

doi: 10.11835/j.issn.1000-582X.2025.05.009

引用格式: 张继伟, 蹇开林. 基于自适应超螺旋滑模的四旋翼飞行器控制系统设计[J]. 重庆大学学报, 2025, 48(5): 105-116.



# 基于自适应超螺旋滑模的四旋翼飞行器控制系统设计

张继伟, 蹇开林

(重庆大学 航空航天学院, 重庆 400044)

**摘要:**为了提升四旋翼飞行器在干扰环境中的飞行稳定性,充分考虑四旋翼飞行器欠驱动、强耦合以及非线性的复杂特性,设计了一种基于自适应超螺旋滑模控制(Adaptive super-twisting sliding mode control, ASTSMC)方法的四旋翼飞行器双闭环控制系统。首先,将飞行器的控制系统分为外环位置控制和内环姿态控制2个部分,内外环均采用超螺旋滑模控制方法,以减弱传统滑模控制中的抖振。针对飞行过程中可能遇到的未知干扰,引入干扰自适应律对控制输入进行补偿,确保在低控制增益下系统的稳定性,进一步减弱抖振。最后,使用Lyapunov稳定性理论对所设计的控制系统进行了稳定性证明,并通过Matlab仿真进行了验证。仿真结果表明,该控制系统不仅具有良好的鲁棒性、控制精度及轨迹跟踪性能,还能够有效抑制系统的抖振。

**关键词:**四旋翼飞行器; 内外环结构; 超螺旋滑模控制; 自适应控制

中图分类号: TH11

文献标志码: A

文章编号: 1000-582X(2025)05-105-12

## Design of a quadcopter control system based on adaptive super-twisting sliding mode

ZHANG Jiwei, JIAN Kailin

(College of Aerospace Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China)

**Abstract:** To improve the flight stability of quadcopters in interference-prone environments, the under actuated strong coupling and nonlinear characteristics of the system were fully considered, and a dual closed-loop control system based on the adaptive super-twisting sliding mode method was proposed. First, the control system was structured into an outer loop for position control and an inner loop for attitude control, both designed using the super-twisting sliding mode control method, effectively reducing the chattering typically caused by conventional sliding mode control approach. Then, an adaptive disturbance compensation law was introduced to counteract unknown external disturbances, enabling the controller to maintain the stability of the closed-loop system with reduced control gain, thereby further minimizing chattering. Finally, the stability of the proposed control system was theoretically validated using Lyapunov stability theory, and its performance was verified through simulations conducted in MATLAB. The simulation results show that the designed control system offers strong robustness, high control accuracy, and effective trajectory tracking performance while significantly suppressing system chattering.

**Keywords:** quadcopter; inner and outer ring structure; super-twisting sliding mode control; adaptive control

收稿日期: 2024-12-16

基金项目: 中央高校基本科研业务费资助项目(2024CDJGF-006)。

Supported by the Fundamental Research Funds for the Central Universities(2024CDJGF-006).

作者简介: 张继伟(1997—), 男, 硕士研究生, 主要从事结构动力学方向研究, (E-mail)zhangjw@qq.com。

通信作者: 蹇开林, 男, 教授, 博士生导师, (E-mail) cqjian@cqu.edu.cn。

四旋翼飞行器以出色的机动性、垂直起降的能力以及结构的简便性,在军事及民用领域应用广泛,包括抗震救灾、环境勘查、航空摄影以及特高压电力线路巡检等多个方面,成为近年来的研究热点。由于任务环境的多样性以及四旋翼飞行器固有的非线性、强耦合、欠驱动以及易受干扰的特点,其控制系统的设计面临挑战。

随着控制理论的深入发展,已经有多种控制方法被广泛应用于四旋翼飞行器的控制系统中。当前,常见的控制方法有 PID 控制<sup>[1]</sup>、模糊自适应控制<sup>[2]</sup>、Backstepping 反步控制<sup>[3]</sup>以及滑模控制<sup>[4]</sup>等。PID 控制具有结构简单、有一定鲁棒性和易于实现等优点,但应对干扰的能力一般;自适应控制对于带有不确定性和未知参数的飞行器控制系统有较好的控制效果<sup>[5]</sup>;滑模控制具有对满足匹配条件的参数变化和外部扰动鲁棒性强,对飞行器模型精度要求低等特点<sup>[6]</sup>。王辰璐等<sup>[7]</sup>基于反步滑模控制,设计了一种有限时间终端滑模控制器。吴梅等<sup>[8]</sup>基于所建立的四旋翼飞行器非线性模型,采用反步滑模控制方法设计了四旋翼飞行器轨迹跟踪控制器,并采用内外双回路结构分别控制姿态和位置。肖祖铭等<sup>[9]</sup>基于干扰观测器的四旋翼飞行器姿态运动系统最优滑模控制方法,结合干扰观测器的输出,通过积分滑模控制对不匹配的复合干扰进行补偿,随后使用 SDRE(state-dependent riccati equation)控制方法实现了四旋翼飞行器姿态的最优控制。丁力等<sup>[10]</sup>针对存在阵风干扰及未建模特性下的四旋翼飞行器轨迹跟踪控制,基于非线性滑模控制方法,结合条件积分思想及 Lyapunov 稳定性理论设计了一种位姿双环条件积分滑模控制器。

在四旋翼飞行器的非线性控制方法中,滑模控制应用较为广泛,但在实际应用过程中,状态点在滑模流形  $s = 0$  上沿着滑模流形到达平衡点的过程中,由于  $s$  符号变化时刻与控制切换时刻存在延迟,使得状态点反复穿越滑模流形,从而导致控制器产生抖振,影响系统性能<sup>[11]</sup>。减弱抖振的方法主要有采用陡峭的饱和函数替代符号函数<sup>[12]</sup>、高阶滑模控制<sup>[13]</sup>等。在高阶滑模控制方法中,超螺旋滑模的应用相对更加广泛,通过引入积分项,利用积分本身的滤波功能,实现对控制器抖振的抑制。

蔡运颂等<sup>[14]</sup>设计了一种新型的分尺度自适应超螺旋控制算法,通过分尺度自适应控制器产生不同时间尺度上的快、慢控制律,实现了四旋翼飞行器奇异摄动多智能体模型中的分尺度精确控制。Kuchwa-Dube 等<sup>[15]</sup>设计了基于自适应超螺旋滑模控制方法的四旋翼飞行器高度和姿态跟踪控制器,在干扰情况下,表现出良好的跟踪效果和更少的抖振。林旭梅等<sup>[16]</sup>设计了内环自适应鲁棒滑模控制,外环鲁棒控制的双闭环四旋翼飞行器控制系统,有效提高了飞行器对外界扰动和模型不确定性的鲁棒性。然而,上述研究集中于四旋翼飞行器的姿态与高度控制问题,未充分考虑平面位置的控制设计。梁洪基等<sup>[17]</sup>对经典超螺旋滑模控制方法进行改进,针对复合干扰导数上界存在但未知的情况,设计自适应律对控制器参数进行调节,实现了对四旋翼飞行轨迹的快速稳定跟踪。尽管该研究通过自适应调整控制器参数来优化性能,但仍存在调节控制增益过大的可能,会对抑制抖振的效果产生不利影响。岳晓奎等<sup>[18]</sup>针对超高速飞行器多源扰动下高精强鲁棒控制需求,基于经典超螺旋滑模控制方法,引入高阶齐次观测器估计飞行器的复杂扰动,并在控制律中作前馈补偿,再基于模糊算法,建立了控制增益自适应律,有效提高了控制系统的鲁棒性与抖振抑制效果。

文中针对滑模控制方法在四旋翼飞行器轨迹跟踪控制中面临的未知干扰问题,对经典超螺旋滑模控制方法进行改进,将经典超螺旋滑模控制与自适应控制结合,设计了一种基于自适应超螺旋滑模控制方法的双闭环控制系统,在干扰导数未知的情况下,建立未知扰动的自适应律,对控制器的输入进行动态补偿,为四旋翼飞行器在轨迹跟踪控制方面提供了一种有效方案。

## 1 四旋翼飞行器动力学模型的建立

通常采用 2 组常用的空间坐标系描述四旋翼飞行器,即地面坐标系和机体坐标系,如图 1 所示。一是 ENU 地面坐标系:坐标原点  $o_e$  为地面上任选一点,  $x_e$  轴在水平面内指向东方向,  $z_e$  轴垂直于地面向上,  $o_e$ ,  $x_e$ ,  $y_e$  为水平面,符合右手定则;二是机体坐标系:坐标原点  $o_b$  为飞行器质心,  $x_b$  轴指向机体右方,  $y_b$  轴指向机体的前方,  $z_b$  轴垂直于  $x_b$ ,  $o_b$ ,  $y_b$  面指向飞行器上方,符合右手定则。

地面坐标系和机体坐标系可以相互转换,从机体坐标系到地面坐标系的旋转矩阵可以表示为<sup>[19]</sup>:

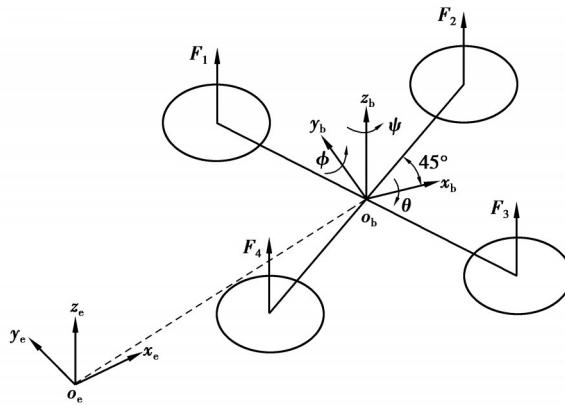


图 1 坐标系转换示意图

Fig. 1 Diagram of Coordinate System Transformation

$$R_b^e = \begin{bmatrix} \cos \phi \cos \psi - \sin \theta \sin \phi \sin \psi & -\cos \theta \sin \psi & \cos \psi \sin \phi + \cos \phi \sin \theta \sin \psi \\ \cos \phi \sin \psi + \cos \psi \sin \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \psi & \sin \phi \sin \psi - \cos \phi \cos \psi \sin \theta \\ -\cos \theta \sin \phi & \sin \theta & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix}. \quad (1)$$

由于四旋翼飞行器建模比较复杂,自身结构和参数存在很多不确定因素,为了方便动力学建模和控制系统设计,在建模之前,有必要对飞行器做出一些合理假设<sup>[6,19]</sup>:

- 1) 飞行器为刚体;
- 2) 飞行器的几何中心与质心一致,惯性积  $I_{xy} = I_{yz} = I_{zx} = 0$ ;
- 3) 飞行器的质量和转动惯量不随时间变化。

根据牛顿-欧拉方程,为了简化控制器的设计过程,合理忽略陀螺效应,在小扰动假设下,近似认为姿态角的变化率与机体的旋转角速度相等,得到飞行器简化的动力学模型<sup>[6]</sup>:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{x} = -\frac{k_{d1}}{m} \dot{x}^2 + \frac{U_1}{m} (\cos \psi \sin \phi + \cos \phi \sin \theta \sin \psi) + d_x, \\ \ddot{y} = -\frac{k_{d2}}{m} \dot{y}^2 + \frac{U_1}{m} (\sin \phi \sin \psi - \cos \phi \cos \psi \sin \theta) + d_y, \\ \ddot{z} = -\frac{k_{d3}}{m} \dot{z}^2 - g + \frac{U_1}{m} \cos \theta \cos \phi + d_z, \\ \ddot{\theta} = \frac{I_y - I_z}{I_x} \dot{\phi} \dot{\psi} - \frac{k_{d4}}{I_x} \dot{\theta}^2 + \frac{U_2}{I_x} + d_\theta, \\ \ddot{\phi} = \frac{I_z - I_x}{I_y} \dot{\theta} \dot{\psi} - \frac{k_{d5}}{I_y} \dot{\phi}^2 + \frac{U_3}{I_y} + d_\phi, \\ \ddot{\psi} = \frac{I_x - I_y}{I_z} \dot{\theta} \dot{\phi} - \frac{k_{d6}}{I_z} \dot{\psi}^2 + \frac{U_4}{I_z} + d_\psi, \end{array} \right. \quad (2)$$

式中: $x, y$  和  $z$  表示飞行器在地面坐标系下的质心位置; $\theta, \phi$  和  $\psi$  表示飞行器的俯仰角、滚转角和偏航角; $k_{d1}$ 、 $k_{d2}$  和  $k_{d3}$  表示空气阻力系数, $k_{d4}, k_{d5}$  和  $k_{d6}$  表示飞行阻力矩系数,对于飞行器小角度的姿态变化,可假设保持不变; $U_i (i=1\sim 4)$  表示控制输入量; $I_x, I_y$  和  $I_z$  表示绕相应轴的转动惯量; $m$  为飞行器的质量; $g$  为重力加速度,取  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ; $d_x, d_y, d_z$  为飞行器在  $x, y, z$  轴方向上的未知干扰; $d_\theta, d_\phi, d_\psi$  为绕机体  $x, y, z$  轴旋转方向上的未知干扰。

## 2 控制系统设计

### 2.1 控制结构

控制系统设计为内外环结构,外环为位置控制,内环为姿态控制,均使用自适应超螺旋滑模控制方法。由于位置和姿态存在耦合关系,姿态环期望的  $\theta_d$  和  $\phi_d$  由期望的  $x_d$  和  $y_d$  反解得到,以实现对控制系统的解耦,

控制系统的具体结构如图2所示。

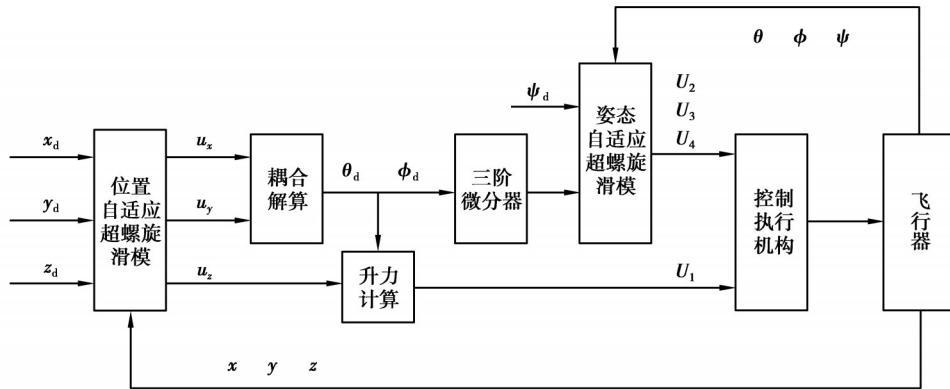


图2 控制结构示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the control structure

## 2.2 内外环控制系统设计

### 2.2.1 外环位置控制器设计

首先,定义 $x_d$ 、 $y_d$ 和 $z_d$ 为飞行器在 $x$ 轴、 $y$ 轴和 $z$ 轴方向上的期望位置, $x$ 、 $y$ 和 $z$ 为飞行器在 $x$ 轴、 $y$ 轴和 $z$ 轴方向上的实际位置。引入中间控制量 $u_x$ 、 $u_y$ 和 $u_z$ ,并对飞行器的位置动力学方程进行如下转换:

$$\begin{cases} u_x = m\ddot{x} + k_{d1}\dot{x}^2 - md_x = U_1(\cos\psi\sin\phi + \cos\phi\sin\theta\sin\psi), \\ u_y = m\ddot{y} + k_{d2}\dot{y}^2 - md_y = U_1(\sin\phi\sin\psi - \cos\phi\cos\psi\sin\theta), \\ u_z = m(\ddot{z} + g) + k_{d3}\dot{z}^2 - md_z = U_1\cos\theta\cos\phi. \end{cases} \quad (3)$$

设计线性滑模面为

$$\begin{cases} s_x = c_x e_x + \dot{e}_x, \\ s_y = c_y e_y + \dot{e}_y, \\ s_z = c_z e_z + \dot{e}_z. \end{cases} \quad (4)$$

式中, $c_x$ 、 $c_y$ 和 $c_z$ 须满足Hurwitz条件,即大于0。

对滑模面进行一阶求导:

$$\begin{cases} \dot{s}_x = c_x \dot{e}_x + \ddot{e}_x, \\ \dot{s}_y = c_y \dot{e}_y + \ddot{e}_y, \\ \dot{s}_z = c_z \dot{e}_z + \ddot{e}_z. \end{cases} \quad (5)$$

以位置控制器的 $x$ 方向为例,对控制器的设计进行详细推导和稳定性证明。

定义 $e_x = x_d - x$ 为 $x$ 跟踪误差, $\dot{e}_x = \dot{x}_d - \dot{x}$ 为 $x$ 跟踪误差的一阶导数, $\ddot{e}_x = \ddot{x}_d - \ddot{x}$ 为 $x$ 跟踪误差的二阶导数。则有:

$$\dot{s}_x = c_x \dot{e}_x + \ddot{e}_x. \quad (6)$$

将式(3)中的 $u_x = m\ddot{x} + k_{d1}\dot{x}^2 - md_x$ 代入(6)式可得:

$$\dot{s}_x = c_x \dot{e}_x + \ddot{x}_d - \frac{1}{m}(u_x - k_{d1}\dot{x}^2) - d_{x0}. \quad (7)$$

经典超螺旋滑模控制(super-twisting sliding mode control, STSMC)方法的表达式为<sup>[20]</sup>

$$\begin{cases} \dot{s} = -\varepsilon |s|^{1/2} \text{sign}(s) + v, \\ \dot{v} = -\alpha \text{sign}(s) + d, \end{cases} \quad (8)$$

式中: $\varepsilon$ 、 $\alpha$ 为大于0的控制参数; $d$ 为有界未知干扰的一阶导数。设 $\bar{d}$ 为 $d$ 的上界,有参数选取标准之一为:  
 $\varepsilon > \sqrt{\alpha + \bar{d}}$ ,  $\alpha > \bar{d}$ <sup>[21]</sup>。

当 $\alpha > \bar{d}$ 时,式(8)可写为式(9)的形式:

$$\begin{cases} \dot{s} = -\varepsilon |s|^{1/2} \operatorname{sign}(s) + v, \\ \dot{v} = -\alpha \operatorname{sign}(s). \end{cases} \quad (9)$$

设计位置控制器的  $x$  方向的超螺旋滑模控制律为

$$\begin{cases} \dot{s}_x = -\varepsilon_x |s_x|^{1/2} \operatorname{sign}(s_x) + v_x, \\ \dot{v}_x = -\alpha_x \operatorname{sign}(s_x). \end{cases} \quad (10)$$

为了进一步提高控制系统的收敛速度, 在  $\dot{s}_x$  式中增加指数趋近项  $k_x s_x$ , 由式(7)和式(10)可得:

$$c_x \dot{e}_x + \ddot{x}_d - \frac{1}{m} (u_x - k_{d1} \dot{x}^2) - d_x = -k_x s_x - \varepsilon_x |s_x|^{1/2} \operatorname{sign}(s_x) + v_x, \quad (11)$$

设计  $x$  轴方向的控制输入  $u_x$  为

$$u_x = m \left( c_x \dot{e}_x + \ddot{x}_d - d_x + k_x s_x + \varepsilon_x |s_x|^{1/2} \operatorname{sign}(s_x) - v_x \right) + k_{d1} \dot{x}^2. \quad (12)$$

未知干扰自适应律设计:

在式(12)中, 存在未知干扰  $d_x$ , 定义  $\hat{d}_x$  为未知干扰  $d_x$  的估计值,  $\tilde{d}_x = d_x - \hat{d}_x$  为干扰估计误差。在干扰变化缓慢的条件下, 有  $\dot{\tilde{d}}_x = -\dot{\hat{d}}_x$ , 用干扰估计值  $\hat{d}_x$  替代式(12)中的  $d_x$ , 式(12)改写为

$$u_x = m \left( c_x \dot{e}_x + \ddot{x}_d - \hat{d}_x + k_x s_x + \varepsilon_x |s_x|^{1/2} \operatorname{sign}(s_x) - v_x \right) + k_{d1} \dot{x}^2. \quad (13)$$

设计 Lyapunov 函数  $V_x$  对控制器进行稳定性证明<sup>[22]</sup>:

$$V_x = \frac{1}{2} s_x^2 + \frac{1}{2\zeta_x} \tilde{d}_x^2, \quad (14)$$

对  $V_x$  求导得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_x &= s_x \dot{s}_x - \frac{1}{\zeta_x} \tilde{d}_x \dot{\tilde{d}}_x = \\ &= s_x \left( c_x \dot{e}_x + \ddot{x}_d - \frac{1}{m} (u_x - k_{d1} \dot{x}^2) - d_x \right) - \frac{1}{\zeta_x} \tilde{d}_x \dot{\tilde{d}}_x = \\ &= s_x \left( -k_x s_x - \varepsilon_x |s_x|^{1/2} \operatorname{sign}(s_x) + v_x + \hat{d}_x - d_x \right) - \frac{1}{\zeta_x} \tilde{d}_x \dot{\tilde{d}}_x = \\ &= s_x \left( -k_x s_x - \varepsilon_x |s_x|^{1/2} \operatorname{sign}(s_x) + v_x \right) + \tilde{d}_x \left( -s_x - \frac{1}{\zeta_x} \dot{\tilde{d}}_x \right). \end{aligned} \quad (15)$$

当  $-s_x - \frac{1}{\zeta_x} \dot{\tilde{d}}_x = 0$  时, 系统满足  $V_x$  正定且径向无界,  $\dot{V}_x$  负定的 Lyapunov 稳定性条件, 表示控制系统可以在有干扰的情况下渐近稳定, 设计  $x$  方向的未知干扰自适应律为

$$\hat{d}_x = - \int s_x \zeta_x. \quad (16)$$

同理, 可以求得位置控制器  $y$  方向和  $z$  方向的超螺旋滑模控制律为

$$\begin{cases} u_y = m \left( c_y \dot{e}_y + \ddot{y}_d - \hat{d}_y + k_y s_y + \varepsilon_y |s_y|^{1/2} \operatorname{sign}(s_y) - v_y \right) + k_{d2} \dot{y}^2, \\ u_z = m \left( c_z \dot{e}_z + \ddot{z}_d - \hat{d}_z + k_z s_z + \varepsilon_z |s_z|^{1/2} \operatorname{sign}(s_z) - v_z + g \right) + k_{d3} \dot{z}^2. \end{cases} \quad (17)$$

未知干扰自适应律为

$$\begin{cases} \hat{d}_y = - \int s_y \zeta_y, \\ \hat{d}_z = - \int s_z \zeta_z. \end{cases} \quad (18)$$

将式(3)中  $x_b$  的表达式联立求解出俯仰角和滚转角的期望值以及飞行器总升力

$$\theta_d = \arctan \frac{u_x \sin \psi - u_y \cos \psi}{u_z}. \quad (19)$$

$$\phi_d = \arctan \frac{\cos \theta_d (u_x \cos \psi + u_y \sin \psi)}{u_z}. \quad (20)$$

$$U_1 = \frac{u_z}{\cos \theta_d \cos \phi_d} \circ \quad (21)$$

### 2.2.2 内环姿态控制器设计

内环回路以俯仰控制为例,对控制器的设计进行详细推导和稳定性证明。由前文建立的动力学模型可知飞行器俯仰角的动力学方程为

$$\ddot{\theta} = \frac{I_y - I_z}{I_x} \dot{\phi} \dot{\psi} - \frac{k_{d4}}{I_x} \dot{\theta}^2 + \frac{U_2}{I_x} + d_\theta \circ \quad (22)$$

设计线性滑模面为

$$s_\theta = c_\theta e_\theta + \dot{e}_\theta \circ \quad (23)$$

式中,  $c_\theta$  须满足 Hurwitz 条件, 即大于 0。

对式(23)进行一阶求导:

$$\dot{s}_\theta = c_\theta \dot{e}_\theta + \ddot{e}_\theta \circ \quad (24)$$

定义  $e_\theta = \theta_d - \theta$  为俯仰角跟踪误差,  $\dot{e}_\theta = \dot{\theta}_d - \dot{\theta}$  为俯仰角跟踪误差的一阶导数,  $\ddot{e}_\theta = \ddot{\theta}_d - \ddot{\theta}$  为俯仰角跟踪误差的二阶导数。

由式(22)和式(24)可得:

$$\dot{s}_\theta = c_\theta \dot{e}_\theta + \ddot{\theta}_d - \left( \frac{I_y - I_z}{I_x} \dot{\phi} \dot{\psi} - \frac{k_{d4}}{I_x} \dot{\theta}^2 + \frac{U_2}{I_x} + d_\theta \right) \circ \quad (25)$$

使用与 2.2.1 节相同的方法进行控制器的设计, 设计俯仰角的控制输出  $U_2$  为

$$U_2 = I_x \left[ c_\theta \dot{e}_\theta + \ddot{\theta}_d - \hat{d}_\theta + k_\theta s_\theta + \varepsilon_\theta |s_\theta|^{1/2} \text{sign}(s_\theta) - v_\theta \right] - (I_y - I_z) \dot{\phi} \dot{\psi} + k_{d4} \dot{\theta}^2 \circ \quad (26)$$

设计 Lyapunov 函数  $V_\theta$  对控制器进行稳定性证明:

$$V_\theta = \frac{1}{2} s_\theta^2 + \frac{1}{2\zeta_\theta} \tilde{d}_\theta^2 \circ \quad (27)$$

对  $V_\theta$  求导得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_\theta &= s_\theta \dot{s}_\theta - \frac{1}{\zeta_\theta} \tilde{d}_\theta \dot{\tilde{d}}_\theta = \\ &= s_\theta \left[ c_\theta \dot{e}_\theta + \ddot{\theta}_d - \left( \frac{I_y - I_z}{I_x} \dot{\phi} \dot{\psi} - \frac{k_{d4}}{I_x} \dot{\theta}^2 + \frac{U_2}{I_x} + d_\theta \right) \right] - \frac{1}{\zeta_\theta} \tilde{d}_\theta \dot{\tilde{d}}_\theta = \\ &= s_\theta \left( -k_\theta s_\theta - \varepsilon_\theta |s_\theta|^{1/2} \text{sign}(s_\theta) + v_\theta + \hat{d}_\theta - d_\theta \right) - \frac{1}{\zeta_\theta} \tilde{d}_\theta \dot{\tilde{d}}_\theta = \\ &= s_\theta \left( -k_\theta s_\theta - \varepsilon_\theta |s_\theta|^{1/2} \text{sign}(s_\theta) + v_\theta \right) + \tilde{d}_\theta \left( -s_\theta - \frac{1}{\zeta_\theta} \dot{\tilde{d}}_\theta \right). \end{aligned} \quad (28)$$

当  $-s_\theta - \frac{1}{\zeta_\theta} \dot{\tilde{d}}_\theta = 0$  时, 系统满足  $V_\theta$  正定且径向无界,  $\dot{V}_\theta$  负定的 Lyapunov 稳定性条件, 表示控制系统可以在有干扰的情况下渐近稳定。设计俯仰控制的未知干扰自适应律为

$$\hat{d}_\theta = - \int s_\theta \zeta_\theta \circ \quad (29)$$

同理, 可以求得飞行器滚转和偏航控制的超螺旋滑模控制律为

$$\begin{cases} U_3 = I_y \left( c_\phi \dot{e}_\phi + \ddot{\phi}_d - \hat{d}_\phi + k_\phi s_\phi + \varepsilon_\phi |s_\phi|^{1/2} \text{sign}(s_\phi) - v_\phi \right) - (I_z - I_x) \dot{\theta} \dot{\psi} + k_{d5} \dot{\phi}^2, \\ U_4 = I_z \left( c_\psi \dot{e}_\psi + \ddot{\psi}_d - \hat{d}_\psi + k_\psi s_\psi + \varepsilon_\psi |s_\psi|^{1/2} \text{sign}(s_\psi) - v_\psi \right) - (I_x - I_y) \dot{\theta} \dot{\phi} + k_{d6} \dot{\psi}^2. \end{cases} \quad (30)$$

未知干扰自适应律为

$$\begin{cases} \hat{d}_\phi = - \int s_\phi \zeta_\phi, \\ \hat{d}_\psi = - \int s_\psi \zeta_\psi. \end{cases} \quad (31)$$

### 2.2.3 三阶跟踪微分器

经过位置控制环耦合解算得到的 $\theta_d$ 和 $\phi_d$ 是不连续的,可以使用式(32)所示的有限时间收敛的三阶跟踪微分器计算 $\theta_d$ 和 $\phi_d$ 的一、二阶导数<sup>[23]</sup>。

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \varepsilon^3 \dot{x}_3 = -2^{3/5} 4 \left( x_1 - v(t) + (\varepsilon x_2)^{9/7} \right)^{1/3} - 4(\varepsilon^2 x_3)^{3/5}, \\ y_1 = x_2, \\ y_2 = x_3. \end{cases} \quad (32)$$

跟踪微分器的参数 $\varepsilon$ 取值越小,对导数的跟踪效果越好,但过小的 $\varepsilon$ 会使二阶导数产生振荡,最终使得控制输入振荡。经过仿真调试,俯仰角和滚转角的微分器参数取值均为: $\varepsilon = 0.2$ 。

## 3 仿真验证

### 3.1 仿真参数

使用Matlab/Simulink搭建仿真控制回路,对文中基于自适应超螺旋滑模控制方法的四旋翼飞行器双闭环控制系统在抗干扰、轨迹跟踪和抖振抑制方面的有效性进行仿真验证。

四旋翼飞行器结构参数如表1所示。

表1 飞行器结构参数  
Table 1 Structural parameters of the aircraft

参数	数值	单位	参数	数值	单位
$m$	6	kg	$k_{d2}$	0.39	N/(m/s) <sup>2</sup>
$I_x$	0.564	kg·m <sup>2</sup>	$k_{d3}$	0.39	N/(m/s) <sup>2</sup>
$I_y$	0.564	kg·m <sup>2</sup>	$k_{d4}$	0.054	N·m <sup>2</sup> /(rad/s) <sup>2</sup>
$I_z$	1.08	kg·m <sup>2</sup>	$k_{d5}$	0.054	N·m <sup>2</sup> /(rad/s) <sup>2</sup>
$k_{d1}$	0.39	N/(m/s) <sup>2</sup>	$k_{d6}$	0.054	N·m <sup>2</sup> /(rad/s) <sup>2</sup>

控制器的参数首先基于稳定性证明,再采用经验法仿真实验进行整定以进一步优化控制效果,具体参数如表2所示。

表2 控制器参数  
Table 2 Controller parameters

位置控制器						姿态控制器						变量说明
参数			数值			参数			数值			
$c_x$	$c_y$	$c_z$	2	2	1	$c_\theta$	$c_\phi$	$c_\psi$	2	2	2	线性滑模面系数
$\varepsilon_x$	$\varepsilon_y$	$\varepsilon_z$	0.6	0.6	0.6	$\varepsilon_\theta$	$\varepsilon_\phi$	$\varepsilon_\psi$	2	2	2	幂次趋近项系数
$\alpha_x$	$\alpha_y$	$\alpha_z$	1	1	1	$\alpha_\theta$	$\alpha_\phi$	$\alpha_\psi$	0.6	0.6	0.8	积分切换项系数
$\zeta_x$	$\zeta_y$	$\zeta_z$	2	2	2	$\zeta_\theta$	$\zeta_\phi$	$\zeta_\psi$	2	2	2	干扰自适应系数
$k_x$	$k_y$	$k_z$	1	1	2	$k_\theta$	$k_\phi$	$k_\psi$	5	5	4	指数趋近项系数

在双闭环控制系统中,内环的动态性能会影响到外环的稳定性,为了保证整个控制系统的稳定性,一般采用内环收敛速度大于外环收敛速度的方法来保证闭环控制系统的稳定性<sup>[24]</sup>。在设计的控制律中,收敛速度主要取决于指数趋近项 $k$ ,控制系统参数设置为姿态环指数趋近项系数大于位置环指数趋近项系数。

### 3.2 轨迹跟踪仿真实验

四旋翼飞行器的初始状态为 $[x \ y \ z \ \theta \ \phi \ \psi]^T = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ ,期望的飞行轨迹为 $[x_d \ y_d \ z_d \ \psi_d]^T = [3\cos t \ 3\sin t \ 2 + 0.5t \ 45^\circ]^T$ 。

在施加外部干扰时,为了全面评估控制系统的鲁棒性,仿真设置了2种不同强度的干扰。

外部弱扰动为 $d_1:d_x = d_y = d_z = 0.2\sin(t), d_\theta = d_\phi = d_\psi = 0.2\sin(t)$ 。

外部强扰动为 $d_2:d_x = d_y = d_z = \sin(t), d_\theta = d_\phi = d_\psi = \sin(t)$ 。

仿真时间为15 s,控制系统的仿真结果如图3~图7所示。

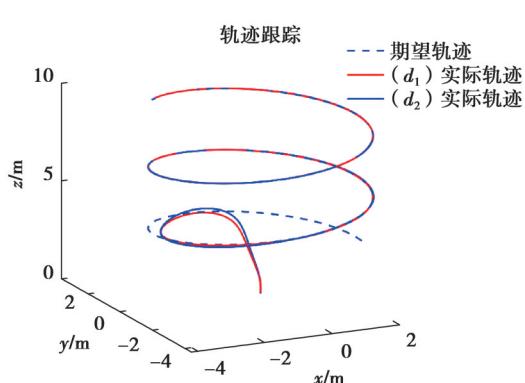


图3 飞行器轨迹跟踪响应曲线

Fig. 3 Aircraft trajectory tracking response curve

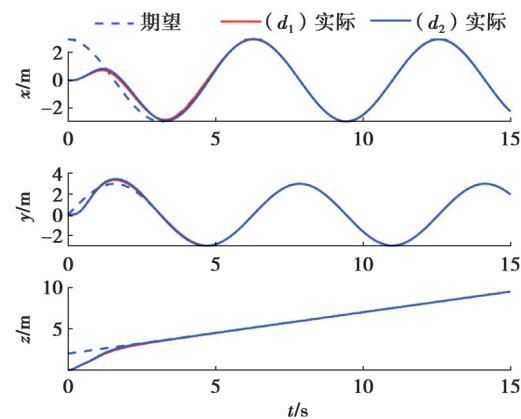


图4 飞行器位置跟踪曲线

Fig. 4 Aircraft position tracking curve

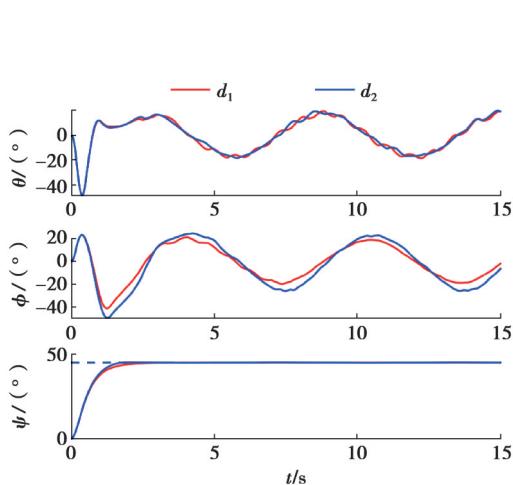


图5 飞行器姿态角变化曲线

Fig. 5 Aircraft attitude angle change curve

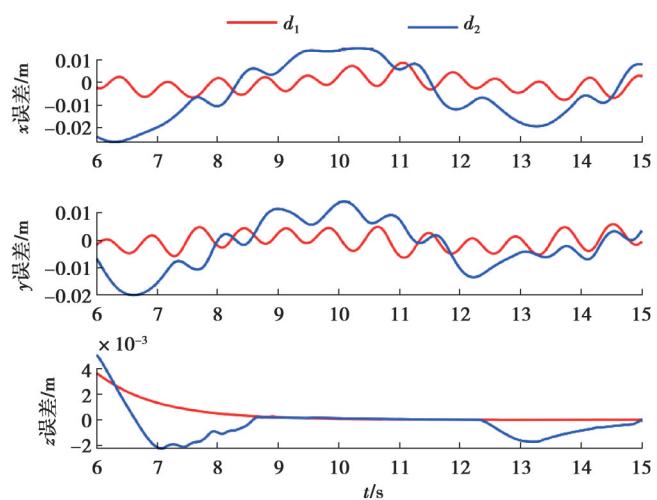


图6 飞行器位置跟踪误差曲线

Fig. 6 Aircraft position tracking error curve

图3和图5分别是在2种扰动情况下,飞行器的轨迹跟踪和姿态角变化的仿真结果。由图可知,2种扰动情况下,飞行器均能在2 s实现轨迹的快速跟踪。在跟踪过程中,飞行器姿态角变化平缓无明显抖动,达到稳定跟踪状态以后,姿态角波动较小,飞行平稳。图4和图6分别是在2种扰动情况下,飞行器的位置跟踪和稳定跟踪状态下的跟踪误差的仿真结果。由图可知,在达到稳定跟踪状态以后,弱扰动状态下,飞行器的跟踪误差很小,具有良好的跟踪精度;强扰动状态下,由于扰动的增强且通过对滑模变量进行积分实现的扰动自

适应律, 会使得扰动调节滞后于当前滑模变量的收敛, 跟踪误差有所增大, 但波动误差仍然在较小的范围内。图 7 是 2 种扰动情况下, 飞行器升力、俯仰力矩、滚转力矩和偏航力矩的输入曲线仿真结果。由图可知, 控制系统的输入连续, 均未产生高频抖振, 文中控制系统在四旋翼飞行器轨迹跟踪方面具有较好的抖振抑制能力。

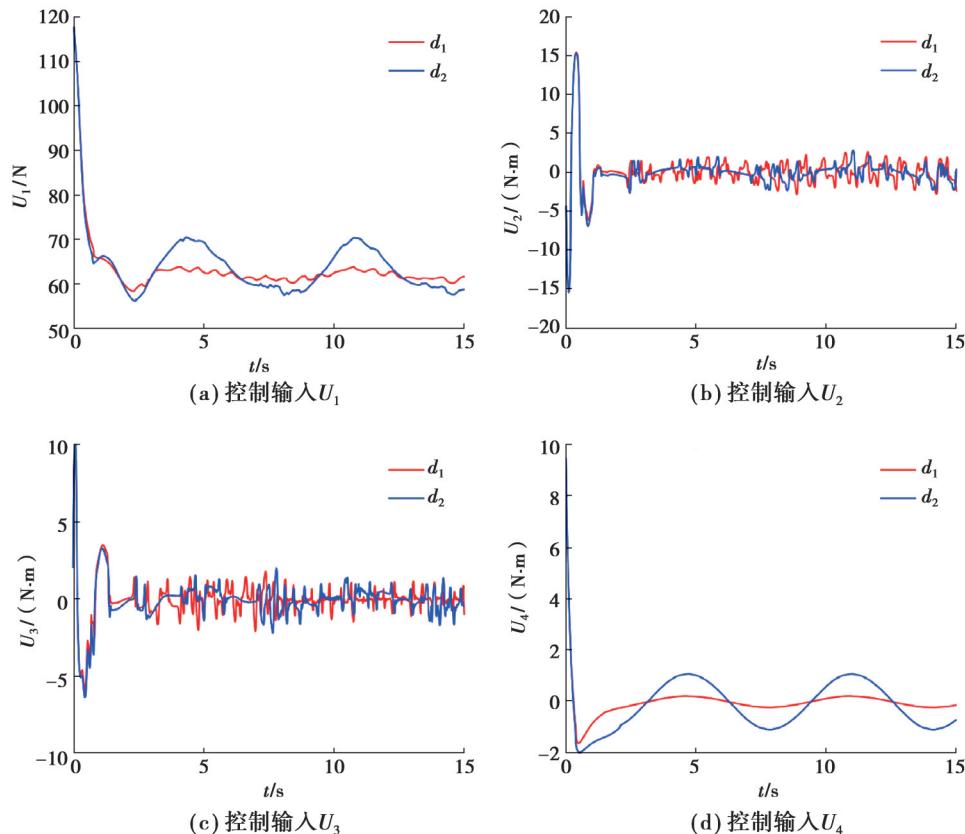


图 7 控制系统输入曲线

Fig. 7 Control system input curve

在外部干扰均为  $d_2$  的情况下, 通过与经典超螺旋滑模控制方法进行仿真对比, 以验证文中自适应超螺旋滑模控制方法的优势。使用经典超螺旋滑模控制方法设计的控制系统的参数结合文献[21]中给出的选取标准和经验法进行仿真整定选取, 具体参数如表 3 所示。

表 3 控制器参数

Table 3 Controller parameters

位置控制器						姿态控制器						变量说明
参数			数值			参数			数值			
$c_x$	$c_y$	$c_z$	2	2	1	$c_\theta$	$c_\phi$	$c_\psi$	2	2	2	线性滑模面系数
$\varepsilon_x$	$\varepsilon_y$	$\varepsilon_z$	1.6	1.6	1.6	$\varepsilon_\theta$	$\varepsilon_\phi$	$\varepsilon_\psi$	2	2	2	幂次趋近项系数
$\alpha_x$	$\alpha_y$	$\alpha_z$	1.2	1.2	1.2	$\alpha_\theta$	$\alpha_\phi$	$\alpha_\psi$	1.2	1.2	1.2	积分切换项系数

仿真时间为 15 s, 控制系统的仿真结果如图 8~图 13 所示。

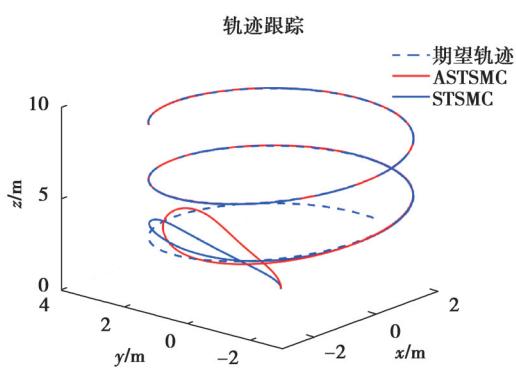


图 8 飞行器轨迹跟踪响应曲线

Fig. 8 Aircraft trajectory tracking response curve

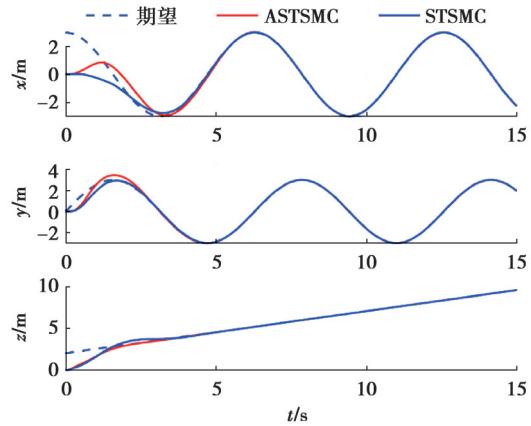


图 9 飞行器位置跟踪曲线

Fig. 9 Aircraft position tracking curve

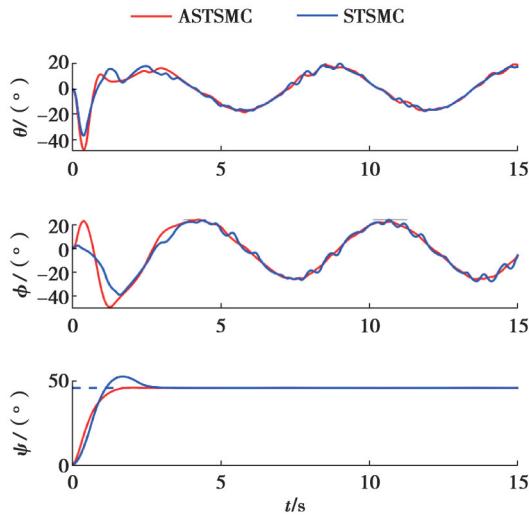


图 10 飞行器姿态角变化曲线

Fig. 10 Aircraft attitude angle change curve

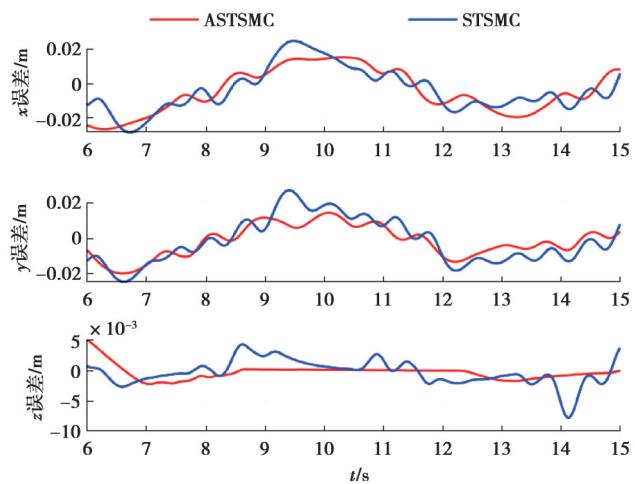


图 11 飞行器位置跟踪误差曲线

Fig. 11 Aircraft position tracking error curve

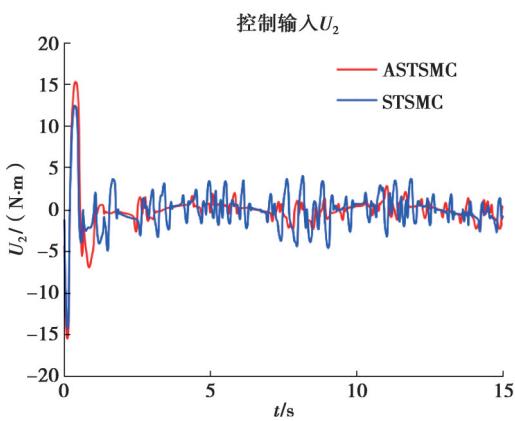


图 12 倾仰角输入曲线

Fig. 12 Pitch angle input curve

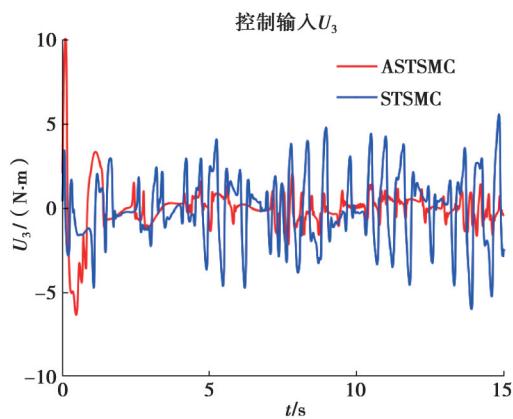


图 13 滚转角输入曲线

Fig. 13 Roll angle input curve

由图可知,在相同外部扰动的情况下,设计的控制系统相较于基于 STSMC 方法的控制系统能够较快地实现轨迹跟踪,在达到稳定跟踪状态以后,姿态角变化连续无明显抖动,飞行平稳,飞行器的跟踪误差较小,控制输入的抖振抑制效果也更好。

## 4 结 论

文中针对四旋翼飞行器的非线性、强耦合的特性,研究了其在未知干扰情况下的轨迹跟踪问题,将控制系统解耦为姿态控制内环和位置控制外环,设计了一种基于自适应超螺旋滑模方法的双闭环控制系统,并通过Matlab仿真验证了设计的控制系统的有效性。结果表明,设计的控制系统能够在干扰情况下,使飞行器保持平稳飞行,同时具有良好的轨迹跟踪效果;此外,在滑模控制的抖振抑制方面效果较好。由于通过对滑模变量进行积分实现的扰动自适应律,会使得扰动调节滞后于当前滑模变量等问题,在强扰动情况下,轨迹跟踪效果欠佳。未来需要进一步优化控制方法对四旋翼飞行器轨迹跟踪问题的适应性。

## 参考文献

- [1] 薛佳乐,程珩.基于串级PID四旋翼飞行器控制系统研究[J].电子技术应用,2017,43(5): 134-137, 142.  
Xue J L, Cheng H. Research and simulation of four rotor aircraft control system based on cascade PID[J]. Application of Electronic Technique, 2017, 43(5): 134-137, 142. (in Chinese)
- [2] 盛广润,高国伟,李璇烨,等.四旋翼飞行器串级模糊自适应PID优化控制系统研究[J].现代电子技术,2020,43(22): 67-71.  
Sheng G R, Gao G W, Li X Y, et al. Design of cascade fuzzy self-adaptive PID optimization control system for four-rotor aircraft[J]. Modern Electronics Technique, 2020, 43(22): 67-71. (in Chinese)
- [3] Mian A A . Modeling and backstepping-based nonlinear control strategy for a 6 DOF quadrotor helicopter[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2008(3): 261-268.
- [4] 刘金琨,孙富春.滑模变结构控制理论及其算法研究与进展[J].控制理论与应用,2007,24(3): 407-418.  
Liu J K, Sun F C. Research and development on theory and algorithms of sliding mode control[J]. Control Theory & Applications, 2007, 24(3): 407-418. (in Chinese)
- [5] 陈增强,王辰璐,李毅,等.基于积分滑模的四旋翼飞行器控制系统设计[J].系统仿真学报,2015,27(9): 2181-2186.  
Chen Z Q, Wang C L, Li Y, et al. Control system design based on integral sliding mode of quadrotor[J]. Journal of System Simulation, 2015, 27(9): 2181-2186. (in Chinese)
- [6] 胡盛斌.非线性欠驱动四旋翼飞行器控制方法设计[M].北京:国防工业出版社,2021.  
Hu S B. Design of control method for nonlinear under-driven quadrotor aircraft[M]. Beijing: Nation Defense Industry Press, 2021. (in Chinese)
- [7] 王辰璐,陈增强,孙明伟.小型四旋翼飞行器的滑模控制[J].中南大学学报(自然科学版),2017,48(4): 1006-1011.  
Wang C L, Chen Z Q, Sun M W. Sliding mode control of a quadrotor helicopete[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2017, 48(4): 1006-1011. (in Chinese)
- [8] 吴梅,涂彪,罗瑜.基于反步滑模法的四旋翼飞行器轨迹跟踪控制[J].飞行力学,2018,36(3): 47-51.  
Wu M, Tu B, Luo Y. Trajectory-tracking control for quad-rotor aircraft based on back-stepping sliding mode[J]. Flight Dynamics, 2018, 36(3): 47-51. (in Chinese)
- [9] 肖祖铭,郭瞻.四旋翼飞行器最优滑模姿态控制[J].机械设计与制造,2022,378(8): 95-98, 103.  
Xiao Z M, Guo Z. Optimal sliding mode control for attitude of quad-rotor aircraft[J]. Machinery Design & Manufacture, 2022, 378(8): 95-98, 103. (in Chinese)
- [10] 丁力,阮文睿,巢渊,等.四旋翼飞行器双环条件积分滑模控制[J].电光与控制,2022,29(4): 7-11, 31.  
Ding L, Ruan W R, Chao Y, et al. Dual-loop conditional integral sliding mode control for a quadrotor aircraft[J]. Electronics Optics & Control, 2022, 29(4): 7-11, 31. (in Chinese)
- [11] KhalilHassan K. 非线性系统[M].北京:电子工业出版社,2017.  
KhalilHassan K. Nonlinear systems[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2017. (in Chinese)
- [12] 刘金琨.滑模变结构控制 MATLAB 仿真[M].北京:清华大学出版社有限公司,2005.  
Liu J K. MATLAB simulation of sliding mode variable structure control[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005. (in Chinese)
- [13] 魏炳翌,闻新.基于高阶滑模观测器的微分滑模四旋翼无人机控制研究[J].航空兵器,2017,24(4): 26-32.  
Wei B Y, Wen X. Study on sliding-mode differentiation quadrotor UAV based on high-order sliding-mode observer[J]. Aero

- Weapony, 2017(4): 26-32. (in Chinese).
- [14] 蔡运颂, 许璟, 牛玉刚. 基于自适应多尺度超螺旋算法的无人机集群姿态同步控制[J]. 自动化学报, 2023, 49(8): 1656-1666.  
Cai Y S, Xu J, Niu Y G. Attitude consensus control of UAV swarm based on adaptive multi-scale super-twisting algorithm[J].  
Acta Automatica Sinica, 2023, 49(8): 1656-1666. (in Chinese)
- [15] Kuchwa-Dube C , Pedro J O . Quadrotor-based aerial manipulator altitude and attitude aracking using adaptive super-twisting  
sliding mode control[C]//International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), 2019.
- [16] 林旭梅, 王婵. 四旋翼飞行器的自适应鲁棒滑模控制器设计[J]. 仪器仪表学报, 2015, 36(7): 7.  
Lin X M, Wang C. Design of adaptive robust sliding mode controller for quadcopter helicopter[J]. Chinese Journal of Scientific  
Instrument, 2015, 36(7): 7. (in Chinese)
- [17] 梁洪基, 李俊丽, 朱晓英, 等. 基于快速自适应超螺旋滑模算法的四旋翼无人机轨迹跟踪控制[J]. 控制工程, 2024.  
Liang H J, Li J L, Zhu X Y, et al. Trajectory tracking control of a quadrotor UAV based on a fast adaptive super-twisting sliding  
mode algorithm[J]. Control Engineering of China, 2024. (in Chinese)
- [18] 岳晓奎, 郭容義, 丁一波, 等. 超高速飞行器自适应模糊超螺旋控制律设计[J]. 上海航天(中英文), 2024, 41(3):17-24.  
Yue X K, Guo R X, Ding Y B, et al. Adaptive fuzzy super-twisting control law for ultra-high-speed vehicle[J]. Aerospace  
Shanghai (Chinese & English), 2024, 41(3):17-24. (in Chinese)
- [19] 全权. 多旋翼飞行器设计与控制[M]. 北京:电子工业出版社, 2018.  
Quan q. Multirotor design and control[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2018. (in Chinese)
- [20] 石智梁, 林旭梅, 刘帅. 基于超扭曲算法的鲁棒自适应四旋翼控制器[J]. 电光与控制, 2021, 28(6): 64-67.  
Shi Z L, Lin X M, Liu S. A robust adaptive controller for quadrotor aircraft based on super twisting algorithm[J]. Electronics  
Optics & Control, 2021, 28(6): 64-67. (in Chinese)
- [21] Seeber, Richard, Horn, et al. Stability proof for a well-established super-twisting parameter setting[J]. Automatica, 2017.
- [22] 洪奕光, 程代展. 非线性系统的分析与控制[M]. 北京:科学出版社, 2005.  
Hong Y G, Cheng D Z. Analysis and control of nonlinear systems[M]. Beijing: Science Press, 2005. (in Chinese)
- [23] 王新华, 刘金琨. 微分器设计与应用:信号滤波与求导[M]. 北京:电子工业出版社, 2010.  
Wang X H, Liu J K. Differentiator design and application:signal filtering and differentiation[M]. Beijing: Publishing House of  
Electronics Industry, 2010. (in Chinese)
- [24] 刘金琨. 机器人控制系统的设计与 MATLAB 仿真[M]. 北京:清华大学出版社, 2008.  
Liu J K. Design and MATLAB simulation of robot control system[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2008. (in Chinese)

(编辑 陈移峰)