

doi: 10.11835/j.issn.1000-582X.2025.07.005

引用格式:殷智宏, 林烁, 上官利坚. 点熄火工况下动力总成悬置隔振性能的优化方法[J]. 重庆大学学报, 2025, 48(7): 50-61.



# 点熄火工况下动力总成悬置隔振性能的优化方法

殷智宏<sup>1</sup>, 林 烁<sup>1</sup>, 上官利坚<sup>2</sup>

(1. 华南理工大学 机械与汽车工程学院, 广州 510640; 2. 宁波拓普集团股份有限公司, 浙江 宁波 315800)

**摘要:**混合动力汽车的发动机会频繁地出现点熄火工况, 提高点熄火工况下的动力总成悬置系统的隔振性能是改善汽车 NVH 性能的重要措施之一。文中建立了某动力总成的十三自由度模型, 在点熄火工况下, 计算了悬置主动端的加速度, 测试了各个悬置的主、被动端和座椅导轨上振动加速度, 验证了模型的有效性。以动力总成纵向加速度的振动剂量值为优化目标, 悬置参数为优化变量, 提出了悬置系统的确定性与不确定性优化方法, 并进行实验验证。结果表明: 2 种优化方法均可有效提高悬置系统的振动性能, 其中不确定性优化方法可以使悬置系统具有更好的稳健性, 可有效应对参数不确定性的影响。

**关键词:**动力总成悬置系统; 点熄火工况; 瞬态振动性能; 优化设计; 区间不确定性

中图分类号: U464.13; U461.4

文献标志码: A

文章编号: 1000-582X(2025)07-050-12

## Optimization methods to enhance vibration isolation performance of a powertrain mounting system at key-on/off conditions

YIN Zhihong<sup>1</sup>, LIN Shuo<sup>1</sup>, SHANGGUAN Lijian<sup>2</sup>

(1. School of Mechanical and Automotive Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510640, P. R. China; 2. Ningbo Tuopu Group Co., Ltd., Ningbo, Zhejiang 315800, P. R. China)

**Abstract:** Hybrid electric vehicles often experiences key-on/off conditions. Increasing vibration isolation performance of the powertrain mounting system (PMS) under key-on/off conditions is one of the important measures to enhance NVH (noise, vibration and harshness) performance of the vehicle. A model with 13 DOFs for PMS was established, and acceleration of the mounts at active side was estimated under the key-on/off condition. Also, vibration acceleration of the mounts at positive side, passive side and the seat rail were measured. The comparison between calculations and experiments validated the proposed model. Deterministic and uncertain optimization methods for reducing the vibration dose value of longitudinal acceleration of the powertrain were proposed, and the mount parameters were the design variable. Key on/off experiments were carried out to validate the proposed methods. The experimental results show that the two optimization methods can effectively enhance the vibration performance of the PMS, and the uncertain optimization method can make the PMS more robust and effectively deal with the influence of parameter uncertainty.

收稿日期: 2024-04-12

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(12272137)。

Supported by National Natural Science Foundation of China (12272137).

作者简介: 殷智宏(1982—), 女, 博士, 副教授, 主要从事汽车动力学研究, (E-mail)mezhyin@scut.edu.cn。

**Keywords:** powertrain mounting system; key-on/off; transient vibration performance; analysis and optimization; interval uncertainty

混合动力汽车(hybrid electric vehicle, HEV)的能量控制策略会引起发动机点熄火工况频繁出现,甚至会在乘员毫无预期的情况下发生。因此,HEV对点熄火工况下的NVH(noise, vibration and harshness)要求更加严格。

Rao等<sup>[1]</sup>发现在点熄火时,防扭拉杆和变速器悬置是座椅纵向振动的主要传递路径。郭荣等<sup>[2]</sup>在某HEV的点熄火噪声研究中,发现动力总成悬置系统(powertrain mounting system, PMS)的刚体模态与汽车的传动模态在频率上接近,造成汽车NVH性能的恶化。Liu等<sup>[3]</sup>通过仿真证明了传动系统也是HEV在点熄火时的重要传递路径。王博等<sup>[4]</sup>和Hwang<sup>[5]</sup>通过优化点火时发动机的扭矩,减小了座椅导轨的振动。

PMS是将发动机的振动传递到车身的重要路径。Bang等<sup>[6]</sup>通过优化使PMS的纵向模态与俯仰模态充分解耦,改善了汽车点熄火时的振动。Lee<sup>[7]</sup>提出座椅导轨的振动是评价点熄火振动的重要指标,且提高悬置的纵向刚度可减小点熄火时动力总成的振动,从而减小车身的振动。Wang等<sup>[8]</sup>利用液压悬置在低频时提供大阻尼来降低点熄火时的振动。Xiao等<sup>[9]</sup>以动力总成纵向加速度作为瞬态振动的评价指标之一。Qin等<sup>[10]</sup>利用振动剂量值(vibration dose value, VDV)来描述瞬态振动的强度。康强等<sup>[11]</sup>提出,与扭矩轴(torque roll axis, TRA)布置相比,3点质心式的悬置布置具有更强的抗扭能力,更适合纯电动车。徐中明等<sup>[12]</sup>以PMS的解耦率为优化目标来优化设计悬置刚度,仿真结果表明,能量解耦率显著提高,瞬态振动性能也得到提升。高永峰<sup>[13]</sup>建立了一个简化的整车有限元模型,提高了PMS瞬态响应的计算效率。邓召学等<sup>[14]</sup>通过控制磁流变悬置的电流,使悬置在发动机点熄火中获得大阻尼,成功降低了汽车点熄火的振动。

受加工制造、材料老化、机械磨损等因素的影响,悬置会不可避免地存在不确定性因素。吕辉等<sup>[15-16]</sup>分别将悬置参数视为模糊不确定模型和随机与区间混合不确定模型,利用摄动中心差分法(perturbation center difference method, PCDM)来快速求解PMS的不确定性响应,并用蒙特卡洛法(monte carlo method, MCM)验证了PCDM计算精度和效率。Wu等<sup>[17]</sup>利用扭矩轴解耦理论对目标函数采用六sigma准则,对PMS进行不确定性优化。Cai等<sup>[18]</sup>将悬置参数看作混合随机-区间不确定性模型,并基于PCDM提出了一种不确定性优化方法。Zheng等<sup>[19]</sup>基于舍选抽样的理论对客车的悬置系统进行了不确定性优化。

文中引入动力总成纵向加速度的VDV作为目标函数之一,提出了一种提高点熄火隔振性能的PMS优化方法;考虑了悬置参数具有区间不确定性,并基于一阶PCDM提出了一种PMS的不确定性优化方法。

## 1 点熄火工况的计算模型

### 1.1 定义

点熄火工况的瞬态响应计算模型如图1所示。该模型包括动力总成(6个自由度),车身(垂向、俯仰、侧倾3个自由度)和4个簧下质量(垂直向自由度),共有13个自由度。

定义整车坐标系(vehicle coordinate system, VCS)为 $O_v-X_vY_vZ_v$ , $X_v$ 指向汽车尾部, $Z_v$ 垂直向上, $Y_v$ 由右手定则确定。定义动力总成坐标系(powertrain coordinate system, PCS)为 $O_p-X_pY_pZ_p$ 、车身坐标系(body coordinate system, BCS)为 $O_b-X_bY_bZ_b$ 和非簧载质量的坐标系 $O_{u_j}-X_{u_j}Y_{u_j}Z_{u_j}$ ( $j=1,2,3,4$ )。其中, $X_p, X_b, X_{u_j}$ 与 $X_v$ 平行; $Y_p, Y_b, Y_{u_j}$ 与 $Y_v$ 平行; $Z_p, Z_b, Z_{u_j}$ 与 $Z_v$ 平行。

定义第*i*个悬置的局部坐标系为 $O_{m,i}-X_{m,i}Y_{m,i}Z_{m,i}$ ( $i=1,2,3$ )。定义 $A_{m,i}$ 为 $O_{m,i}-X_{m,i}Y_{m,i}Z_{m,i}$ 到 $O_v-X_vY_vZ_v$ 的方向余弦矩阵。试验车的左右悬置,其局部坐标系与整车坐标系平行,即 $A_{m,1}$ 和 $A_{m,2}$ 为单位矩阵。

拉杆的方向余弦矩阵与拉杆的车身端和动力总成端的中心存在以下关系。防扭拉杆的实物图如图2所示。

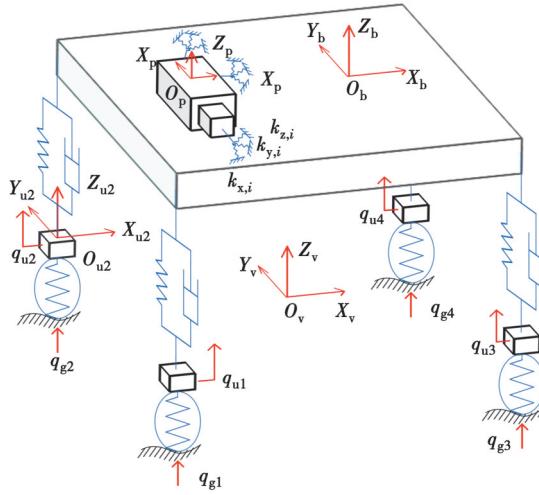


图1 十三自由度模型的示意图

Fig. 1 A vehicle mode with 13 DOFs

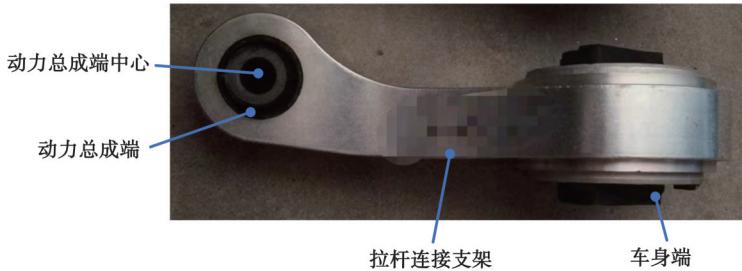


图2 防扭拉杆的实物图

Fig. 2 A photo of torque strut

$r_t$ 为拉杆方向矢量,表示如下

$$r_t = [X_m - X_b \quad Y_m - Y_b \quad Z_m - Z_b]^T, \quad (1)$$

式中: $X_m$ 、 $Y_m$ 和 $Z_m$ 为防扭拉杆动力总成端中心位置在VCS的坐标; $X_b$ 、 $Y_b$ 和 $Z_b$ 为防扭拉杆车身端中心位置在VCS的坐标。

当 $Y_m$ 与 $Y_b$ 相等时,定义 $\bar{r}_t$ 为 $r_t$ 的单位向量, $A_{m,3}$ 为防扭拉杆局部坐标系到VCS的方向余弦矩阵:

$$\bar{r}_t = [a \quad 0 \quad c]^T; A_{m,3} = \begin{bmatrix} a & 0 & c \\ 0 & 1 & 0 \\ -c & 0 & a \end{bmatrix}. \quad (2)$$

因此,拉杆的方向余弦矩阵可以由拉杆的车身端和动力总成端的位置来定义。

动力总成质心的位移、车身质心的位移和4个簧下质量的位移可以表示成:

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_p &= (x_p, \quad y_p, \quad z_p, \quad \alpha_p, \quad \beta_p, \quad \gamma_p)^T, \\ \mathbf{q}_b &= (x_b \quad \alpha_b \quad \beta_b)^T; \mathbf{q}_u = (q_{u,1} \quad q_{u,2} \quad q_{u,3} \quad q_{u,4})^T. \end{aligned} \quad (3)$$

在整车坐标系中, $r_{pcg}$ 为动力总成的质心, $r_{m,i}$ 为第*i*个悬置的位置,第*i*个悬置在PCS的位置矢量为

$$r_{m,i}^p = r_{m,i} - r_{pcg}, \quad (4)$$

式中,上标p分别表示该值是PCS。

当位置矢量 $r_{m,i}^p$ 为以下取值时,

$$r_{m,i}^p = [x_{m,i}^p \quad y_{m,i}^p \quad z_{m,i}^p]^T, \quad (5)$$

对应的位置转移矩阵为

$$\tilde{\mathbf{R}}_{m,i}^p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z_{m,i}^p & -y_{m,i}^p \\ 0 & 1 & 0 & -z_{m,i}^p & 0 & x_{m,i}^p \\ 0 & 0 & 1 & y_{m,i}^p & -x_{m,i}^p & 0 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

式中,  $\tilde{\mathbf{R}}_{m,i}^p$  为从动力总成质心到第  $i$  个悬置中心的位置转移矩阵。

## 1.2 瞬态响应计算模型的运动微分方程

十三自由度的瞬态响应计算模型包括动力总成(6个自由度),车身(垂向、俯仰、侧倾3个自由度)和4个簧下质量(垂直向自由度)。该十三自由度模型的运动微分方程为<sup>[20]</sup>:

$$\begin{bmatrix} M_p & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & M_b & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & M_u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_p \\ \ddot{\mathbf{q}}_b \\ \ddot{\mathbf{q}}_u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{pp} & C_{pb} & \mathbf{0} \\ C_{bp} & C_{bb} & C_{bu} \\ \mathbf{0} & C_{ub} & C_{uu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_p \\ \dot{\mathbf{q}}_b \\ \dot{\mathbf{q}}_u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{pp} & K_{pb} & \mathbf{0} \\ K_{bp} & K_{bb} & K_{bu} \\ \mathbf{0} & K_{ub} & K_{uu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_p \\ \mathbf{q}_b \\ \mathbf{q}_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_p \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

## 1.3 右悬置主动端纵向加速度

发动机点火可以分为3个阶段。阶段I: 拖转阶段,由起步电机带动发动机旋转,发动机转速升高。但此时发动机不会产生扭矩。阶段II: 点火升速阶段,当发动机被带动到一定转速后,发动机开始点火燃烧并产生扭矩。此时发动机转速迅速升高直至怠速转速。该过程扭矩波动大,且有冲击力产生。阶段III: 转速稳定阶段,在发动机升至怠速转速后,扭矩变动则趋于稳定。图3为试验车在发动机启动时座椅导轨的加速度。由此可见,发动机点火时的座椅导轨最大振动的方向为X向;且振动的峰值发生在阶段II。因此,要提高该车点火时振动性能,其关键在于减小发动机点火阶段II的纵向振动。

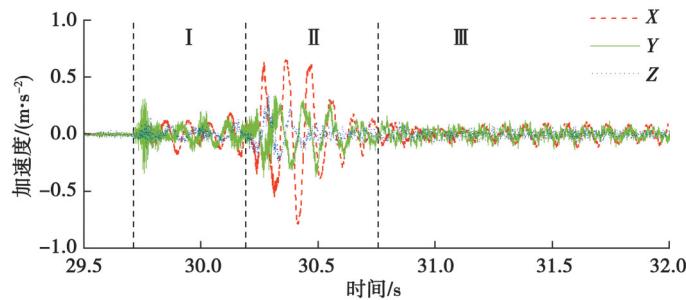


图3 座椅导轨的加速度

Fig. 3 Seat rail acceleration

点熄火的振动主要来源于升速阶段的冲击扭矩和扭矩的快速波动。将点熄火的激励力简化为

$$M_y = M_{\max} (1 - e^{-kt}), \quad (8)$$

式中:  $M_{\max}$  为最大扭矩;  $k$  为扭矩加载速率。

点火时的转速很低(试验车点火时的转速为 150 r/min, 而怠速转速为 800 r/min), 此时的往复惯性力较小。与冲击扭矩相比, 是可忽略的。此时动力总成的激振力为

$$\mathbf{F}_p = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ M_y \ 0]^T. \quad (9)$$

利用上述定义的激励力和系统参数,由式(7)可计算得到动力总成的加速度向量  $\ddot{\mathbf{q}}_p$ 。右悬置主动端的加速度为

$$\ddot{\mathbf{q}}_r = (\ddot{q}_{rx} \ \ddot{q}_{ry} \ \ddot{q}_{rz})^T = \tilde{\mathbf{R}}_{m,2}^p \ddot{\mathbf{q}}_p, \quad (10)$$

式中:  $\tilde{\mathbf{R}}_{m,2}^p$  为从动力总成质心到右悬置中心的位置转移矩阵;  $\ddot{q}_{rx}$  为右悬置主动端纵向加速度。

## 2 整车点熄火试验与模型验证

为了验证模型的精度和优化方法的有效性,本研究开展了整车点熄火的试验。

### 2.1 测试方法

试验车辆 PMS 的悬置布置方式为 3 点 TRA 布置。防扭拉杆安装角可通过增减其动力总成端的垫块进行调整,如图4所示。在右(左)悬置的主、被动端增减相同厚度的垫块,可实现右(左)悬置垂向位置的改变。

图5为右悬置位置的调整。将加速度传感器分别安装于3个悬置的主、被动端。此外,座椅导轨的振动加速度是评价汽车振动水平的重要评价指标。因此,还需在座椅导轨处安装加速度传感器。数据采集系统为西门子LMS SCADAS数据采集仪。

点熄火试验步骤:将汽车挡位调至P挡,启动发动机,经过点火过程后进入怠速状态,持续怠速5 s后发动机熄火。最后,对测到的加速度时域信号进行短时傅里叶变换。变换谱类型为线性自功率谱(autopower linear),频率分辨率为2 Hz。幅值形式为Peak,短时傅里叶变换的时间间隔为0.1 s。以幅值最大的一次短时傅里叶变换作为数据分析对象。

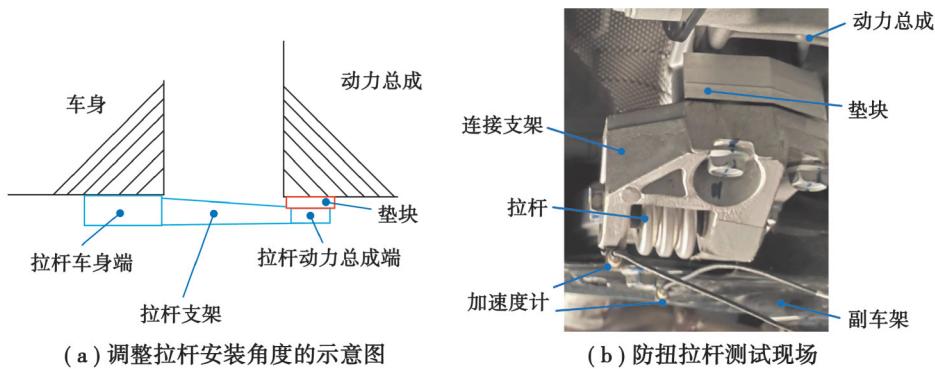


图4 防扭拉杆安装角的调整  
Fig. 4 Adjustment for the torque struts

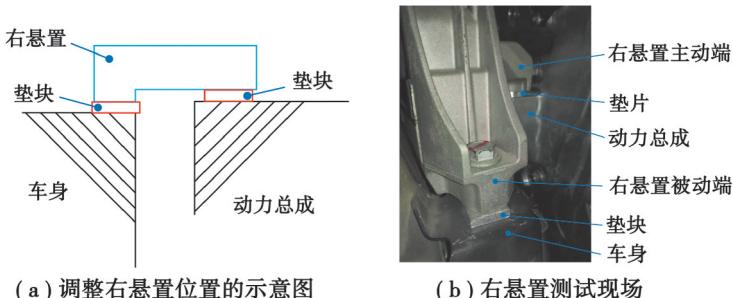


图5 右悬置位置的调整  
Fig. 5 Adjustment for the right mount

## 2.2 模型的验证

按2.1节的测试方法进行点熄火实验,并将测试结果与模型计算结果进行比较。以右悬置主动端的纵向加速度为例,其测试结果与计算结果如图6所示。虚线为发动机点火过程右悬置主动端纵向加速度在频域下的计算结果,而实线表示实测结果。可见仿真曲线与实测曲线吻合较好,最大的峰值都在12 Hz,且最大

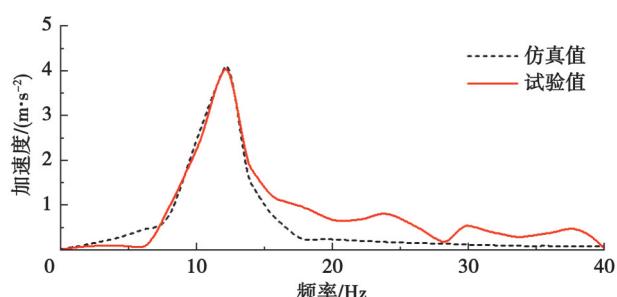


图6 右悬置主动端的纵向加速度  
Fig. 6 Longitudinal acceleration of the active side of right mount

峰值的相对误差为0.867%。最大误差的频率出现在18 Hz,最大误差值为0.698 m/s<sup>2</sup>,仿真误差在可接受范围内,该结果表明文中所建立的动力学模型比较准确,可用于后续的研究和分析。

### 3 悬置系统优化方法

已有的PMS优化方法主要关注提高其解耦率。为了提高PMS在点熄火工况下的隔振性能,在此基础上还引入了点熄火的瞬态响应作为优化目标。考虑悬置参数是否存在不确定性,分别提出了2种优化方法。

#### 3.1 设计变量

优化方法是对悬置的参数进行优化。悬置的参数包括:刚度、阻尼、安装位置和安装角。橡胶悬置的阻尼很小且变化范围不大,故不作为设计变量。悬置的刚度、安装位置及安装角都可作为设计变量。

#### 3.2 约束条件

为了提高隔振率,动力总成悬置系统的各固有频率应尽可能地远离激励频段。根据隔振理论,要求固有频率小于激励频率的 $\sqrt{2}/2$ 倍,且要避开车内其他零部件与子系统的固有频率。为了避免不同方向振动相互耦合,各解耦率应不低于设定的最小值。表1为该试验车的固有频率和解耦率的设计要求。

表1 固有频率与解耦率的设计要求  
Table 1 Design requirements of the PMS

方向	固有频率/Hz		解耦率 最小值/%	方向	固有频率/Hz		解耦率 最小值/%
	最小值	最大值			最小值	最大值	
X	5	11	85	$\alpha$	8	18	80
Y	4	15	85	$\beta$	9	13	90
Z	7	9	90	$\gamma$	8	17	80

#### 3.3 目标函数

##### 3.3.1 瞬态振动评价指标

座椅导轨的加速度是评价汽车在瞬态工况下振动水平的重要指标。座椅导轨属于车身的一部分,汽车发动机点火时,由于离合器还未传递动力且地面给轮胎提供的反力很小以至于可以忽略。此时,动力总成纵向加速度与车身的纵向加速度存在以下关系:

$$\ddot{X}_b = -\frac{M_p}{M_b} \ddot{X}_p \quad (11)$$

式中: $\ddot{X}_b$ 和 $\ddot{X}_p$ 分别为车身和动力总成的纵向加速度; $M_b$ 和 $M_p$ 分别为车身和动力总成的质量。

由式(11)可知,减小动力总成的纵向加速度,可以减小车身的纵向加速度,进而减小座椅导轨的纵向加速度。故将动力总成的纵向加速度可作为汽车点火过程的振动评价指标<sup>[21]</sup>。

由于振动剂量值考虑了冲击信号幅值和持续时间的影响,适合作为冲击评价指标,为

$$a_{VDV} = \left[ \int_0^\tau a^4(t) dt \right]^{\frac{1}{4}} \quad (12)$$

式中: $a(t)$ 为未经过处理的加速度时域信号; $a_{VDV}$ 为加速度 $a(t)$ 的振动剂量值; $\tau$ 为采样时间。

文中选用动力总成纵向加速度的VDV作为优化目标函数之一。采样时间为发动机启动后的前1 s。

##### 3.3.2 动力总成悬置系统的固有特性

为了提高PMS的隔振性能,除了对PMS的固有频率范围进行限制,PMS的各个方向也应尽可能地解耦。而PMS各个方向的能量解耦率是衡量PMS解耦程度的重要指标。文中选取PMS的能量解耦率作为目标函数的另一部分。

### 3.4 悬置系统确定性优化方法

提高点熄火工况下PMS隔振性能的优化函数为

$$\begin{cases} \min_x & F(x) = \omega_1 \ddot{x}_{\text{VDV}}^p - \omega_2 \sum_{i=1}^6 \lambda_i D_i, \\ \text{s.t.} & x_k^l \leq x_k \leq x_k^u, (k=1, 2, \dots); \\ & f_i^l \leq f_i \leq f_i^u, (i=1, 2, \dots, 6); \\ & D_i^l \leq D_i \leq D_i^u, (i=1, 2, \dots, 6). \end{cases} \quad (13)$$

式中:  $\omega_1$  和  $\omega_2$  为 2 种评价指标的权重系数;  $\lambda_i$  为第  $i$  阶解耦率的权重系数;  $\ddot{x}_{\text{VDV}}^p$  为动力总成纵向加速度在点火后的前 1 s 内的振动剂量值; 上标 l 和 u 为该参数的下界和上界。

### 3.5 不确定性模型分析

由于制造、装配、测试过程中的误差与材料老化, PMS 的参数会不可避免地存在不确定性。针对悬置系统中的不确定参数缺乏足够样本信息的情况, 采用区间模型进行描述。当悬置参数存在区间不确定时, 则 PMS 的响应(动力总成的固有频率、解耦率和纵向加速度的 VDV)也是区间变量。参数  $Y_j$  的区间上界为  $Y_j^+$ , 区间下界为  $Y_j^-$ , 则参数  $Y_j$  的区间中点  $Y_j^M$  和区间半径  $Y_j^R$  为

$$Y_j^M = \frac{Y_j^+ + Y_j^-}{2}; Y_j^R = \frac{Y_j^+ - Y_j^-}{2}. \quad (14)$$

由  $B$  个区间参数组成的区间向量为  $\mathbf{Y} = [Y_1 \ Y_2 \ \dots \ Y_B]^T$ 。定义  $f_i(\mathbf{Y})$  和  $D_i(\mathbf{Y})$  为在区间不确定情形下的 PMS 第  $i$  阶固有频率和解耦率函数, 而  $\ddot{x}_{\text{VDV}}^p(\mathbf{Y})$  为在区间不确定情形下动力总成纵向加速度的 VDV 函数。为了高效求解  $f_i(\mathbf{Y})$ 、 $D_i(\mathbf{Y})$ 、( $i=1, 2, \dots, 6$ ), 和  $\ddot{x}_{\text{VDV}}^p$ , 文中提出了蒙特卡洛法和摄动中心差分法。

#### 3.5.1 蒙特卡洛法 MCM

步骤 1: 对第 1 个区间参数  $Y_1$  进行抽样, 得到  $Y_{1,1}$ 。

步骤 2: 重复步骤 1, 对其他区间参数进行抽样, 得到一组区间向量  $\mathbf{Y}$  抽样一次的结果为

$$\mathbf{Y}_1^s = [Y_{1,1} \ Y_{1,2} \ \dots \ Y_{1,B}]^T. \quad (15)$$

根据  $\mathbf{Y}_1^s$  可获得一组响应  $f_i(\mathbf{Y})$  ( $i=1, 2, \dots, 6$ )。

步骤 3: 进行了  $k$  次抽样后, 结果为

$$\mathbf{Y}_c^s = [\mathbf{Y}_1^s \ \mathbf{Y}_2^s \ \dots \ \mathbf{Y}_k^s]^T. \quad (16)$$

进而共获得  $k$  组固有频率  $f_i(Y_h^s)$ , ( $h=1, 2, \dots, k$ ), 最终筛选出最大值和最小值记为  $f_i^+$  和  $f_i^-$ 。

同理, 可求得解耦率  $D_i(\mathbf{Y})$  上界和下界, 以及动力总成纵向加速度的振动剂量值  $\ddot{x}_{\text{VDV}}^p(\mathbf{Y})$  上界和下界。

#### 3.5.2 摄动中心差分法 PCDM

对第  $i$  阶 ( $i=1, 2, \dots, 6$ ) 固有频率  $f_i(\mathbf{Y})$  在区间中点  $\mathbf{Y}^M$  进行一阶泰勒展开, 展开式忽略了一阶以上各项:

$$f_i(\mathbf{Y}) = f_i(\mathbf{Y}^M) + \frac{\partial f_i(\mathbf{Y})}{\partial Y_q} \Big|_{\mathbf{Y}=\mathbf{Y}^M} (\mathbf{Y}_q - \mathbf{Y}_q^M). \quad (17)$$

由于  $f_i(\mathbf{Y})$  是关于  $\mathbf{Y}$  的隐函数, 无法直接求解式(17)偏导数值。文中引入中心差分法来求解偏导数:

$$\frac{\partial f_i(\mathbf{Y})}{\partial Y_q} \Big|_{\mathbf{Y}=\mathbf{Y}^M} = \frac{f_i(\mathbf{Y}^M + \delta \mathbf{Y}_q) - f_i(\mathbf{Y}^M - \delta \mathbf{Y}_q)}{2\delta \mathbf{Y}_q}. \quad (18)$$

式中,  $\delta \mathbf{Y}_q$  为一微小增量。向量  $\delta \mathbf{Y}_q$  为第  $q$  个元素为微小增量而其他元素都为 0 的向量  $\mathbf{Y}$ 。即:

$$\delta \mathbf{Y}_q = [0, \dots, \delta Y_q, \dots, 0]^T. \quad (19)$$

将式(18)代入式(17)后, 利用一阶摄动中心差分法求解第  $i$  阶固有频率  $f_i(\mathbf{Y})$  的上下界:

$$f_i(\mathbf{Y}) = f_i(\mathbf{Y}^M) \pm \sum_{q=1}^B \left. \frac{f_i(\mathbf{Y}^M + \delta \mathbf{Y}_q) - f_i(\mathbf{Y}^M - \delta \mathbf{Y}_q)}{2\delta \mathbf{Y}_q} \right|_{\mathbf{Y}_q^R}. \quad (20)$$

式中: 当运算为“+”时, 表示固有频率上界  $f_i^+(\mathbf{Y})$ ; 为“-”时, 表示固有频率下界  $f_i^-(\mathbf{Y})$ 。

利用式(20)计算得到第  $i$  阶 ( $i=1, 2, \dots, 6$ ) 固有频率  $f_i(\mathbf{Y})$  的上下界。同理, 可求得第  $i$  阶解耦率  $D_i(\mathbf{Y})$  的上界和下界, 以及动力总成纵向加速度的振动剂量值  $\ddot{x}_{\text{VDV}}^p(\mathbf{Y})$  上界和下界。

### 3.6 悬置系统不确定性优化

提高点熄火工况下PMS隔振性能的不确定性优化函数可表示为

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_x F(x) = \omega_1 (\ddot{x}_{\text{VDV}}^{\text{p}})^+ - \omega_2 \sum_{i=1}^6 \lambda_i D_i^-, \\ \text{s.t. } x_k^l \leq x_k \leq x_k^u, (k=1, 2, \dots); \\ f_i^l \leq f_i^-, (i=1, 2, \dots, 6); \\ f_i^u \geq f_i^+, (i=1, 2, \dots, 6); \\ D_i^l \leq D_i^-, (i=1, 2, \dots, 6). \end{array} \right. \quad (21)$$

式中,上标“+”和“-”分别为该参数的不确定性响应上界和下界。

## 4 应用实例

本实例通过优化防扭拉杆的参数以获得较好的点熄火振动性能。设计变量为防扭拉杆的X向刚度和动力总成端中心的位置。防扭拉杆的X向刚度设计区间为[50 N/mm, 270 N/mm],防扭拉杆动力总成端中心的垂向位置设计区间为[-95 mm, -55 mm]。为了分析PMS的稳健性,需要改变悬置的参数来评价优化参数的有效性。从实验的角度出发,改变左右悬置的垂向位置具有容易实现、经济性和不容易引入误差等优点。故该实例考虑左右悬置的高度为区间不确定模型。左悬置高度的取值范围为[319 mm, 329 mm],右悬置高度的取值范围为[413 mm, 428 mm]。

### 4.1 PCDM的验证

为了验证PCDM求解不确定性响应的精度和效率,将PCDM求解的结果与MCM求解的结果进行对比。MCM的抽样次数为100 000次。中心差分法的微小变化增量 $\delta Y_g$ 取为0.001 mm。表2为2种方法求解到的固有特性范围。表3为2种方法求解到的 $\ddot{x}_{\text{VDV}}^{\text{p}}$ 范围。与MCM的结果相比,PCDM求解到的固有频率和解耦率的最大相对误差是俯仰方向的解耦率,误差值为0.352%。 $\ddot{x}_{\text{VDV}}^{\text{p}}$ 的最大相对误差为3.63%。PCDM的计算耗时为0.144 0 s,而MCM的计算耗时为2 212.3 s。因此,PCDM具有较高的计算精度和计算效率的特点,可有效地用于后续研究。

表2 PMS的固有特性范围  
Table 2 The range of inherent characteristics for PMS

方向	方法	固有频率范围/Hz	解耦率范围/%	方向	方法	固有频率范围/Hz	解耦率范围/%
X	MCM	[10.078, 10.180]	[87.27, 89.61]	$\alpha$	MCM	[14.600, 14.651]	[96.62, 97.78]
X	PCDM	[10.078, 10.181]	[87.04, 89.30]	$\alpha$	PCDM	[14.600, 14.650]	[96.67, 97.83]
Y	MCM	[4.596, 4.608]	[99.57, 99.63]	$\beta$	MCM	[11.180, 11.607]	[88.52, 91.22]
Y	PCDM	[4.596, 4.608]	[99.57, 99.63]	$\beta$	PCDM	[11.178, 11.606]	[88.30, 90.90]
Z	MCM	[7.807, 7.809]	[99.09, 99.15]	$\gamma$	MCM	[15.743, 15.840]	[96.22, 96.61]
Z	PCDM	[7.807, 7.809]	[99.09, 99.15]	$\gamma$	PCDM	[15.739, 15.836]	[96.23, 96.62]

表3 动力总成纵向加速度VDV的范围  
Table 3 The VDV range of powertrain longitudinal acceleration  $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

方法	上界	下界
MCM	0.939 5	1.292 0
PCDM	0.973 6	1.320 2

## 4.2 优化结果

根据式(13)进行确定性优化,优化后的拉杆参数:刚度为237.9 N/mm,动力总成端中心的垂向位置为-80.9 mm。根据式(21)进行不确定性优化,优化后的拉杆参数:刚度为239.0 N/mm,动力总成端中心的垂向位置为-87.7 mm。表4为优化后动力总成纵向加速度的确定性响应和不确定性响应。2种方法优化后得到的固有频率的区间上下界都满足约束要求,且能量解耦率的下界都较高。

表4 优化后PMS固有特性的不确定性响应

Table 4 The range of inherent characteristics for PMS with optimized parameters

方向	优化方法	频率范围/Hz	解耦率范围/%	方向	优化方法	频率范围/Hz	解耦率范围/%
$X$	确定性	[10.19, 10.21]	[97.16, 98.01]	$\alpha$	确定性	[14.60, 14.65]	[96.86, 97.97]
$X$	不确定性	[10.21, 10.22]	[97.21, 97.41]	$\alpha$	不确定性	[14.60, 14.65]	[96.90, 98.02]
$Y$	确定性	[4.60, 4.61]	[99.59, 99.64]	$\beta$	确定性	[12.04, 12.37]	[97.73, 99.35]
$Y$	不确定性	[4.60, 4.61]	[99.59, 99.65]	$\beta$	不确定性	[12.40, 12.70]	[96.66, 98.99]
$Z$	确定性	[7.74, 7.74]	[97.38, 97.42]	$\gamma$	确定性	[15.74, 15.85]	[95.99, 96.64]
$Z$	不确定性	[7.71, 7.71]	[96.46, 96.58]	$\gamma$	不确定性	[15.74, 15.85]	[95.67, 96.54]

表5为2种方法优化后的PMS固有特性响应范围。确定性优化后PMS的确定性瞬态响应最小,其动力总成纵向加速度的VDV为0.118 5 m/s<sup>2</sup>。如果考虑参数不确定性时,不确定性优化后PMS的不确定性瞬态响应表现最好,  $\ddot{x}_{\text{VDV}}^p$  的上界为0.253 7 m/s<sup>2</sup>。

表5 优化后动力总成纵向加速度

Table 5 The response of powertrain longitudinal acceleration with optimized parameters m·s<sup>-2</sup>

优化方式	VDV	VDV的范围
原拉杆	0.939 3	[0.937 5, 1.289 8]
确定性优化	0.118 5	[0.118 5, 0.403 7]
不确定性优化	0.253 7	[0.092 8, 0.253 7]

## 4.3 实验验证

为了验证优化结果的有效性,利用座椅导轨处的纵向加速度来评价瞬态振动。按2.1节的测试方法,将3组拉杆样件应用到同一辆汽车上并进行点火实验。这3组拉杆样件记为拉杆A、拉杆B、拉杆C。它们的参数分别对应原参数,确定性优化参数,不确定性优化参数,如表6所示。

表6 拉杆样件的参数

Table 6 The parameters for torque strut

防扭拉杆	静刚度/(N·mm <sup>-1</sup> )	动力总成端的垂向位置/mm
拉杆A	248.0	-59.7
拉杆B	237.9	-80.9
拉杆C	239.0	-87.7

通过试验获得了若干组在发动机点火后的前2 s该车座椅导轨纵向加速度的测试数据,如图7~9所示。计算图7~9中时域信号的振动剂量值,如表7所示。其中L0-R14分别代表左悬置不垫高和右悬置被垫高14 mm。而L0-R0和L7-R7分别代表着左右悬置不垫高和同时被垫高7 mm。

当不考虑左右悬置的垂向位置为不确定性参数时, 拉杆 B 组的振动性能是最好的。拉杆 C 组的振动性能也很好。当考虑左右悬置的垂向位置为不确定性参数时, 拉杆 C 组的振动性能变化幅度比拉杆 B 组小。在 L0-R14 和 L7-R7 中, 拉杆 C 组的振动性能是最好的。拉杆 C 组的振动性能上界也最低。故拉杆 C 组的振动性能较高, 并且其振动性能的稳健性也好。实验结果证明了文中提出的 2 种优化方法是有效的。

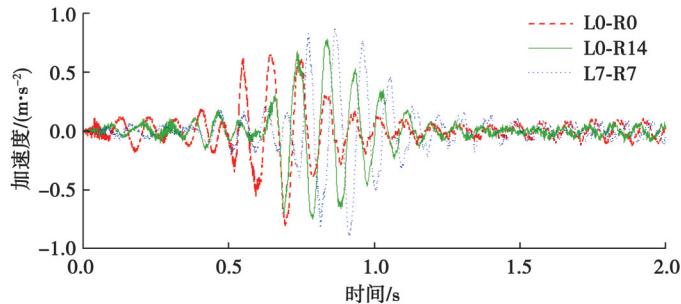


图 7 拉杆 A 组的座椅导轨纵向加速度

Fig. 7 Seat rail longitudinal acceleration with torque strut A

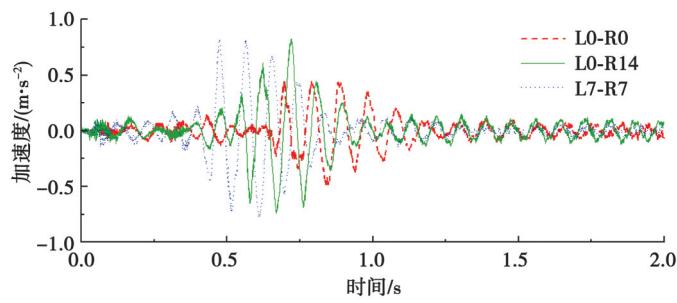


图 8 拉杆 B 组的座椅导轨纵向加速度

Fig. 8 Seat rail longitudinal acceleration with torque strut B

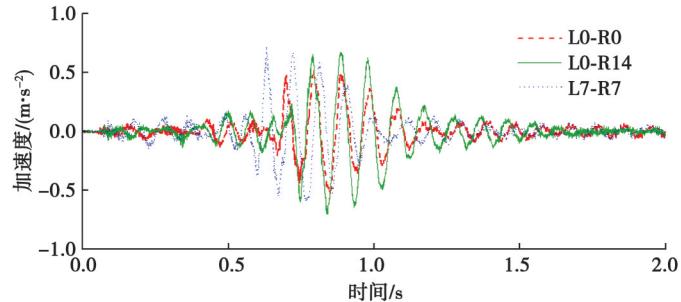


图 9 拉杆 C 组的座椅导轨纵向加速度

Fig. 9 Seat rail longitudinal acceleration with torque strut C

表 7 座椅导轨的纵向加速度的振动剂量值

Table 7 VDV of seat rail longitudinal acceleration

$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

防扭拉杆	L0-R0 组 VDV	L0-R14 组 VDV	L7-R7 组 VDV
拉杆 A	0.360 8	0.391 1	0.435 6
拉杆 B	0.240 9	0.360 5	0.401 4
拉杆 C	0.256 9	0.353 4	0.322 0

## 5 结 论

1)建立了点熄火工况的瞬态响应计算模型,仿真计算了右悬置的纵向加速度,并与实验数据进行对比。结果表明:在最大峰值频率相同,且最大峰值的相对误差为 0.867%;整个频率段的最大误差值为  $0.698 \text{ m/s}^2$ ,仿真误差较小,所建立的模型具有较高的精度。

2)利用 PCDM 计算 PMS 的响应,并与 MCM 计算的结果对比。PCDM 求解到的固有频率和解耦率的最大相对误差为 0.35%;对于动力总成纵向加速度的 VDV,其最大相对误差为 3.63%。PCDM 的计算耗时为 0.144 0 s,MCM 的计算耗时为 2 212.3 s。仿真结果表明,PCDM 具有较高的计算精度和高效的计算效率。

3)提出了 2 种 PMS 的优化方法,分别设计了 2 组防扭拉杆的参数。仿真和试验均表明确定性优化组的瞬态响应最小。不确定性优化组的瞬态响应较好,且在左右悬置的垂向位置发生改变后,其瞬态响应的上界最小。

## 参考文献

- [ 1 ] Rao M V, Moorthy S N, Raghavendran P. NVH analysis of powertrain start/stop transient phenomenon by using wavelet analysis and time domain transfer path analysis[C]//SAE Technical Paper Series. SAE International, 2015.
- [ 2 ] Guo R, Cao C, Mi Y, et al. Experimental investigation of the noise, vibration and harshness performances of a range-extended electric vehicle[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, 2016, 230(5): 650-663.
- [ 3 ] Liu D H, Yu H S, Zhang J W. Multibody dynamics analysis for the coupled vibrations of a power split hybrid electric vehicle during the engine start transition[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics, 2016, 230(4): 527-540.
- [ 4 ] 王博, 张振东, 于海生, 等. 发动机起动引起的混合动力汽车振动分析与控制[J]. 汽车工程, 2019, 41(2): 184-190, 205.  
Wang B, Zhang Z D, Yu H S, et al. Analysis and control on vibration resulted from engine start of hybrid electric vehicle[J]. Automotive Engineering, 2019, 41(2): 184-190, 205. (in Chinese)
- [ 5 ] Hwang H Y. Minimizing seat track vibration that is caused by the automatic start/stop of an engine in a power-split hybrid electric vehicle[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2013, 135(6): 061007.
- [ 6 ] Bang J H, Yoon H W, Won K M. Experiment and simulation to improve key on/off vehicle vibration quality[C]//SAE Technical Paper Series. SAE International, 2007.
- [ 7 ] Lee Y. Study on transient vibration response characteristics of front transverse power train at the key on/off[C]//SAE Technical Paper Series. SAE International, 2007.
- [ 8 ] Wang D Y, Jiang M, He K F, et al. Study on vibration suppression method of vehicle with engine start-stop and automatic start-stop[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2020, 142: 106783.
- [ 9 ] Xiao B, Wang M H, Jiang Y F, et al. Vibration analysis of an electric vehicle mounting system under transient shock conditions [C]//SAE Technical Paper Series. SAE International, 2021.
- [ 10 ] Qin Y C, Tang X L, Jia T, et al. Noise and vibration suppression in hybrid electric vehicles: State of the art and challenges[J]. Renewable and Sustainable Energy Reviews, 2020, 124: 109782.
- [ 11 ] 康强, 顾鹏云, 左曙光. 纯电动汽车电驱动总成悬置设计原则研究[J]. 汽车工程, 2019, 41(11): 1235-1242.  
Kang Q, Gu P Y, Zuo S G. A research on design principles for electric drive assembly mounts of pure electric vehicles[J]. Automotive Engineering, 2019, 41(11): 1235-1242. (in Chinese)
- [ 12 ] 徐中明, 李晓, 刘和平. 纯电动汽车动力总成悬置系统的优化[J]. 汽车工程, 2012, 34(9): 806-810, 815.  
Xu Z M, Li X, Liu H P. Optimization of the powertrain mounting system of electric vehicle[J]. Automotive Engineering, 2012, 34(9): 806-810, 815. (in Chinese)
- [ 13 ] 高永峰. 动力总成瞬态响应分析整车建模研究[J]. 重庆大学学报, 2012, 35(S1): 25-30.  
Gao Y F. Research on vehicle modeling by transient response analysis[J]. Journal of Chongqing University, 2012, 35(S1): 25-30. (in Chinese)
- [ 14 ] 邓召学, 杨青桦, 蔡强, 等. 应用于汽车发动机 start/stop 模式的磁流变悬置设计与分析[J]. 重庆大学学报, 2021, 44(2): 1-12.

- Deng Z X, Yang Q H, Cai Q, et al. Design and analysis of a magnetorheological mount applied to the engine start/stop mode[J]. Journal of Chongqing University, 2021, 44(2): 1-12. (in Chinese)
- [15] 吕辉, 杨坤, 黄晓婷, 等. 含模糊不确定性的动力总成悬置系统固有特性分析与优化[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2020, 48(10): 105-112.
- Lü H, Yang K, Huang X T, et al. Inherent characteristics analysis and optimization of powertrain mounting systems involving fuzzy uncertainty[J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition), 2020, 48(10): 105-112. (in Chinese)
- [16] 吕辉, 杨坤, 区霆钧, 等. 随机与区间混合不确定情形下动力总成悬置系统的固有特性分析[J]. 振动与冲击, 2020, 39(23): 58-63, 77.
- Lü H, Yang K, Ou T J, et al. Natural characteristics of PMS with random and interval hybrid uncertainties[J]. Journal of Vibration and Shock, 2020, 39(23): 58-63, 77. (in Chinese)
- [17] Wu J, Liu X D, Shan Y C, et al. Robustness optimization of engine mounting system based on Six Sigma and torque roll axis decoupling method[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, 2019, 233(4): 1047-1060.
- [18] Cai B H, Lü H. An efficient analysis and optimization method for the powertrain mounting system with hybrid random and interval uncertainties[J]. Engineering Optimization, 2020, 52(9): 1522-1541.
- [19] Zheng Z Z, Bu X J, Hou L, et al. Hybrid uncertainty analysis and optimisation based on probability box for bus powertrain mounting system[J]. Journal of Engineering Design, 2023, 34(1): 23-54.
- [20] Shangguan W B, Liu X A, Lv Z P, et al. Design method of automotive powertrain mounting system based on vibration and noise limitations of vehicle level[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2016, 76: 677-695.
- [21] Wang D Y, Zhao X Z, Shangguan W B. Design method for a powertrain mounting system to decrease the vehicle key on/off vibrations[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, 2018, 232(9): 1221-1236.

(编辑 詹燕平)