

doi: 10.11835/j.issn.1000-582X.2023.222

# 航空无人机高速长轴转子系统动力学分析

郑传威, 宋朝省, 吴安阳, 王耀禄

(重庆大学机械传动国家重点实验室, 重庆 400044)

**摘要:** 针对某型航空高速长轴转子系统振动问题, 考虑不同轴承支撑形式和轴承阻尼, 建立了高速长轴转子系统计算模型, 基于 Ansys Workbench 研究了轴承支撑形式与轴承阻尼对临界转速的影响规律。系统在刚性支撑时的临界转速远高于柔性支撑时的临界转速; 系统在同为刚性支撑下, 考虑轴承阻尼时, 临界转速随着阻尼的增大而减小, 而随着阶次越高, 轴承阻尼对临界转速的影响也逐渐减小。此外, 系统在不同位置处的谐响应情况基本一致; 系统响应幅值随着不平衡量增大而增大; 系统响应幅值随着阻尼增大均呈现增大的趋势。

**关键词:** 高速长轴转子系统; 轴承支撑形式; 轴承阻尼; 临界转速; 不平衡量; 谐响应

中图分类号: TH133.2

文献标志码: A

文章编号: 1000-582X(2025)01-001-09

## Dynamics analysis of high-speed long-shaft rotor system for aerial UAV

ZHENG Chuanwei, SONG Chaosheng, WU Anyang, WANG Yaolu

(State Key Laboratory of Mechanical Transmissions, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China)

**Abstract:** This study addresses the vibration problems in high-speed long-shaft rotor system of an aerial UAV by developing a computational model that incorporates various forms of bearing support and damping. Using Ansys Workbench, the effects of bearing support forms and bearing damping on the critical speed of the rotor system are analyzed. Results indicate that the critical speed is significantly higher with rigid support than with flexible support. When rigid support is combined with bearing damping, the critical speed decreases with the increase of damping, and the influence of bearing damping decreases in higher-order modes. Additionally, the harmonic responses of the system are consistent across different positions, with the response amplitude increasing as the unbalanced load rises. Furthermore, the response amplitude shows an upward trend with increased damping.

**Keywords:** high-speed long-shaft rotor system; bearing support; bearing damping; critical speed; unbalanced load; harmonic response

随着中国制造业的飞速发展和科学技术的快速提升, 迫切需求更高性能的机械设备, 而作为核心部件的旋转机械也正向着高速化、精密化、连续化、重载化、复杂化和自动化方面发展, 这就对转子系统在速度、容量、效率、安全、可靠性和故障的可预测性等方面有了更高的要求。其中, 旋转机械发展的细长化和结构的复杂化表现得尤为重要, 同时伴随着更加严重的振动问题, 振动与激励的耦合特性更加复杂, 振动的影响因素

收稿日期: 2023-04-15 网络出版日期: 2023-10-09

基金项目: 重庆市杰出青年科学基金资助项目 (CSTB2022NSCQ-JQX0026)。

Supported by Chongqing Funds for Distinguished Young Youths (CSTB2022NSCQ-JQX0026).

作者简介: 郑传威 (1999—), 男, 硕士研究生, 主要从事航空齿轮传动系统设计开发, (E-mail)1582488018@qq.com。

通信作者: 宋朝省, 男, 教授, 博士生导师, (E-mail)chaoshengsong@cqu.edu.cn。

也变得多样化。文中从支撑形式等作为出发点,对高速长轴转子系统进行动力学分析。

转子系统的动态特性分析主要研究3方面的问题:一是与转子本身结构有密切关系的固有特性——转子固有模态,以研究转子的固有频率和工频的关系,从而避免因频率相等导致振动的叠加,引起转子系统的共振;二是转子在受到外部扰动所产生的不平衡响应及其对这些干扰的敏感性;三是转子系统运行的稳定性,保证系统的振动特性随着时间的延长呈稳定运行状态。转子系统的振动形式包括弯振、扭振和摆振,前两者对转子系统的振动特征影响比较重要。Song等<sup>[1]</sup>设计了3种不同长度和数量轴段连接的长轴消防泵,通过CFD仿真对其进行了转子强度和临界转速分析。De等<sup>[2]</sup>通过稳定性图表分析了外部载荷的频率和振幅、阻尼分布和陀螺作用对转子系统稳定性的影响。Wang等<sup>[3]</sup>通过Riccati传递矩阵法建立磁悬浮双转子系统不平衡响应模型,研究了其不平衡响应的动态特性。Mercier等<sup>[4]</sup>考虑到转子与定子界面的相对速度偏差可能会影响阻尼,进而影响振动幅值,提出了一种界面分离的方法。Zeng等<sup>[5]</sup>建立了各向异性弹性支座的立式Jeffcott转子试验台,测量了不同支座的刚度特性,通过实验研究了刚度各向异性和传感器安装倾角的影响,并观察和解释了涡流模式。Kheladi等<sup>[6]</sup>进行了不同耦合机理作用下纺丝层压复合轴的临界转速分析。Tchomeni等<sup>[7]</sup>建立了具有小不对中角的多体系统,评估了存在不平衡的裂纹转子系统的非平稳响应,并对2个相同转子的耦合横向和扭转振动进行了理论和实验分析。Liu等<sup>[8]</sup>对泵转子进行了三维有限元分析,研究了泵转子的临界转速和振型并通过分析可变流动条件下的径向激励力来研究转子动力学的瞬态响应。倪德等<sup>[9]</sup>建立了具有普遍性的考虑直升机空间机动飞行的尾传动轴动力学模型,分析了机动飞行对尾传动轴临界转速的影响。喻丽华等<sup>[10]</sup>建立了高速电主轴转子气体轴承系统的动力学数学模型,对某最高工作转速为250 000 r/min的高速气浮电主轴转子系统进行了不平衡激励的谐响应分析,揭示了运行于超临界模式的高速气浮电主轴在不平衡激励下的动力学行为。刘准等<sup>[11]</sup>针对航空发动机带挤压油膜阻尼器转子的动力学相似问题,建立了一种相似建模方法,通过建立的带挤压油膜阻尼器相似转子系统,分析了该转子系统与其相似系统的动力学特性。孟凯林<sup>[12]</sup>通过建立航空泵干/湿转子系统,分析航空泵干/湿转子的临界转速及不平衡响应,探讨间隙环流对转子系统动力学特性的作用规律,并对比分析其实验测试结果,研究间隙环流对转子系统作用规律。陈雪莲等<sup>[13]</sup>以转子-盘片系统为研究对象,考虑弹性支承的影响,建立了该系统有限元模型,分析转子转速、不平衡量、盘偏置量及支承刚度对系统不平衡振动响应的影响规律。程浩等<sup>[14]</sup>建立直升机传动系统高速输入轴系模型,并考虑了陀螺效应和轴承刚度在约束模态下不同轴承刚度对临界转速的影响。邓旺群等<sup>[15]</sup>对细长柔性转子高速动平衡进行了研究。

当前研究主要分析了转子不同结构在不同形式激励下的振动分析,而针对航空无人机高速长轴转子系统计算模型考虑较少。笔者以某型航空无人机高速长轴转子系统为研究对象,结合实际工况,建立了高速长轴转子系统有限元模型,研究了轴承阻尼对临界转速和不平衡响应的影响规律,为航空高速长轴转子系统减振设计提供参考。

## 1 高速长轴转子系统计算分析模型

### 1.1 长轴转子系统结构组成

该型无人机高速长轴转子系统三维模型如图1所示,从左到右依次为输入齿轮轴包括输入齿轮1和轴承2、3、4、5,超越离合器6,并车齿轮轴包括并车齿轮8和轴承7、9,连接轴,输出齿轮轴包括输出齿轮13和轴承10、11、12、14。

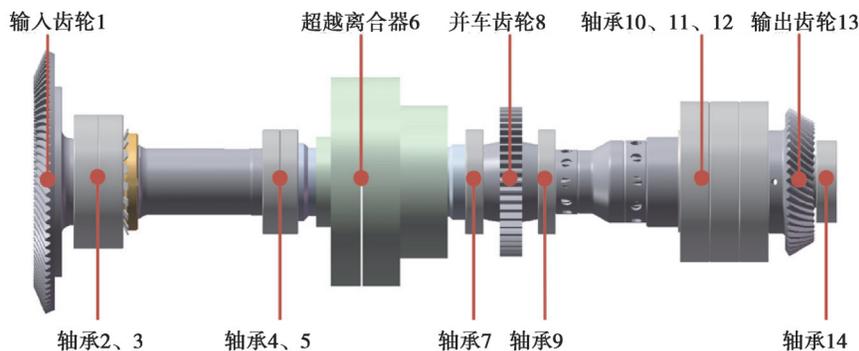


图1 无人机高速长轴转子系统

Fig. 1 High-speed long-shaft rotor system for UAV

## 1.2 高速长轴转子系统动力学模型与有限元模型建立

高速长轴转子系统运动方程为

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = F, \quad (1)$$

式中: $M$ 、 $C$ 、 $K$ 分别为该系统的总质量、阻尼和刚度矩阵; $q$ 为位移矢量。

要求解该系统临界转速,需求解式(1)的特征值,将式(1)转化如下:

$$D = \begin{bmatrix} -M^{-1}C & -M^{-1}K \\ I & 0 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

将式(2)中的特征值表示为  $\nu_i = \lambda_i + i\omega_i$  ( $i = 1, 2, \dots$ ), 其虚部  $\omega$  表示涡动角速度。涡动速度(涡动速度对于工作速度)与各阶涡动曲线的交点对应的工作转速称为临界转速。

将模型进行简化处理,如图2所示,齿轮和超越离合器都简化成圆柱体,将模型导入有限元模态计算软件 Ansys-Workbench。

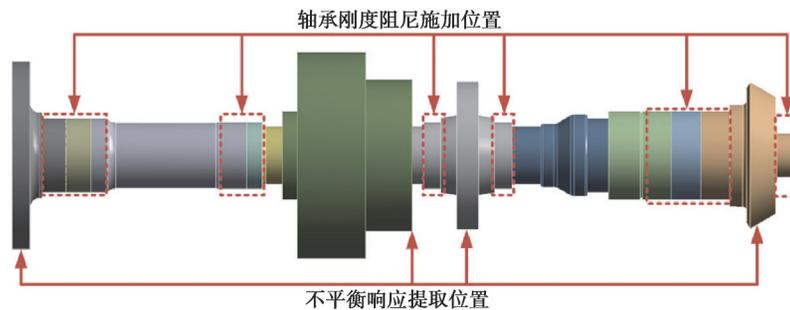


图2 高速长轴转子系统有限元计算模型

Fig. 2 Finite element calculation model of high-speed long-shaft rotor system

模型材料属性设置如表1所示。轴承支撑刚度在 Workbench 中采用 Joints—Body-Ground—Bushing 单元实现,其中刚性支撑下轴承刚度为轴承自身刚度(由软件 Masta 得到),而柔性支撑下轴承刚度为轴承自身刚度与机架刚度(由软件 Ansys 得到)耦合得到。接触副采用 Bonded 连接,在连接轴与输出齿轮轴连接位置采用 Joints—Body-Body—General 单元实现花键轴向自由度的释放。网格划分采用适应复杂特征的 Patch-Conforming 四面体网格。

航空无人机长轴转子材料多采用钢材。该型航空高速长轴转子系统采用高强度合金渗碳钢 20Cr2Ni4。

表1 材料设定与属性

Table 1 Material setting and properties

| 零件    | 材料       | 密度/( $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ) | 弹性模量/GPa | 泊松比  |
|-------|----------|--------------------------------------|----------|------|
| 各部分轴系 | 20Cr2Ni4 | 7 800                                | 207      | 0.29 |

## 2 高速长轴转子系统临界转速分析

### 2.1 轴承采用刚性支撑时的临界转速分析

转子系统工作转速为 8 000 r/min,求解高速长轴转子前六阶固有频率、振型,如图3所示。为直观展示振动变形,将变形前后云图进行对比,发现 1、5、6 阶模态振型均为正常旋转,2 阶模态振型主要表现为轴向窜动,3、4 阶模态振型主要表现为中部摆动。

图4为高速长轴转子系统的坎贝尔图,反映了固有频率与临界转速的情况,一倍频与 Mode1、Mode4、Mode5、Mode6 进动曲线的交点分别对应前4阶正向临界转速。

具体的临界转速与固有频率大小如表2所示。转子系统前4阶正向临界转速分别为 22.177、37 937、40 011、49 010 r/min,其中 Mode1 为正进动,Mode2 为反进动,Mode3 为反进动,Mode4 为正进动,Mode5 为正进动,Mode6 为正进动,Mode7 为反进动,Mode8 为正进动,Mode9 为反进动,Mode10 为正进动,一般考虑正

进动所对应的临界转速,所以单独列出前4阶正向临界转速进行分析。前4阶正向临界转速都完全避开了工作转速为8 000 r/min的20%裕度的共振区间,故工作时系统不会发生共振。

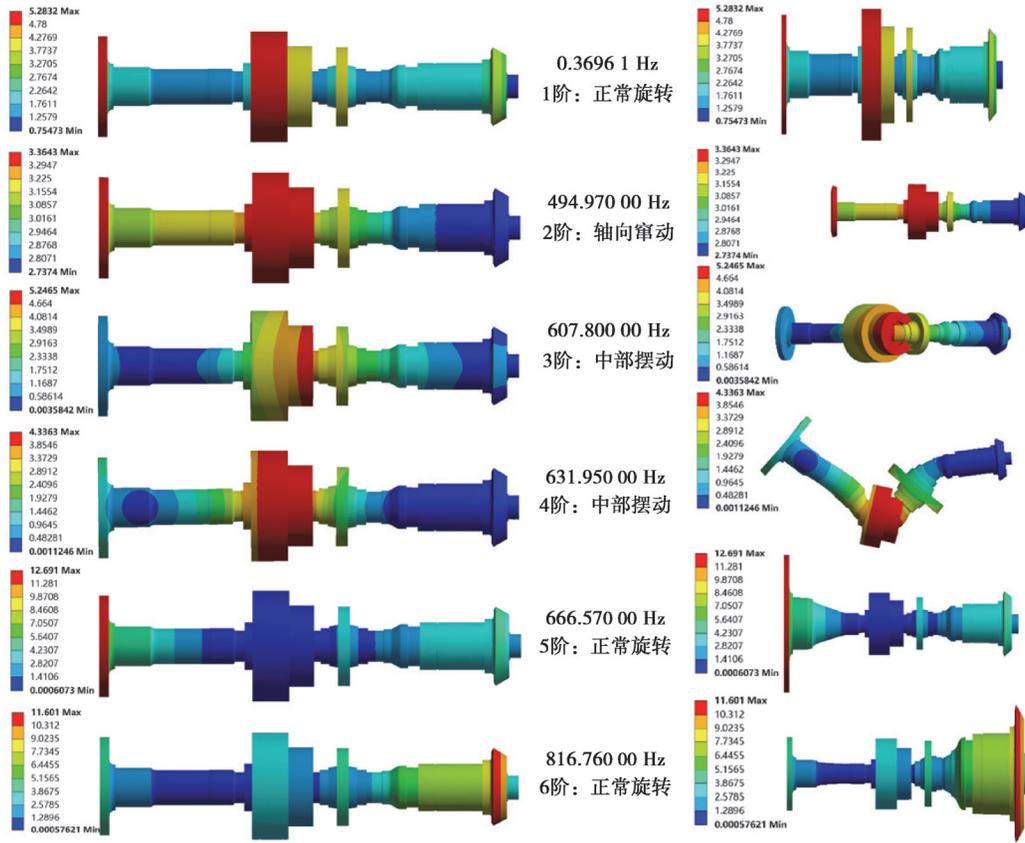


图3 高速长轴转子系统模态振型变形前后对比图

Fig. 3 Mode shape deformation of high-speed long-shaft rotor system

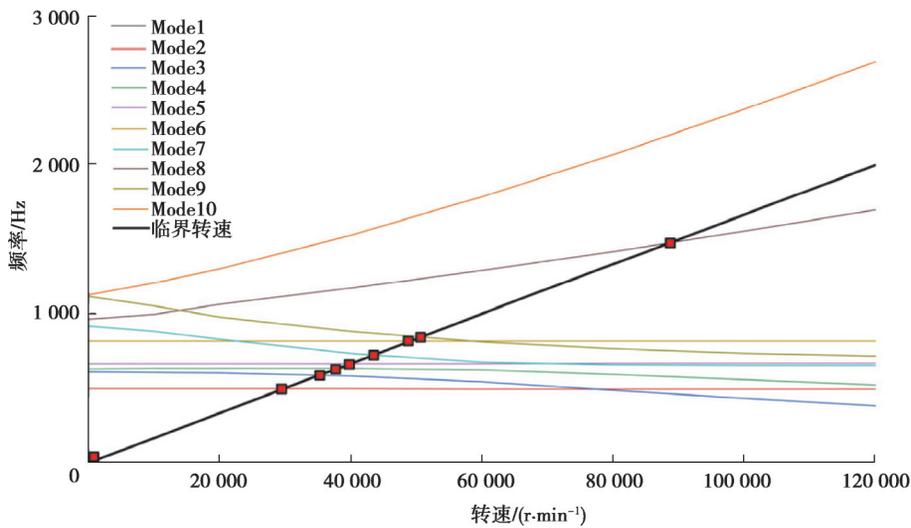


图4 高速长轴转子系统坎贝尔图

Fig. 4 High-speed long-shaft rotor system Campbell diagram

表2 刚性支撑下高速长轴转子系统的临界转速结果

Table 2 Critical speed results for high-speed long-shaft rotor systems under rigid support

| 工况    | 工作转速/(r·min <sup>-1</sup> ) | 固有频率/Hz    | 临界转速/(r·min <sup>-1</sup> ) | 阶数 | 进动方向 | 裕度/%  |
|-------|-----------------------------|------------|-----------------------------|----|------|-------|
| Mode1 | 8 000                       | 0.369 61   | 22.177                      | 1  | 正进动  | 99.7  |
| Mode4 | 8 000                       | 632.283 00 | 37 937.000                  | 2  | 正进动  | 374.2 |

续表 2

| 工况    | 工作转速/(r·min <sup>-1</sup> ) | 固有频率/Hz    | 临界转速/(r·min <sup>-1</sup> ) | 阶数 | 进动方向 | 裕度/%  |
|-------|-----------------------------|------------|-----------------------------|----|------|-------|
| Mode5 | 8 000                       | 666.850 00 | 40 011.000                  | 3  | 正进动  | 400.1 |
| Mode6 | 8 000                       | 816.830 00 | 49 010.000                  | 4  | 正进动  | 512.6 |

2.2 轴承采用柔性支撑时的临界转速分析

求解长轴转子前 6 阶固有频率、振型(见图 5),为直观展示振动变形,将变形前后云图进行对比,发现 1 阶模态振型为正常旋转,2 阶模态振型为轴向窜动,3、4 阶模态振型为中部摆动,5、6 阶模态振型为端部摆动。

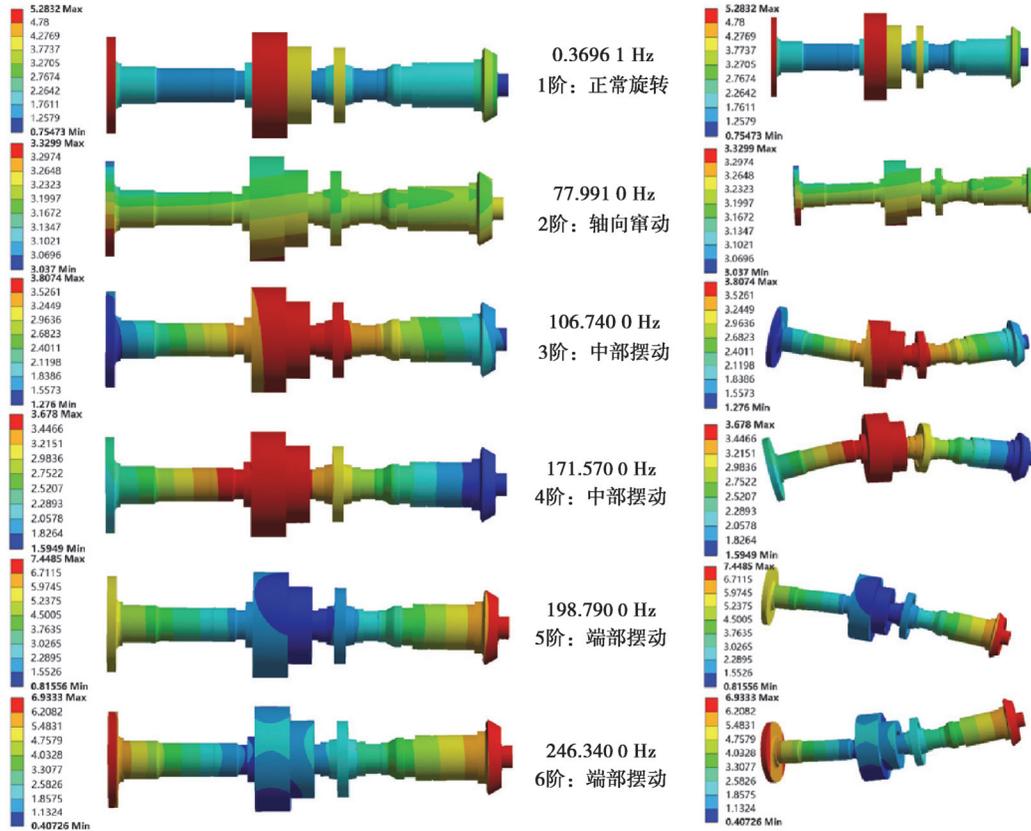


图 5 高速长轴转子系统模态振型变形前后对比图

Fig. 5 Mode shape deformation of high-speed long-shaft rotor system

图 6 为高速长轴转子系统的坎贝尔图,反映固有频率与临界转速的情况,1 倍频与 Mode1、Mode8、Mode9 进动曲线的交点对应前 3 阶正向临界转速。

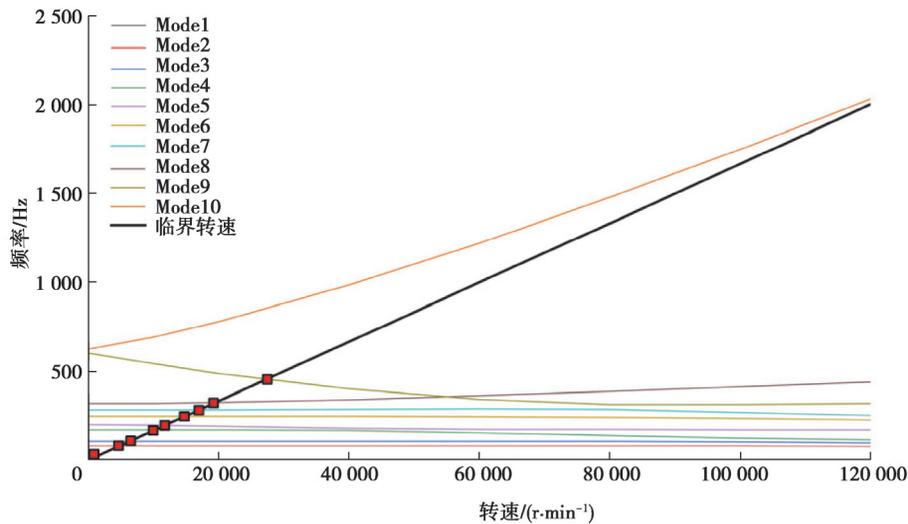


图 6 高速长轴转子系统坎贝尔图

Fig. 6 High-speed long-shaft rotor system Campbell diagram

临界转速与固有频率大小如表3所示。该转子系统前3阶正向临界转速为22.177、19 481、27 368 r/min,其中Mode1为正进动,Mode2为反进动,Mode3为反进动,Mode4为反进动,Mode5为反进动,Mode6为反进动,Mode7为正进动,Mode8为正进动,Mode9为正进动,Mode10为正进动,一般考虑正进动所对应的临界转速,所以单独列出前3阶正向临界转速进行分析。前3阶正向临界转速完全避开了工作转速为8 000 r/min的20%裕度的共振区间,故工作时系统不会发生共振。

表3 柔性支撑下长轴转子系统的临界转速结果

Table 2 Critical speed results for long-shaft rotor systems with flexible support

| 工况    | 工作转速/(r·min <sup>-1</sup> ) | 固有频率/Hz    | 临界转速/(r·min <sup>-1</sup> ) | 阶数 | 进动方向 | 裕度/%  |
|-------|-----------------------------|------------|-----------------------------|----|------|-------|
| Mode1 | 8 000                       | 0.369 61   | 22.177                      | 1  | 正进动  | 99.7  |
| Mode8 | 8 000                       | 324.683 00 | 19 481.000                  | 2  | 正进动  | 143.5 |
| Mode9 | 8 000                       | 456.130 00 | 27 368.000                  | 3  | 正进动  | 242.1 |

图7为刚性支撑与柔性支撑临界转速对比图。由图可知,柔性支撑时系统临界转速比刚性支撑时系统临界转速明显要小很多,前3阶正向临界转速差值分别为0、48.6%、31.6%。因此,在实际工程中合理改善系统各零部件的刚度能显著提高临界转速。

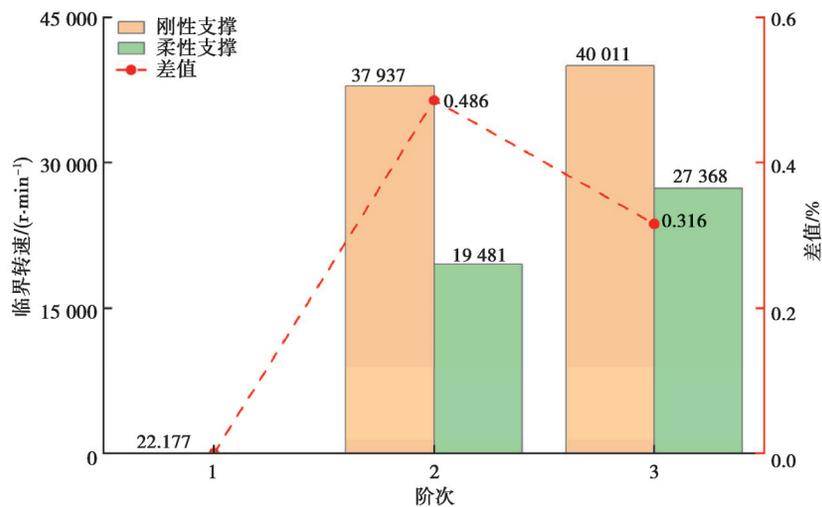


图7 刚性支撑与柔性支撑临界转速对比

Fig. 7 Comparison of the critical speed of rigid support and flexible support

### 2.3 轴承采用刚性支撑时考虑轴承阻尼下的临界转速分析

在采用刚性支撑的条件下,将长轴转子系统轴承无阻尼分别于轴承阻尼为10、20、30、40、50 N·s/mm时系统的临界转速进行比较,结果如图8所示。改变轴承阻尼大小,得到各阶模态规律。可以看出,临界转速随着轴承阻尼的增大而不断变小,特别是在前3阶尤为明显,随着阶次越高,轴承阻尼对临界转速的影响逐渐减小。

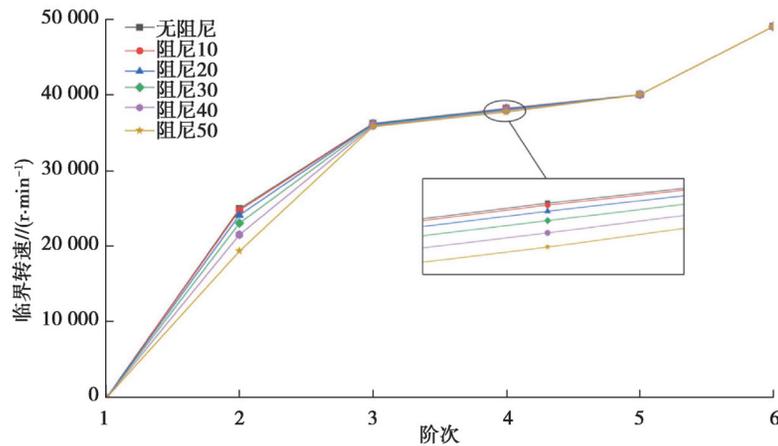


图 8 刚性支撑下不同阻尼的临界转速

Fig. 8 Critical speed with different damping under rigid support

### 3 不平衡激励下高速长轴转子系统谐响应分析

高速长轴转子系统在工作过程中,常常处于一个温度场、流场、力场等多个物理场耦合作用下的复杂环境,系统会受到非定压力场和不平衡的激励,进而引起不平衡响应,因此通过 Ansys Workbench 来进行谐响应分析,计算高速长轴转子系统在不同不平衡激励下的振动情况。在导入有限元的模型上添加一个偏心质量来模拟系统的不平衡,以动平衡精度为依据计算不平衡量的许用值,并以此为载荷进行谐响应分析。

根据动平衡精度理论,有

$$m_{\text{per}} = M \times G \times \frac{60}{2\pi r n} \quad (3)$$

式中: $G$ 为动平衡精度; $n$ 为工作设计转速; $M$ 为系统总质量; $r$ 为校正半径; $m_{\text{per}}$ 为最大剩余不平衡量。

#### 3.1 不同位置处的谐响应结果

本次采用的 Workbench 完全法进行谐响应分析求解。系统在动平衡精度  $G_{6.3}$  为 6.3 mm/s、 $n$  为 8 000 r/min、 $M$  为 100 kg、 $r$  为 100 mm、 $m_{\text{per}}$  为 0.007 8 kg、偏心距为 0.001 mm 的载荷条件下,设定频率求解范围为 400~850 Hz,运算次数为 50,分别取超越离合器右端面 and 3 个齿轮的圆柱面为响应面,得到的结果如图 9 所示。

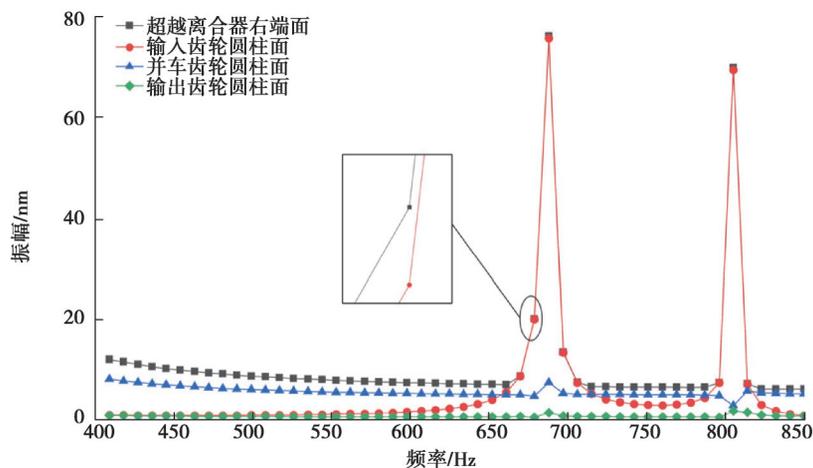


图 9 高速长轴转子系统不同位置振动情况

Fig. 9 High-speed long-shaft rotor system vibration at different positions

分析位移响应-频率曲线可以发现:激振力在超越离合器右端面、输入齿轮圆柱面、并车齿轮圆柱面、输出齿轮圆柱面 4 个位置引起的响应基本一致,都刚好在 666 Hz 和 816 Hz 附近处出现 2 个波峰或者波谷,对应了系统在刚性支撑下第五阶和第六阶固有频率分布位置。此时,系统发生共振,响应幅值也剧增。这符合系统动力学特性,也证明对系统固有频率计算的准确性。

### 3.2 不同不平衡激励下的谐响应结果

图10为不平衡激励对高速长轴转子系统振动的影响,分别采用偏心距为0.001、0.002、0.003、0.004、0.005 mm时的不平衡激励对该系统进行谐响应分析。从图中可以看出,激振力引起的位移响应基本一致,都刚好在666 Hz和816 Hz附近处出现2个波峰,对应了系统在第五阶和第六阶固有频率分布位置。此时,系统发生共振,响应幅值也剧增。此外,随着偏心距的增大,不平衡激励也逐渐变大,在图中对应的位移幅值也在不断增加,说明不平衡激励对高速长轴转子系统的振动有较大影响,在实际工程中需要考虑不平衡激励的干扰。

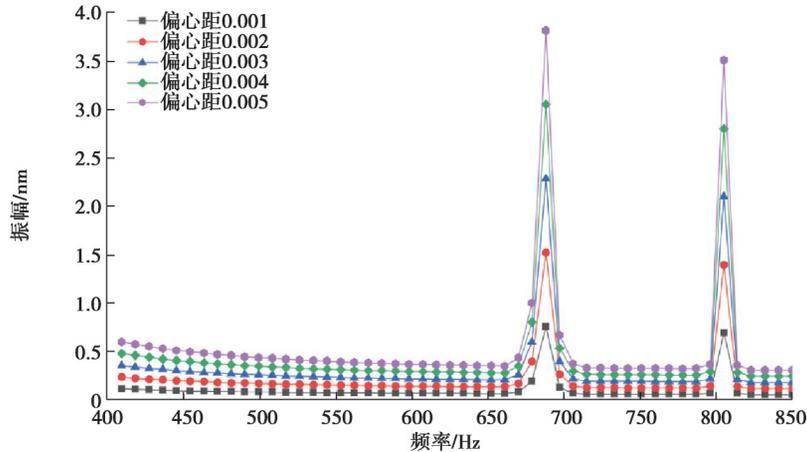


图10 不平衡激励对高速长轴转子系统振动影响

Fig. 10 Vibration effects of unbalanced excitation on high-speed long-shaft rotor systems

### 3.3 不同轴承阻尼下的谐响应结果

改变轴承阻尼,在采用刚性支撑的条件下,将高速长轴转子系统在轴承阻尼为10、20、30、40、50 N·s/mm 时进行谐响应分析,同时施加了大小为4 453 800 N·mm的扭矩,得到不同轴承阻尼下高速长轴转子系统振动规律,如图11所示。激振力引起的位移响应基本一致,都刚好在666 Hz和816 Hz附近处出现2个波峰,对应了系统在第五阶和第六阶固有频率分布位置。此时,系统发生共振,响应幅值也剧增。与3.2节响应结果对比可以看出,扭矩对系统响应幅值影响极大。此外,随着轴承阻尼的增大,振幅均呈现增大的趋势,高速长轴转子系统振动愈加剧烈。说明轴承阻尼对高速长轴转子系统也有较大影响,要综合考虑轴承阻尼对系统临界转速和振动的影响情况,进而合理地选用轴承来有效避免共振。

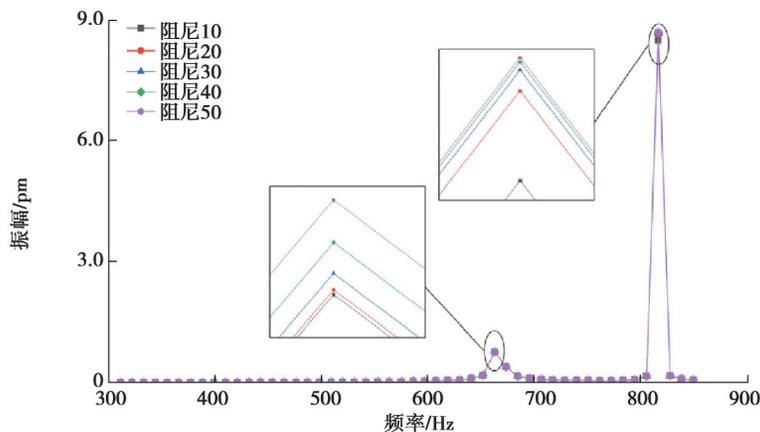


图11 轴承阻尼对高速长轴转子系统振动影响

Fig. 11 Bearing damping effects on vibration of high-speed long-shaft rotor systems

## 4 结论

1)以某型航空无人机高速长轴转子系统为对象,考虑轴承支承刚度和阻尼,建立了航空高速长轴转子系统动力学模型和有限元模型,为后续在典型工况下分析临界转速和谐响应奠定基础。

2)考虑支撑时,系统在轴承为刚性支撑时的临界转速远高于轴承为柔性支撑时的临界转速;系统在轴承

同为刚性支撑下,考虑轴承阻尼时,临界转速随着阻尼的增大而减小,特别是在前 3 阶尤为明显,而随着阶次越高,轴承阻尼对临界转速的影响也逐渐减小。

3)在不平衡量作用下,整个高速长轴转子系统在不同位置处谐响应基本一致;随着不平衡量的增大,系统响应幅值也在不断地增大;考虑轴承阻尼时,随着阻尼的增大,系统响应幅值均呈现增大的趋势,在实际工程中,要综合考虑支撑形式和轴承阻尼,进而合理地选用轴承来有效避免共振。

## 参考文献

- [ 1 ] Song H Q, Zhang J F, Zhang F. Rotor strength and critical speed analysis of a vertical long shaft fire pump connected with different shaft lengths[J]. Scientific Reports, 2022(12): 9351.
- [ 2 ] De Felice A, Sorrentino S. Damping and gyroscopic effects on the stability of parametrically excited continuous rotor systems [J]. Nonlinear Dynamics, 2021, 103(4): 3529-3555.
- [ 3 ] Wang D X, Wang N X, Chen K S. Unbalance response of a magnetic suspended dual-rotor system[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 2019, 233(15): 5758-5772.
- [ 4 ] Mercier A, Jezequel L, Besset S, et al. Nonlinear analysis of the friction-induced vibrations of a rotor-stator system[J]. Journal of Sound and Vibration, 2019, 443: 483-501.
- [ 5 ] Zeng Z K, Zhang D Y, He T, et al. Experimental investigation for the dynamic mechanical properties of a vertical anisotropically supported rotor[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2023, 184: 109678.
- [ 6 ] Kheladi Z, Hamza-Cherif S M, Ghernaout M E A. Critical speeds analysis of spinning laminated composite shaft based on isogeometric analysis[J]. International Journal for Computational Methods in Engineering Science and Mechanics, 2022, 23(6): 487-509.
- [ 7 ] Tchomeni B X, Alugongo A. Theoretical and experimental analysis of an unbalanced and cracked cardan shaft in the vicinity of the critical speed[J]. Mathematical Models in Engineering, 2020, 6(1): 34-49.
- [ 8 ] Liu D, Ding S C, Wang Z, et al. Transient response and critical speed analysis of large vertical volute pump[J]. IOP Conference Series: Earth and Environmental Science, 2018, 163: 012048.
- [ 9 ] 倪德,朱如鹏,陆凤霞,等.考虑空间机动飞行的直升机尾传动轴建模与临界转速分析[J].航空动力学报,2015,30(6):1520-1528.  
Ni D, Zhu R P, Lu F X, et al. Modeling and analysis of critical speed for tail drive shaft of helicopter considering space maneuvering flight[J]. Journal of Aerospace Power, 2015, 30(6): 1520-1528.(in Chinese)
- [ 10 ] 喻丽华,谢庆生,李少波,等.高速气浮电主轴转子系统不平衡响应分析[J].重庆大学学报,2014,37(9):18-25.  
Yu L H, Xie Q S, Li S B, et al. Unbalance response analysis of high speed aerostatic motorized spindle rotor system[J]. Journal of Chongqing University, 2014, 37(9): 18-25.(in Chinese)
- [ 11 ] 刘准,廖明夫,邓旺群,等.带有挤压油膜阻尼器的转子系统动力学相似设计[J].航空动力学报,2023,38(3):546-557.  
Liu Z, Liao M F, Deng W Q, et al. Similar design of rotor system dynamics with extruded oil film dampers[J]. Journal of Aerodynamics, 2023, 38(3):546-557. (in Chinese)
- [ 12 ] 孟凯林.航空轴向柱塞泵湿转子系统临界转速及不平衡响应分析[D].秦皇岛:燕山大学,2019.  
Meng K L. Critical speed and unbalanced response analysis of wet rotor system of aviation axial piston pump[D]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2019. (in Chinese)
- [ 13 ] 陈雪莲,曾劲,马辉,等.叶片脱落诱发的转子-盘片系统不平衡响应分析[J].航空发动机,2020,46(4):52-57.  
Chen X L, Zeng J, Ma H, et al. Analysis of unbalanced response of rotor-disk-blades system induced by blade loss[J]. Aeroengine, 2020, 46(4): 52-57.(in Chinese)
- [ 14 ] 程浩,张爱强,倪德,等.计及陀螺效应的高速齿轮轴系涡动现象及临界转速分析[J].机械科学与技术,2023,42(2):173-180.  
Cheng H, Zhang A Q, Ni D, et al. Analysis of vortex phenomenon and critical speed of high-speed gear shaft system with gyroscopic effect[J]. Mechanical Science and Technology, 2023, 42(2):173-180. (in Chinese)
- [ 15 ] 邓旺群,王楨,舒斯荣,等.涡轴发动机细长柔性转子动力特性及高速动平衡技术研究[J].振动与冲击,2012,31(7):162-165,170.  
Deng W Q, Wang Z, Shu S R, et al. Dynamic characteristics and high speed dynamic balance technique for a power turbine rotor of a turbo-shaft engine[J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(7): 162-165, 170.(in Chinese)

(编辑 詹燕平)