

doi:10.11835/j.issn.1000.582X.2024.04.009

通信延迟下自适应容错控制及其在航天器编队中的应用

李刚, 周尚波, 郭尚志, 孟菲

(重庆大学计算机学院, 重庆 400044)

摘要:为解决编队系统存在的参数模型变动范围不可预测、执行器部分失效等问题,设计提出了一种自适应鲁棒容错编队控制方法。给出航天器相对位置非线性动力学模型,设计了自适应鲁棒容错控制器,并且分别设计自适应律估计故障大小、质量和外界扰动上界,同时分析了闭环系统的 Lyapunov 稳定性,给出系统稳定所需要的条件。数值仿真结果表明,提出的控制方法能实现编队跟踪控制的目标,位置跟踪稳态误差小于 1.5×10^{-3} m,速度跟踪稳态误差小于 1.8×10^{-5} m,验证了所提出方法的有效性。

关键词:编队系统;容错控制;通信延迟;稳定性

中图分类号:TP391

文献标志码:A

文章编号:1000-582X(2024)04-104-10

Adaptive fault-tolerant control with communication delays and its application in spacecraft formation

LI Gang, ZHOU Shangbo, GUO Shangzhi, MENG Fei

(College of Computer Science, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China)

Abstract: An adaptive, robust, fault-tolerant formation control approach is proposed to address the challenges of actuator faults, parameter uncertainty, external disturbances, and communication delays within a formation system. The nonlinear dynamics model of spacecraft relative positions is presented. The adaptive robust fault-tolerant controller is designed with bounded input, and adaptive laws are developed to estimate the values of actuator faults, mass, and upper bound of external disturbances, respectively. Additionally, the Lyapunov stability of the closed-loop system is analyzed, and the necessary conditions to ensure system stability are provided. Numerical simulation results show that the presented control method enables effective formation tracking control, with steady state error of location tracking is less than 1.5×10^{-3} m and steady state error of velocity tracking is less than 1.8×10^{-5} m, validating the effectiveness of the proposed method.

Keywords: formation system; fault-tolerant control; communication delay; stability

航天器编队系统是由多个正在飞行的航天器组成的分布式系统,这些航天器在空间中以特定编队形状协同工作。系统中采用星间模式的通信方式实现航天器的信息共享,确保彼此之间的协同配合。这种协同

收稿日期:2022-09-21

基金项目:国家自然科学基金面上资助项目(62373104,62272070)。

Supported by National Natural Science Foundation of China (62373104, 62272070).

作者简介:李刚(1987—),男,硕士研究生,主要从事模式识别、控制工程与控制理论方向研究,(E-mail)turolee@126.com。

工作的模式使航天器编队系统能更高效完成任务,并提高整体系统的可靠性、稳定性。航天器编队系统相比单颗具有成本低、可靠性高、灵活性强等优势,在军民市场领域均有广阔发展空间^[1-3]。开发高效协同控制算法将对成功执行航天器编队任务起到至关重要作用,确保航天器之间的紧密协作,从而提高任务的执行效率和整体性能。文献[4-5]设计了航天器自适应编队控制算法,实现系统渐近稳定。文献[6]考虑输入饱和的航天器相对位置协同控制方法。文献[7]通过引入扰动观测器方法,估计并补偿了外界扰动对系统的影响,提出一种分布式编队控制器,对闭环系统的稳定性进行分析。

在编队飞行过程中,复杂的空间环境可能导致执行器故障和通信延迟,导致控制性能下降甚至系统失稳,因此,设计控制器必须考虑执行器故障和通信延迟影响。文献[8]研究了通信延迟下的编队控制问题,系统控制输入是有界的。文献[9]提出自适应滑模控制方法,解决航天器编队在重构过程中的容错控制问题。文献[10]设计了自适应分布式姿态协同容错控制器,适应只有部分获知跟踪信号情况。文献[11]设计了基于对偶四元数的有限时间容错控制算法,并且考虑参数不确定性和扰动因素。

笔者提出一种自适应容错协同控制策略,该策略具备处理多种复杂情况的能力,包括执行器故障、通信延迟、参数不确定性以及外界扰动等,把所提出的方法应用于航天器编队控制器设计中。对所提出的控制算法,分析了系统 Lyapunov 稳定性,给出系统稳定的条件,实现编队系统协同跟踪控制的目的。

1 问题描述

1.1 编队系统数学模型

起初设定2套基准坐标系,地心惯性为 $O_1 X_1 Y_1 Z_1$ 和参考航天器为 $o_1 x_1 y_1 z_1$,对于参考航天器的坐标系, o_1 为坐标原点,定义其为质心,并设定 $o_1 x_1$ 轴由地心 O_1 指向它。围绕参考航天器的轨道平面, $o_1 z_1$ 轴与其相互垂直,并与另外2个轴($o_1 y_1$ 轴和 $o_1 x_1$ 轴)满足右手定则。

对标参考航天器坐标体系,设定第 i 颗航天器位置矢量,表示为 $\boldsymbol{\rho}_i = [x_i \ y_i \ z_i]^T$,速度表示为 \mathbf{v}_i 。基于这些定义和设定,航天器之间的相对运动方程可表示为^[6]

$$\dot{\boldsymbol{\rho}}_i = \mathbf{v}_i, \quad (1)$$

$$m_i \dot{\mathbf{v}}_i = \mathbf{C}_i(\dot{\theta}_c) \mathbf{v}_i + \mathbf{D}_i(\ddot{\theta}_c, \dot{\theta}_c, r_i) \boldsymbol{\rho}_i + \mathbf{n}_i(r_i, r_c) + \mathbf{h}_i + \mathbf{F}_i, \quad (2)$$

$$\mathbf{C}_i(\dot{\theta}_c) = 2m_i \dot{\theta}_c \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$\mathbf{D}_i(\ddot{\theta}_c, \dot{\theta}_c, r_i) = -m_i \frac{\mu}{r_i^3} \mathbf{I}_{3 \times 3} + m_i \begin{bmatrix} \dot{\theta}_c^2 & \ddot{\theta}_c & 0 \\ -\ddot{\theta}_c & \dot{\theta}_c^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$\mathbf{n}_i(r_i, r_c) = \mu m_i \begin{bmatrix} -\frac{r_c}{r_i^3} + \frac{1}{r_c^2} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T, \quad (5)$$

式中:地球引力常数用 μ 表示;航天器对应 i 颗的质量设为 m_i ; r_i 则是参考航天器与第 i 颗编队航天器之间的距离; \mathbf{F}_i 表示第 i 颗航天器的控制力; \mathbf{h}_i 为第 i 颗航天器承载的扰动力,需要求 $\|\mathbf{h}_i\|_\infty \leq d_{i1}$; r_c 则是相对地球质心来说参考航天器的距离。

考虑系统存在执行器部分失效的情形,则控制力可表示为

$$\mathbf{F}_i = \boldsymbol{\Gamma}_i \mathbf{f}_i + \mathbf{g}_i, \quad (6)$$

其中: \mathbf{f}_i 表示需要设计的控制器; \mathbf{g}_i 为不确定的输入故障; $\boldsymbol{\Gamma}_i = \text{diag}\{\alpha_{i1}, \alpha_{i2}, \alpha_{i3}\}$ 表示执行器效率矩阵,并且满足如下假设

假设1:执行器效率矩阵 $\boldsymbol{\Gamma}_i$ 满足 $0 < \lambda_i < \min\{\alpha_{i1}, \alpha_{i2}, \alpha_{i3}\} \leq 1$, 其中 λ_i 为未知常数。并且 \mathbf{g}_i 是有界的,满足 $\|\mathbf{g}_i\|_\infty \leq d_{i2}$ 。

在航天器编队协同机动过程中,保持队形稳定是一项关键任务。为了确保第 i 颗编队航天器能够按照预定的队形位置进行移动,需要设定其期望位置为 $\boldsymbol{\rho}_i^d = \boldsymbol{\rho}_o^d + \boldsymbol{\rho}_{iF}$ 。这个位置由2部分构成:一部分是 $\boldsymbol{\rho}_o^d$ 为编队系

统中心相对于参考航天器的期望位置矢量,另一部分则是第*i*颗航天器相对于编队中心的具体位置矢量 ρ_{iF} 。为了维持这一队形,还需要计算并控制航天器的期望速度为 $v_i^d = \dot{\rho}_i^d$,以确保它们能够协同、有序地完成机动任务。算法重点为,根据编队航天器相对运动的数学模型(1)~(5),设计一种控制器 F_i ,确保在特定时刻,当 $t \rightarrow \infty$ 时,有 $\rho_i \rightarrow \rho_i^d$ 和 $v_i \rightarrow v_i^d$ 成立。此外,在跟踪误差的瞬时收敛过程中,该控制器需要保证跟踪误差 $\rho_i - \rho_i^d$ 和 $v_i - v_i^d$ 相关参数的稳定性和收敛性,控制器能达到 $\rho_i - \rho_{iF} \rightarrow \rho_j - \rho_{jF}$ 和 $v_i - v_{iF} \rightarrow v_j - v_{jF}$ 成立,以确保整个编队系统的协同运动按照预期进行。

1.2 图论

文中运用加权有向图这一工具形象描绘航天器之间的局部信息交流情况。为了深入分析所设计的控制算法,构建了由节点集 $v = \{1, 2, \dots, n\}$ 、边集 ζ 以及加权邻接矩阵 $C = [c_{ij}] \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 共同构成的加权有向图模型。在这个模型中,如果第*j*个航天器向第*i*个航天器发送信息,那么图中就会有一条从第*j*个节点指向第*i*个节点的边,用符号作 $(j, i) \in \zeta$ 来表示这种信息流向。此外,加权邻接矩阵 C 中的元素 c_{ij} 定义如下:当 $(j, i) \in \zeta, c_{ij} > 0$,否则 $c_{ij} = 0$,通过这种方式,能够更清晰地理解和分析航天器编队系统中各航天器之间的信息交互和控制逻辑。

对于任意的 $1 \leq i \leq n, \sum_{j=1}^n c_{ij} = \sum_{j=1}^n c_{ji}$ 成立,则有向图称为平衡的。

2 控制器设计

假设航天器质量未知,并且信息交互存在通信延迟。定义位置跟踪误差和速度跟踪误差分别为 $e_{i1} = \rho_i - \rho_i^d$ 和 $e_{i2} = v_i - v_i^d$,并且辅助中间变量设计为

$$s_i = e_{i2} + k_i e_{i1} \quad (7)$$

由式(1)(6)(7)可得

$$m_i \dot{s}_i = m_i Y_i + d_i + \Gamma_i f_i, \quad (8)$$

其中

$$Y_i = \frac{1}{m_i} [C_i v_i + D_i \rho_i + n_i] + k_i (v_i - v_i^d) - \dot{v}_i^d \quad (9)$$

总扰动 $d_i = h_i + g_i$ 并且满足

$$\|d_i\|_\infty \leq \|h_i\|_\infty + \|g_i\|_\infty \leq d_{i1} + d_{i2} = \bar{d}_i \quad (10)$$

其中, \bar{d}_i 表示总扰动的上界。为了进一步分析,先给出下面的引理。

引理1 假设 $p_i(t) > 0$ 有界, x 为实数,则成立

$$0 \leq |x| - \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + p_i^2(t)}} < p_i(t) \quad (11)$$

证明:通过计算可得

$$\begin{aligned} |x| - \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + p_i^2(t)}} &\leq |x| - \frac{x^2}{|x| + p_i(x)} \\ &= \frac{p_i(x) |x|}{|x| + p_i(x)} < p_i(x), \end{aligned} \quad (12)$$

因此,式(11)成立。

引理2^[12]对于所有实数 x 以及所有非零实数 y ,以下不等式恒成立

$$0 \leq |x| \left(1 - \tanh \left(\left| \frac{x}{y} \right| \right) \right) \leq \alpha |y|, \quad (13)$$

其中: $\alpha > 0$,其最小值 α^* 满足 $\alpha^* = x^* (1 - \tanh x^*)$: x^* 满足方程 $e^{-2x^*} + 1 - 2x^* = 0$ 。

设计分布式容错控制器和自适应律为

$$\mathbf{f}_i = -\frac{\hat{\beta}_i^2 \boldsymbol{\eta}_i^T \boldsymbol{\eta}_i \mathbf{s}_i}{\sqrt{\hat{\beta}_i^2 \mathbf{s}_i^T \boldsymbol{\eta}_i^T \boldsymbol{\eta}_i \mathbf{s}_i + p_i^2(t)}}, \quad (14)$$

$$\boldsymbol{\eta}_i = \hat{m}_i \mathbf{Y}_i + l_i \mathbf{s}_i + \sum_{j=1}^n c_{ij} (\mathbf{s}_i - \mathbf{s}_j(t - T_{ij})) + \hat{\mathbf{d}}_i \tanh\left(\frac{\mathbf{s}_i}{p_i(t)}\right), \quad (15)$$

$$\dot{\hat{\beta}}_i = \gamma_i \mathbf{s}_i^T \boldsymbol{\eta}_i, \quad (16)$$

$$\dot{\hat{m}}_i = \zeta_i \mathbf{s}_i^T \mathbf{Y}_i, \quad (17)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{d}}}_i = -\mu_i v_i p_i(t) \hat{\mathbf{d}}_i + \mu_i \|\mathbf{s}_i\|_1, \quad (18)$$

$$\dot{p}_i(t) = -\alpha_i p_i(t), \quad (19)$$

其中: $\beta_i = 1/\lambda_i$; $\hat{\beta}_i$ 是 β_i 的估计; \hat{m}_i 是 m_i 的估计; $\hat{\mathbf{d}}_i$ 是 $\bar{\mathbf{d}}_i$ 的估计, 并且满足 $\hat{\mathbf{d}}_i(0) > 0$; c_{ij} 为加权邻接矩阵 \mathbf{C} 第 i 行 j 列元素; T_{ij} 表示第 i 颗航天器收到第 j 颗航天器信息的延迟; $p_i(0) > 0$, 常数 $l_i > 0, \gamma_i > 0, \zeta_i > 0, \mu_i > 0, v_i > 0$ 。

定理1对于航天器编队控制系统(1)-(5), 设计自适应容错控制器为式(14)-(19), 如果通信拓扑是有向的平衡图, 并且对于任意的 $1 \leq i \neq j \leq n$, 控制器参数满足

$$\dot{T}_{ij} \leq h_{ij} < 1, \quad (20)$$

$$l_i > \frac{\rho - 1}{2} \sum_{j=1}^n c_{ij}, \quad \rho(1 - h_{ij}) \geq 1, \quad (21)$$

其中, 常数 $h_{ij} < 1, \rho > 1$ 。则位置跟踪误差 \mathbf{e}_{i1} 和速度跟踪误差 \mathbf{e}_{i2} 最终收敛到零。

证明: 选取 Lyapunov 函数为

$$\begin{aligned} V = & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{s}_i^T \mathbf{s}_i + \sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i}{2\gamma_i} \tilde{\beta}_i^2 + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\zeta_i} \tilde{m}_i^2 + \\ & \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\mu_i} \tilde{\mathbf{d}}_i^2 + \frac{\rho}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} \int_{t-T_{ij}(t)}^t \mathbf{s}_j^T(\tau) \mathbf{s}_j(\tau) d\tau, \end{aligned} \quad (22)$$

其中: $\tilde{\beta}_i = \hat{\beta}_i - \beta_i$; $\tilde{m}_i = \hat{m}_i - m_i$; $\tilde{\mathbf{d}}_i = \hat{\mathbf{d}}_i - \bar{\mathbf{d}}_i$, λ_i 由假设1给出。对上式第一项求导, 可得

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} m_i \mathbf{s}_i^T \mathbf{s}_i &= \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{s}_i^T \dot{\mathbf{s}}_i \\ &= -\sum_{i=1}^n l_i \mathbf{s}_i^T \mathbf{s}_i - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} \mathbf{s}_i^T (\mathbf{s}_i - \mathbf{s}_j(t - T_{ij})) + \\ & \sum_{i=1}^n \mathbf{s}_i^T (m_i \mathbf{Y}_i + l_i \mathbf{s}_i + \sum_{j=1}^n c_{ij} (\mathbf{s}_i - \mathbf{s}_j(t - T_{ij})) + \mathbf{d}_i + \boldsymbol{\Gamma}_i \mathbf{f}_i) \end{aligned} \quad (23)$$

根据引理1和式(14)可得

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_i^T \boldsymbol{\Gamma}_i \mathbf{f}_i &= -\frac{\hat{\beta}_i^2 \mathbf{s}_i^T \boldsymbol{\eta}_i^T \boldsymbol{\Gamma}_i \boldsymbol{\eta}_i \mathbf{s}_i}{\sqrt{\hat{\beta}_i^2 \mathbf{s}_i^T \boldsymbol{\eta}_i^T \boldsymbol{\eta}_i \mathbf{s}_i + p_i^2(t)}} \leq \\ & -\lambda_i \frac{\hat{\beta}_i^2 \mathbf{s}_i^T \boldsymbol{\eta}_i^T \boldsymbol{\eta}_i \mathbf{s}_i}{\sqrt{\hat{\beta}_i^2 \mathbf{s}_i^T \boldsymbol{\eta}_i^T \boldsymbol{\eta}_i \mathbf{s}_i + p_i^2(t)}} \leq \\ & -\lambda_i \hat{\beta}_i \mathbf{s}_i^T \boldsymbol{\eta}_i + \lambda_i p_i(t), \end{aligned} \quad (24)$$

由于通信拓扑是平衡有向图, 则 $\sum_{j=1}^n c_{ij} = \sum_{j=1}^n c_{ji}$ 成立, 因此

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} \mathbf{s}_i^T \mathbf{s}_i = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n c_{ji} \mathbf{s}_i^T \mathbf{s}_i = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} \mathbf{s}_j^T \mathbf{s}_j. \quad (25)$$

同时注意到

$$\mathbf{s}_i^T \mathbf{s}_j(t - T_{ij}) \leq \frac{1}{2} \mathbf{s}_i^T \mathbf{s}_i + \frac{1}{2} \mathbf{s}_j^T \mathbf{s}_j(t - T_{ij}). \quad (26)$$

对式(22)求导并把式(23)~(26)代入可得

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{s}_i^T \dot{\mathbf{s}}_i + \sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i}{\gamma_i} \tilde{\beta}_i \dot{\beta}_i + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\xi_i} \tilde{m}_i \dot{m}_i + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\mu_i} \tilde{\mathbf{d}}_i \dot{\mathbf{d}}_i + \\
&\frac{\rho}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} \left(\mathbf{s}_j^T \mathbf{s}_j - (1 - \dot{T}_{ij}) \mathbf{s}_j^T (t - T_{ij}(t)) \mathbf{s}_j (t - T_{ij}(t)) \right) = \\
&\sum_{i=1}^n \mathbf{s}_i^T (m_i \mathbf{Y}_i + l_i \mathbf{s}_i + \sum_{j=1}^n c_{ij} (\mathbf{s}_i - \mathbf{s}_j (t - T_{ij})) + \mathbf{d}_i) + \\
&\sum_{i=1}^n \mathbf{s}_i^T \Gamma_i \mathbf{f}_i + \sum_{i=1}^n \lambda_i \tilde{\beta}_i \mathbf{s}_i^T \boldsymbol{\eta}_i + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\xi_i} m_i \dot{m}_i + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\mu_i} \tilde{\mathbf{d}}_i \dot{\mathbf{d}}_i - \\
&\sum_{i=1}^n l_i \mathbf{s}_i^T \mathbf{s}_i - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} \mathbf{s}_i^T (\mathbf{s}_i - \mathbf{s}_j (t - T_{ij})) + \\
&\frac{\rho}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} \left(\mathbf{s}_j^T \mathbf{s}_j - (1 - \dot{T}_{ij}) \mathbf{s}_j^T (t - T_{ij}(t)) \mathbf{s}_j (t - T_{ij}(t)) \right) \leq \\
&\sum_{i=1}^n \mathbf{s}_i^T (m_i \mathbf{Y}_i + l_i \mathbf{s}_i + \sum_{j=1}^n c_{ij} (\mathbf{s}_i - \mathbf{s}_j (t - T_{ij})) + \mathbf{d}_i) - \\
&\sum_{i=1}^n \lambda_i \hat{\beta}_i \mathbf{s}_i^T \boldsymbol{\eta}_i + \sum_{i=1}^n \lambda_i \tilde{\beta}_i \mathbf{s}_i^T \boldsymbol{\eta}_i + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\xi_i} m_i \dot{m}_i + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\mu_i} \tilde{\mathbf{d}}_i \dot{\mathbf{d}}_i - \\
&\sum_{i=1}^n l_i \mathbf{s}_i^T \mathbf{s}_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} \mathbf{s}_i^T (\mathbf{s}_i - \mathbf{s}_j (t - T_{ij})) + \sum_{i=1}^n \lambda_i p_i(t) + \\
&\frac{\rho}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} \left(\mathbf{s}_j^T \mathbf{s}_j - (1 - \dot{T}_{ij}) \mathbf{s}_j^T (t - T_{ij}(t)) \mathbf{s}_j (t - T_{ij}(t)) \right). \tag{27}
\end{aligned}$$

通过进一步计算可得

$$\begin{aligned}
\dot{V} &\leq \sum_{i=1}^n \mathbf{s}_i^T (m_i \mathbf{Y}_i + l_i \mathbf{s}_i + \sum_{j=1}^n c_{ij} (\mathbf{s}_i - \mathbf{s}_j (t - T_{ij})) + \mathbf{d}_i) - \\
&\sum_{i=1}^n \mathbf{s}_i^T \boldsymbol{\eta}_i + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\xi_i} m_i \dot{m}_i + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\mu_i} \tilde{\mathbf{d}}_i \dot{\mathbf{d}}_i - \sum_{i=1}^n l_i \mathbf{s}_i^T \mathbf{s}_i - \\
&\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{c_{ij}}{2} \left(\mathbf{s}_i^T \mathbf{s}_i - \mathbf{s}_j^T (t - T_{ij}(t)) \mathbf{s}_j (t - T_{ij}(t)) \right) + \sum_{i=1}^n \lambda_i p_i(t) + \\
&\frac{\rho}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} \left(\mathbf{s}_j^T \mathbf{s}_j - (1 - h_{ij}) \mathbf{s}_j^T (t - T_{ij}(t)) \mathbf{s}_j (t - T_{ij}(t)) \right) = \\
&\sum_{i=1}^n \mathbf{s}_i^T (-\tilde{m}_i \mathbf{Y}_i - \hat{\mathbf{d}}_i \tanh(\frac{\mathbf{s}_i}{p_i(t)}) + \mathbf{d}_i) + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\xi_i} m_i \dot{m}_i + \\
&\sum_{i=1}^n \frac{1}{\mu_i} \tilde{\mathbf{d}}_i \dot{\mathbf{d}}_i - \sum_{i=1}^n (l_i - \frac{c_{ij}}{2} (\rho - 1)) \mathbf{s}_i^T \mathbf{s}_i + \sum_{i=1}^n \lambda_i p_i(t) - \\
&\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{c_{ij}}{2} (\rho(1 - h_{ij}) - 1) \mathbf{s}_j^T (t - T_{ij}(t)) \mathbf{s}_j (t - T_{ij}(t)). \tag{28}
\end{aligned}$$

由引理 2 可得

$$-x/y \cdot \tanh(x/y) \leq \alpha - |x/y|, \tag{29}$$

由 $\hat{\mathbf{d}}_i(0) > 0$ 和式(18)可得 $\hat{\mathbf{d}}_i(t) > 0$ 。利用 $\hat{\mathbf{d}}_i > 0$,

$|\mathbf{d}_{i,l}| \leq \|\mathbf{d}_i\|_\infty \leq \bar{\mathbf{d}}_i$ 和式(29)可得

$$\begin{aligned}
&\mathbf{s}_i^T \mathbf{d}_i - \hat{\mathbf{d}}_i \mathbf{s}_i^T \tanh(\mathbf{s}_i/p_i) \leq \\
&\|\mathbf{d}_i\|_\infty \|\mathbf{s}_i\|_1 - \hat{\mathbf{d}}_i p_i \cdot \mathbf{s}_i^T/p_i \cdot \tanh(\mathbf{s}_i^T/p_i) \leq \\
&\bar{\mathbf{d}}_i \|\mathbf{s}_i\|_1 + \hat{\mathbf{d}}_i p_i \sum_{l=1}^3 -\mathbf{s}_{i,l}/p_i \cdot \tanh(\mathbf{s}_{i,l}/p_i) \leq \\
&\bar{\mathbf{d}}_i \|\mathbf{s}_i\|_1 + \hat{\mathbf{d}}_i p_i \sum_{l=1}^3 (\alpha - |\mathbf{s}_{i,l}|/p_i) = \\
&\bar{\mathbf{d}}_i \|\mathbf{s}_i\|_1 + \hat{\mathbf{d}}_i p_i (3\alpha - \|\mathbf{s}_i\|_1/p_i) = \\
&3\alpha \hat{\mathbf{d}}_i p_i + \bar{\mathbf{d}}_i \|\mathbf{s}_i\|_1. \tag{30}
\end{aligned}$$

并且有

$$-\tilde{\mathbf{d}}_i \hat{\mathbf{d}}_i = \bar{\mathbf{d}}_i \hat{\mathbf{d}}_i - \hat{\mathbf{d}}_i^2 \leq 1/4 \bar{\mathbf{d}}_i^2. \quad (31)$$

把式(17)、(18)、(30)和(31)代入式(28),并由式(22)可得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \sum_{i=1}^n \mathbf{s}_i^T (-\tilde{\mathbf{m}}_i \mathbf{Y}_i - \hat{\mathbf{d}}_i \tanh(\frac{\mathbf{s}_i}{p_i(t)}) + \mathbf{d}_i) + \\ & \sum_{i=1}^n \tilde{\mathbf{m}}_i \mathbf{s}_i^T \mathbf{Y}_i + \sum_{i=1}^n \tilde{\mathbf{d}}_i (-v_i p_i(t) \hat{\mathbf{d}}_i + \|\mathbf{s}_i\|_1) - \\ & \sum_{i=1}^n (l_i - \frac{c_{ij}}{2} (\rho - 1)) \mathbf{s}_i^T \mathbf{s}_i + \sum_{i=1}^n \lambda_i p_i(t) - \\ & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{c_{ij}}{2} (\rho(1 - h_{ij}) - 1) \mathbf{s}_j^T (t - T_{ij}(t)) \mathbf{s}_j (t - T_{ij}(t)) \leq \\ & - \sum_{i=1}^n (l_i - \frac{c_{ij}}{2} (\rho - 1)) \mathbf{s}_i^T \mathbf{s}_i + \sum_{i=1}^n (\lambda_i + 3\alpha \hat{\mathbf{d}}_i + \frac{1}{4} v_i \bar{\mathbf{d}}_i^2) p_i(t). \end{aligned} \quad (32)$$

对上式两边在区间 $[0, t]$ 积分可得

$$\begin{aligned} V(t) \leq & V(0) - \sum_{i=1}^n \int_0^t (l_i - \frac{c_{ij}}{2} (\rho - 1)) \mathbf{s}_i^T \mathbf{s}_i d\tau + \\ & \sum_{i=1}^n \int_0^t (\lambda_i + 3\alpha \hat{\mathbf{d}}_i + \frac{1}{4} v_i \bar{\mathbf{d}}_i^2) p_i(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (33)$$

由式(19)可知 $p_i(t)$ 有界,且

$$\int_0^t p_i(\tau) d\tau = -\frac{1}{\alpha} \int_0^t \dot{p}_i(\tau) d\tau = \frac{1}{\alpha} (p_i(0) - p_i(t)). \quad (34)$$

因此, $\int_0^t p_i(\tau) d\tau$ 有界。可见 $V(t)$ 有界,所以 $\mathbf{s}_i, \tilde{\beta}_i, \tilde{\mathbf{m}}_i$ 和 $\tilde{\mathbf{d}}_i$ 有界。由式(8)和(14)可得

$$\mathbf{m}_i \dot{\mathbf{s}}_i = \mathbf{m}_i \mathbf{Y}_i + \mathbf{d}_i - \frac{\hat{\beta}_i^2 \boldsymbol{\Gamma}_i \boldsymbol{\eta}_i^T \boldsymbol{\eta}_i \mathbf{s}_i}{\sqrt{\hat{\beta}_i^2 \mathbf{s}_i^T \boldsymbol{\eta}_i^T \boldsymbol{\eta}_i \mathbf{s}_i + p_i^2(t)}}. \quad (35)$$

可见 $\dot{\mathbf{s}}_i$ 是有界的。同时由式(33)可得

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \int_0^t (l_i - \frac{c_{ij}}{2} (\rho - 1)) \mathbf{s}_i^T \mathbf{s}_i d\tau \leq & V(0) - \\ V(t) + \sum_{i=1}^n \int_0^t (\lambda_i + 3\alpha \hat{\mathbf{d}}_i + \frac{1}{4} v_i \bar{\mathbf{d}}_i^2) p_i(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (36)$$

因此, $\mathbf{s}_i \in L_2$ 并且 $\mathbf{s}_i \in L_\infty$ 。根据Barbalat引理^[13], 可得 $\mathbf{s}_i \rightarrow 0$ 。因此

$$\dot{\mathbf{e}}_{i1} + k_i \mathbf{e}_{i1} = \mathbf{s}_i \rightarrow 0, \quad (37)$$

式(37)可视为一阶系统,输入 \mathbf{s}_i 为收敛到零的信号,因此状态 \mathbf{e}_{i1} 收敛到零, \mathbf{e}_{i2} 收敛到零。

与文献[13-16]中考虑的常值通信延迟不同,算法适用于通信延迟是随时间变化的情形,且不要求 $T_{ij} = T_{ji}$,因此更具有一般性。当然,为了分析系统稳定性,要求通信延迟满足式(20),即通信延迟 T_{ij} 是慢变的。

3 数值仿真

3.1 仿真参数设置

为了验证提出控制方法的有效性,对控制器(14)-(19)进行仿真验证和分析。仿真设定4颗航天器组成编队系统,4颗航天器的初始位置设置以航天器为中心、半径为500 m的空间圆上,形成一个正方形编队。编队控制的主要目标是使整个航天器系统协同机动到一个新的空间圆上,新圆心的坐标位于参考系原点 $[300 \ 0 \ 0]^T$ 处,该圆的半径达到800 m,并且它与yz平面保持平行。在机动过程中,必须确保正四边形的编队队形能够尽可能维持稳定。

对于参考航天器来说,假设其轨道六要素分别为 $a_c = 7\ 000\ \text{km}$, $e_c = 0.02$, $\Omega_c = \pi/4\ \text{rad}$, $i_c = \pi/6\ \text{rad}$, $\omega_c = \pi/6\ \text{rad}$, $\theta_c(0) = 0\ \text{rad}$, 并设定其质量为 $m_c = 200\ \text{kg}$ 。编队航天器质量分别为不同的非零值, $m_1 = 100\ \text{kg}$, $m_2 = 120\ \text{kg}$, $m_3 = 115\ \text{kg}$, $m_4 = 108\ \text{kg}$, 确保仿真的多样性和真实性。系统初始位置和速度分别设为

$$\boldsymbol{\rho}_1(0) = [250\ 20\ 423]^T\ \text{m},$$

$$\boldsymbol{\rho}_2(0) = [-15\ -505\ 10]^T\ \text{m},$$

$$\boldsymbol{\rho}_3(0) = [-238\ -10\ -250\sqrt{3}]^T\ \text{m},$$

$$\boldsymbol{\rho}_4(0) = [5\ 500\ 15]^T\ \text{m},$$

$$\boldsymbol{v}_i(0) = [0\ 0\ 0]^T\ \text{m/s}, \forall i = 1, 2, 3, 4.$$

定义编队航天器在编队中心坐标系中的坐标位置和速度矢量

$$\bar{\boldsymbol{\rho}}_{iF} = R \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \cos \varphi_i & -\sin \varphi_i & \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \varphi_i \end{bmatrix}^T\ \text{m},$$

$$\boldsymbol{\rho}_{iF} = \lambda(t) \boldsymbol{R}(\bar{\boldsymbol{\varphi}}(t)) \bar{\boldsymbol{\rho}}_{iF}, \boldsymbol{v}_{iF} = \dot{\boldsymbol{\rho}}_{iF};$$

$$R = 500\ \text{m}, \varphi_1 = 0\ \text{rad}, \varphi_2 = \frac{\pi}{2}\ \text{rad}, \varphi_3 = \pi\ \text{rad}, \varphi_4 = \frac{3\pi}{2}\ \text{rad}, \boldsymbol{R}(\bar{\boldsymbol{\varphi}}(t)) = \begin{bmatrix} \cos \bar{\boldsymbol{\varphi}}(t) & 0 & -\sin \bar{\boldsymbol{\varphi}}(t) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \bar{\boldsymbol{\varphi}}(t) & 0 & \cos \bar{\boldsymbol{\varphi}}(t) \end{bmatrix},$$

$$\bar{\boldsymbol{\varphi}}(t) = \frac{\pi}{6} (1 - \exp(-0.5t^2/\chi));$$

$$\lambda(t) = 1 + \frac{3}{5} (1 - \exp(-0.5t^2/\chi)),$$

$$\chi = -0.25 T_c^2 / (2 \ln 10^{-6}), T_c = 2\pi/n_c.$$

编队系统中心的期望位置和期望速度分别设定为

$$\boldsymbol{\rho}_o^d = (1 - \exp(-0.5t^2/\chi)) [300\ 0\ 0]^T\ \text{m}, \boldsymbol{v}_o^d = \dot{\boldsymbol{\rho}}_o^d.$$

因此编队航天器需要跟踪的期望位置和期望速度为

$$\boldsymbol{\rho}_i^d = \boldsymbol{\rho}_{iF} + \boldsymbol{\rho}_o^d, \boldsymbol{v}_i^d = \boldsymbol{v}_{iF} + \boldsymbol{v}_o^d.$$

编队中的航天器都需要跟踪相应期望位置和期望速度。

控制器的参数选取为

$$k_1 = 0.2, l_i = 20, p_i(t) = \exp(-0.001t), \hat{\beta}_i(0) = 1, \hat{\boldsymbol{d}}_i(0) = 0.001, \hat{m}_i(0) = 100,$$

$$\boldsymbol{C} = [c_{ij}]_{4 \times 4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.01 & 0 \\ 0.012 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 & 0.008 \\ 0.012 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

通信延迟设为

$$T_{13} = 1 - 0.2 \cos(0.4t)\ \text{s}, T_{21} = T_{41} = 1 + 0.2 \sin(0.2t)\ \text{s},$$

$$T_{32} = 2 + 0.4 \sin(0.2t)\ \text{s}, T_{34} = 3 + 0.6 \sin(0.2t)\ \text{s}.$$

执行器效率矩阵设为

$$\boldsymbol{\alpha}_{i1} = 1 - 0.1(i+1) \cos(0.1t)$$

$$\boldsymbol{\alpha}_{i2} = 1 - 0.1i \sin(0.2t)$$

$$\boldsymbol{\alpha}_{i3} = 1 - 0.1(2i-1) \cos(0.3t).$$

不确定的输入故障 \boldsymbol{g}_i 设为

$$\boldsymbol{g}_i = [0.2e^{-0.2t} \quad 0.1e^{-0.3t} \quad -0.1e^{-0.4t}]^T.$$

鉴于仿真场景设定为近地低轨道,航天器运动中主要受到两类扰动的影响:一是由于地球扁率导致的 \boldsymbol{J}_2 项摄动,另一类是大气阻力。关于大气阻力,其产生的加速度计算公式为

$$a_i = -\frac{1}{2} c_d \frac{S_i}{m_i} \rho V_i^2 \frac{V_i}{V_i}$$

其中:气动系数以 $c_d = 2.2 \pm 0.2$ 表示;有效截面积 S_i 为(一般定义 $S_i/m_i = 0.05$ 作为参考值);航天器在绝对空间中的运动速度由 V_i 矢量符号表示;大气密度则由符号来标识。

3.2 仿真结果分析

为了精准量化队形跟踪和队形保持的性能表现,引入并定义 2 个关键指标:队形跟踪误差 σ_1 和队形保持误差 σ_2

$$\sigma_1 = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 \|\tilde{\rho}_i\|_2, \tag{38}$$

$$\sigma_2 = \left| \|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2\|_2 - \|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_4\|_2 \right| + \left| \|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2\|_2 - \|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3\|_2 \right| + \left| \|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3\|_2 - \|\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_4\|_2 \right|. \tag{39}$$

通过分析航天器编队系统的初始位置与期望的正四边形编队构形,可得出以下结论:在队形机动过程中, σ_1 值越小,意味着队形跟踪误差越小,即编队航天器越能精确跟随理想队形轨迹;同样地, σ_2 值越小,则表明队形保持性能越优越,编队构形在动态环境中的稳定性更高。

为了凸显研究提出控制方法的优越性,将控制器(14)-(19)与文献[8]提出的控制器进行仿真对比实验。通过对比,更清晰地展示方法在稳态误差、稳定性和鲁棒性方面的优势。文献[8]提出的控制器为

$$f_i = m_i \mathbf{v}_i^* + m_i [C_i \mathbf{v}_i + D_i \boldsymbol{\rho}_i + \mathbf{n}_i] - k_1 \operatorname{sgn}(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_i^*) - k_2 \operatorname{sgn}^\beta(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_i^*)$$

其中 \mathbf{v}_i^* 为文献[8]设计的虚拟角速度,表示为 $\mathbf{v}_i^* = \mathbf{v}_i^d - \sum_{j=1}^n c_{ij} \left[\left(1 + \frac{\lambda}{2} + \frac{\tau^2}{2\lambda} \right) \tanh(e_{i1}) - \tanh(e_{j1}(t - T_{ij})) \right]$ 。

航天器编队系统仿真结果如图 1~4 所示。图 1 给出了编队航天器在参考坐标系 $o_c x_c y_c z_c$ 下的三维运动轨迹,编队航天器最终成功机动到了预设的空间圆上,满足了队形整体机动要求。为了更直观展示这一过程,图 2 展示了编队航天器位置跟踪误差曲线,图 3 描绘了速度跟踪误差的变化情况。从这 2 张图可以看到,位置跟踪误差和速度跟踪误差能够较快收敛到零。图 4 给出了在控制器(14)-(19)与文献[8]提出的控制器作用下,队形跟踪误差 σ_1 和队形保持误差 σ_2 的仿真对比结果,从图中可以明显看出,在 2 种控制器下系统最终都能实现队形跟踪误差和队形保持误差收敛到零,实现编队系统稳定运行;同时相比文献[8]的控制器,提出的控制器收敛速度更快且系统超调量更小。整体控制性能数据对比结果由表 1 给出,包括位置跟踪稳态误差、速度跟踪稳态误差、 σ_1 的稳态误差和 σ_2 的稳态误差,从表中可以发现提出的控制器优势较为明显,仅在 σ_2 的稳态误差这一项稍弱于文献[8]的控制器,且差距不大;其他 3 项控制器都明显强于文献[8]的控制器。

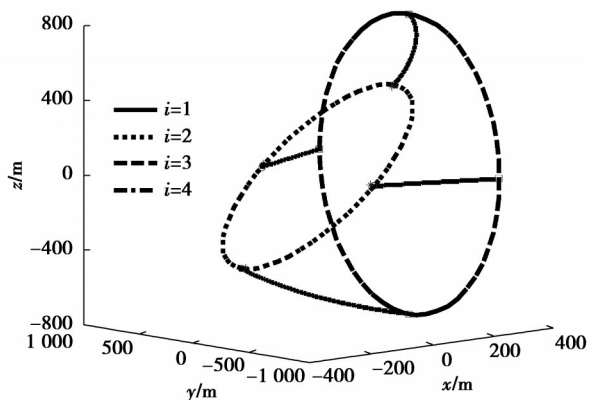


图 1 航天器相对位置曲线

Fig. 1 Curves of relative motion of spacecraft

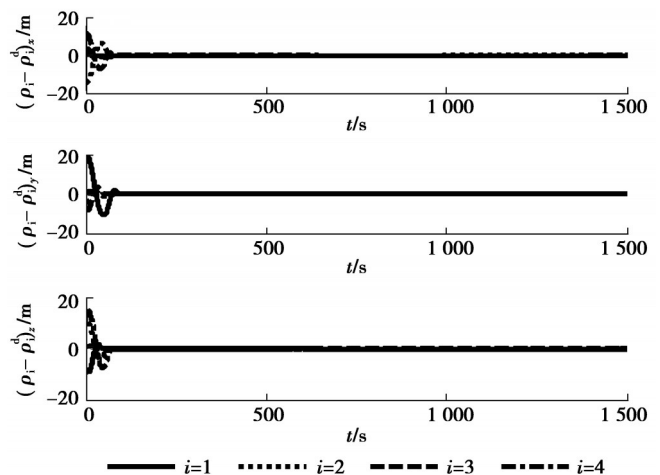


图 2 航天器位置跟踪误差

Fig. 2 Position tracking errors of spacecraft

表1 整体控制性能对比

控制器\误差	位置稳态误差	速度稳态误差	σ_1 稳态误差	σ_2 稳态误差
本文控制器	1.5×10^{-3}	1.8×10^{-5}	1.4×10^{-3}	1.9×10^{-3}
文献[8]控制器	2.6×10^{-3}	3.5×10^{-5}	2.6×10^{-3}	1.7×10^{-3}

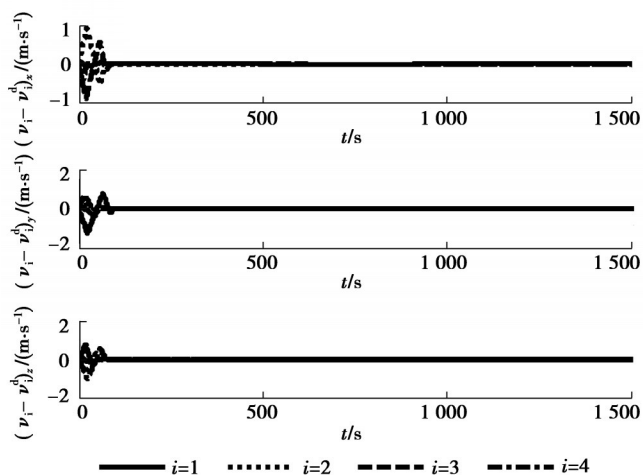


图3 速度跟踪误差

Fig. 3 Velocity tracking errors

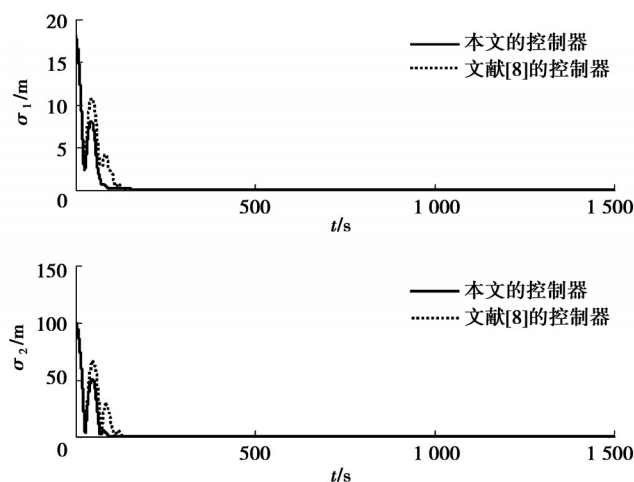


图4 控制性能对比

Fig. 4 Compare of control performance

4 结 语

针对执行器故障、外界扰动和通信延迟等约束因素,提出一种鲁棒自适应容错控制方法,能够适应通信延迟随时间变化的情形,并且把提出的方法应用于航天器编队控制器设计中。对于所提出的控制算法,分析了闭环系统的 Lyapunov 稳定性,给出了系统稳定性的条件,同时进行了数值仿真,仿真结果表明提出的控制方法具有较好性能,验证了算法的有效性。

参考文献

- [1] Vandyke M C, Hall C D. Decentralized coordinated attitude control within a formation of spacecraft[J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2006, 29(5): 1101-1109.
- [2] 林来兴, 张小琳. 纳型卫星编队飞行技术现状及发展趋势[J]. *航天器工程*, 2017, 26(5): 65-73.
Lin L X, Zhang X L. Current situation and development trend of Nano-Satellite formation flight technology[J]. *Spacecraft Engineering*, 2017, 26(5): 65-73.(in Chinese)
- [3] 彭司萍, 龙正平, 马肸. 一种复杂条件下编队姿态协同控制方法[J]. *电光与控制*, 2017, 24(3): 46-50.
Peng S P, Long Z P, Ma D. A cooperative control method for formation attitude under complex conditions[J]. *Electro-Optics and Control*, 2017, 24(3): 46-50(in Chinese).
- [4] De Queiroz M S, Kaplila V, Yan Q. Adaptive nonlinear control of multiple spacecraft formation flying[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2000, 23(3): 385-390.
- [5] 郑重, 刘帅, 钱默抒, 等. 航天器编队系统相对位置自适应分布式控制[J]. *中国惯性技术学报*, 2019, 27(1): 129-135.
Zheng C, Liu S, Qian M H, et al. Adaptive distributed control of relative position of spacecraft formation system[J]. *Chinese Journal of Inertial Technology*, 2019, 27(1): 129-135.(in Chinese)
- [6] Zhang B, Song S. Decentralized coordinated control for multiple spacecraft formation maneuvers[J]. *Acta Astronautica*, 2012, 74(5-6): 79-97.
- [7] Lee D. Nonlinear disturbance observer-based robust control for spacecraft formation flying[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2018, 76: 82-90.
- [8] Ran D, Chen X, Misra A K, et al. Relative position coordinated control for spacecraft formation flying with communication delays[J]. *Acta Astronautica*, 2017, 137: 302-311.
- [9] Kumar K D. Fault tolerant reconfigurable satellite formations using adaptive variable structure techniques[J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2010, 33(3): 969-984.
- [10] Zou A, Kumar K D. Robust attitude coordination control for spacecraft formation flying under actuator failures[J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2012, 35(4): 1247-1255.
- [11] Dong H, Hu Q, Ma G. Dual-quaternion based fault-tolerant control for spacecraft formation flying with finite-time convergence[J]. *ISA Transactions*, 2016, 61: 87-94.
- [12] Wallsgrove R J, Akella M R. Globally stabilizing saturated attitude control in the presence of bounded unknown disturbances[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2005, 28(5): 957-963.
- [13] Slotine J E, Li W. *Applied nonlinear control*[M]. New York: Prentice Hall, 1991.
- [14] Abdessameud A, Tayebi A, Polusgin I G. Attitude synchronization of multiple rigid bodies with communication delays[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(9): 2405-2411.
- [15] Li S, Du H, Shi P. Distributed attitude control for multiple spacecraft with communication delays[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic System*, 2014, 50(3): 1765-1773.
- [16] Nazari M, Butcher E A, Yucelen T, et al. Decentralized consensus control of a rigid-body spacecraft formation with communication delay[J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2016, 39(4): 838-851.

(编辑 侯 湘)