 35(10): 2949-2957.
Ma C C, Li T B, Meng L B, et al. Equivalent rheological damage model of jointed rock and its application to unloading slope [J]. Rock and Soil Mechanics, 2014, 35(10): 2949-2957.(in Chinese)
- [7] 丁秀丽, 付敬, 刘建, 等. 软硬互层边坡岩体的蠕变特性研究及稳定性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(19): 3410-3418.
Ding X L, Fu J, Liu J, et al. Study on creep behavior of alternatively distributed soft and hard rock layers and slope stability analysis[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(19): 3410-3418.(in Chinese)
- [8] Griggs D. Creep of rocks[J]. The Journal of Geology, 1939, 47(3): 225-251.
- [9] Fujii Y, Kiyama T, Ishijima Y, et al. Circumferential strain behavior during creep tests of brittle rocks[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 1999, 36(3): 323-337.
- [10] 徐卫亚, 杨圣奇, 褚卫江. 岩石非线性黏弹塑性流变模型(河海模型)及其应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(3): 433-447.
Xu W Y, Yang S Q, Chu W J. Nonlinear viscoelasto-plastic rheological model (hohai model) of rock and its engineering application[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(3): 433-447.(in Chinese)
- [11] 王闰超, 晏鄂川, 丛璐, 等. 巴东组泥岩非线性流变本构模型研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2019, 38(S2): 3362-3373.
Wang Y C, Yan E C, Cong L, et al. Study on creep constitutive model of Badong formation mudstone under triaxial creep test [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2019, 38(S2): 3362-3373.(in Chinese)
- [12] 张亮亮, 王晓健. 岩石黏弹塑性损伤蠕变模型研究[J]. 岩土工程学报, 2020, 42(6): 1085-1092.
Zhang L L, Wang X J. Viscoelastic-plastic damage creep model for rock[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, 42(6): 1085-1092.(in Chinese)
- [13] Song F, Wang H N, Jiang M J. Analytical solutions for lined circular tunnels in viscoelastic rock considering various interface conditions[J]. Applied Mathematical Modelling, 2018, 55: 109-130.
- [14] Ren Y, Yang H T. Equivalent analysis of orthogonal viscoelastic jointed rock via an adaptive algorithm in time domain[J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2010, 46(10): 875-888.
- [15] 褚卫江, 徐卫亚, 杨圣奇, 等. 基于FLAC^{3D}岩石黏弹塑性流变模型的二次开发研究[J]. 岩土力学, 2006, 27(11): 2005-2010.
Chu W J, Xu W Y, Yang S Q, et al. Secondary development of a viscoelasto-plastic rheological constitutive model of rock based on FLAC^{3D}[J]. Rock and Soil Mechanics, 2006, 27(11): 2005-2010.(in Chinese)
- [16] 夏才初, 王晓东, 许崇帮, 等. 用统一流变力学模型理论辨识流变模型的方法和实例[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(8): 1594-1600.
Xia C C, Wang X D, Xu C B, et al. Method to identify rheological models by unified rheological model theory and case study [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(8): 1594-1600.(in Chinese)

- [17] 王宇, 李建林, 邓华锋, 等. 软岩三轴卸荷流变力学特性及本构模型研究[J]. 岩土力学, 2012, 33(11): 3338-3344.
Wang Y, Li J L, Deng H F, et al. Study on rheological properties and constitutive model of soft rock under triaxial unloading[J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, 33(11): 3338-3344.(in Chinese)
- [18] 蒋昱州, 朱杰兵, 王瑞红. 软硬互层岩体卸荷蠕变力学特性试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(4): 778-784.
Jiang Y Z, Zhu J B, Wang R H. Experimental study of unloading creep mechanical properties of alternatively distributed soft and hard rockmass[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, 31(4): 778-784.(in Chinese)
- [19] Zhao Y L, Wang Y X, Wang W J, et al. Modeling of non-linear rheological behavior of hard rock using triaxial rheological experiment[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2017, 93: 66-75.
- [20] Qu P F, Zhu Q Z, Sun Y F. Elastoplastic modelling of mechanical behavior of rocks with fractional-order plastic flow[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2019, 163: 105102.
- [21] Guo Z, Liu X, Zhu Z, et al. Model test and numerical analysis about adjacent tunnel's interaction [J]. Disaster Advances, 2012, 5(4): 1377-1384.
- [22] Liu K, Chen S L, Gu X Q. Analytical and numerical analyses of tunnel excavation problem using an extended drucker-prager model[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2020, 53(4): 1777-1790.
- [23] Ping C, Wen Y D, Wang Y X, et al. Study on nonlinear damage creep constitutive model for high-stress soft rock[J]. Environmental Earth Sciences, 2016, 75(10): 900.
- [24] Zhang H B, Wang Z Y, Zheng Y L, et al. Study on tri-axial creep experiment and constitutive relation of different rock salt[J]. Safety Science, 2012, 50(4): 801-805.
- [25] 徐卫亚, 杨圣奇, 杨松林, 等. 绿片岩三轴流变力学特性的研究(I): 试验结果[J]. 岩土力学, 2005, 26(4): 531-537.
Xu W Y, Yang S Q, Yang S L, et al. Investigation on triaxial rheological mechanical properties of greenschist specimen (I): experimental results[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26(4): 531-537.(in Chinese)
- [26] 徐卫亚, 杨圣奇, 谢守益, 等. 绿片岩三轴流变力学特性的研究(II): 模型分析[J]. 岩土力学, 2005, 26(5): 693-698.
Xu W Y, Yang S Q, Xie S Y, et al. Investigation on triaxial rheological mechanical properties of greenschist specimen (II): model analysis[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26(5): 693-698.(in Chinese)
- [27] 李晓照, 戚承志, 邵珠山. 脆性岩石卸载流变失效的细观力学模型研究[J]. 应用基础与工程科学学报, 2019, 27(5): 1138-1148.
Li X Z, Qi C Z, Shao Z S. Study on micromechanical model of unloading rheological failure in brittle rocks[J]. Journal of Basic Science and Engineering, 2019, 27(5): 1138-1148.(in Chinese)
- [28] 齐亚静, 姜清辉, 王志俭, 等. 改进西原模型的三维蠕变本构方程及其参数辨识[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(2): 347-355.
Qi Y J, Jiang Q H, Wang Z J, et al. 3d creep constitutive equation of modified nishihara model and its parameters identification [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, 31(2): 347-355.(in Chinese)
- [29] Peirce D, Shih C F, Needleman A. A tangent modulus method for rate dependent solids[J]. Computers & Structures, 1984, 18(5): 875-887.

(编辑 詹燕平)