

doi: 10.11835/j.issn.1000-582X.2024.273

引用格式:邓友生,李龙,肇慧玲,等.砂土中梅花型桩水平承载特性[J].重庆大学学报,2025,48(8): 14-27.



## 砂土中梅花型桩水平承载特性

邓友生,李 龙,肇慧玲,张克钦

(西安科技大学 建筑与土木工程学院,西安 710054)

**摘要:**基于圆孔扩张理论,建立梅花型桩在沉桩时的桩周土体的位移计算方法,考虑梅花型桩截面的异形效应,在胡克定律基础上利用坐标变换和叠加原理得到砂土中梅花型桩挤土时坐标轴正方向上的挤土位移,采用m法及其差分解法,推导了桩身挠曲线微分方程,与试验结果进行对比分析,验证所建立理论方法的可靠性。研究表明:梅花型桩与等截面圆形桩桩周土体的水平位移变化规律相近,随着水平荷载的增大,水平位移先增大后减小,梅花型桩迎土面土体水平位移约为等截面圆形桩的73.5%;梅花型桩在水平荷载作用下对迎土面土体在竖向的挤压力较小,竖向位移随着水平荷载的增大波动增大;梅花型桩中部土体水平位移随水平荷载的增大先增大后减小,最大水平位移约为等截面圆形桩的75%。

**关键词:**梅花型桩;承载特性;水平荷载;m法;模型试验

**中图分类号:**TU473

**文献标志码:**A

**文章编号:**1000-582X(2025)08-014-14

## Bearing characteristics of plum-blossom pile under lateral loads in sand

DENG Yousheng, LI Long, ZHAO Huiling, ZHANG Kegin

(School of Architecture and Civil Engineering, Xi'an University of Science and Technology,  
Xi'an 710054, P. R. China)

**Abstract:** Plum-blossom pile is a novel kind of new cross-sectional shaped pile, and at present, there is no relevant research on the bearing characteristics of plum-blossom pile under lateral load. Based on the theory of circular hole expansion, the calculation method of soil displacement around plum-blossom pile in sand during pile sinking is established. With considering the special-shaped effect of plum-blossom pile section, the soil squeezing displacement in the positive direction of coordinate axis is obtained by using the principle of coordinate transformation and superposition on the basis of Hooke's law. The differential equation of pile deflection curve is derived by using m method and its difference solution, and the reliability of the established theoretical method is verified by comparing with the experimental results. The results show that the horizontal displacement of soil between plum-blossom pile and circular pile with equal cross-section is similar. With the increase of horizontal

收稿日期:2023-09-13 网络出版日期:2024-07-14

基金项目:国家自然科学基金项目(51878554);陕西省自然科学基金计划重点项目(2018JZ5012)。

Supported by the National Natural Science Foundation of China (51878554), and the Key Project of Shaanxi Natural Science Basic Research Plan (2018JZ5012).

作者简介:邓友生(1969—),男,教授,博士,主要从事基础工程与防灾减灾方向研究,(E-mail)dengys2009@126.com。

通信作者:李龙(1993—)男,博士,(E-mail)a2507952012\_a@163.com。

load, the horizontal displacement first increases and then decreases, and the horizontal displacement of soil near plum-blossom pile is about 73.5% of that of circular pile with equal cross-section. The vertical squeezing force of plum-blossom pile on the soil facing surface under horizontal load is small, and the vertical displacement fluctuates with the increase of horizontal load. With the increase of horizontal load, the horizontal displacement of soil in the middle of plum-blossom pile first increases and then decreases, and the maximum horizontal displacement is about 75% of that of circular pile with equal cross section.

**Keywords:** plum-blossom pile; bearing characteristics; lateral loads; m method; model test

在“十四五”规划的战略背景下,中国基础设施建设快速发展。随着列车载重的不断提高,铁路路基将承受更大的荷载作用。工程建设中难免遇到软土路基等不良地层,而建于不良地层上的工程存在路基承载力不足以及工后沉降变形大等问题,严重影响着高速铁路的建设和使用。

桩基础由于施工速度快、工后沉降小、能显著提高路基承载力等技术特点,而被广泛应用于实际工程中<sup>[1-3]</sup>。异形桩是一种根据工程需要、在特定地质条件下改变桩身形状而形成的一种桩,目前使用较为广泛的有PCC桩<sup>[4]</sup>、楔形桩<sup>[5]</sup>、挤扩支盘桩<sup>[6]</sup>、扩底桩<sup>[7]</sup>、螺杆桩<sup>[8]</sup>、X形桩<sup>[9]</sup>等。

近年来,针对异型桩水平承载特性,国内外学者开展了系列研究,并取得了一定的成果。梁鹏飞<sup>[10]</sup>通过橡胶囊支盘桩单桩水平受荷试验建立了橡胶囊支盘桩 $p-y$ 曲线公式。张晓笛等<sup>[11]</sup>基于Timoshenko梁理论,建立了考虑桩基尺寸效应、剪切变形和材料非线性效应的阶梯型变截面桩四弹簧模型,推导了非线性桩土相互作用与材料非线性效应下桩身响应计算方法。Zhu等<sup>[12]</sup>基于传递矩阵法,给出了任意形式的桩土相互作用模型下多层地基中轴向和横向受荷桩的广义半解析解。Qissab等<sup>[13]</sup>在弹性地基梁法的基础上推导了楔形桩横向受荷控制微分方程的精确解。Vignesh等<sup>[14]</sup>利用数值计算方法和试验手段对螺旋桩的抗拔和水平承载性能进行了研究。Venkatesan等<sup>[15]</sup>研究了软黏土中嵌入单螺旋桩在抗拔和侧向复合荷载作用下的承载特性。孔纲强等<sup>[16]</sup>基于常规圆形桩 $p-y$ 曲线计算方法,考虑异形截面折减系数,建立了水平荷载作用下X形桩的简化理论计算方法。周航等<sup>[17]</sup>考虑X形桩的截面形式,推导了其截面惯性矩及在水平荷载作用下桩周土体的应力场和位移场。上述研究虽然对异型桩的水平承载特性展开研究,然而,截面形式的改变是否影响其水平向承载特性,以及如何影响水平向承载特性,目前尚未深入研究。

梅花型桩是笔者等研发的一种新型异型桩,是一种截面为梅花形状、在等截面圆形桩的基础上通过改变周长侧表面积比衍生而来的一种新型桩体。邓友生等<sup>[18]</sup>结合透明土和粒子图像测速技术,开展了室内模型试验,分析了梅花型桩沉桩挤土时桩周土的径向位移分布规律以及挤土效应影响范围,基于圆孔扩张理论并结合梅花型桩的几何特性,建立了一种适用于梅花型桩的修正圆孔扩张理论,研究发现梅花型桩静压沉桩时桩端阻力、桩侧摩阻力和整体沉桩阻力分别是等截面圆形桩的1.0倍、1.38倍和1.12倍。2023年,邓友生等<sup>[19]</sup>针对梅花型桩的横截面展开进一步分析,确定了截面外切圆半径和开弧弧度为梅花型桩截面的2个控制变量,以此为基础,推导了桩截面周长、面积以及周长与面积比、等截面周长比计算公式,分析了截面惯性矩特性,并与等截面圆形桩进行对比发现,相同混凝土用量时梅花型桩的周长比圆桩大15%~16%。由于梅花型桩是一种新型桩,对其开展的研究较少,且现有研究并未涉及梅花型桩的水平承载特性,故有必要对梅花型桩的水平承载特性展开研究。

考虑梅花型桩特殊的截面形状,基于圆孔扩张理论,分别计算梅花型桩沉桩挤土和水平荷载作用下挤土时梅花型桩非对称边界条件下的桩侧土体位移解,运用叠加原理,得到水平荷载作用下梅花型桩桩周土在 $x$ 轴、 $y$ 轴正方向上的挤土位移,采用 $m$ 法,推导2种不同计算宽度时梅花型桩的挠曲线微分方程,依据差分法原理,提出了梅花型桩在水平荷载作用下桩身任意点处的转角、桩侧土抗力、桩身任意截面的弯矩和剪力计算方法,为梅花型桩的后续研究和工程应用提供参考。

## 1 梅花型桩沉桩挤土水平位移

水平荷载作用下梅花型桩同一个截面不同桩身位置引起的桩周土体侧向位移规律和受力机制尚不清楚,现有的镜像法多次运用源-源法对挤土问题进行分析,但由于引入了高斯积分,计算过程复杂,很难直接

应用于梅花型桩的水平挤土位移分析。在现有圆孔扩张理论的基础上,通过坐标转换方法将梅花型桩桩周土的水平位移在 $x$ 轴方向上叠加,得到梅花型桩水平挤土位移。

### 1.1 基本假定

- 1) 假定桩周土体侧移相对桩长而言为小变形,适用圆孔扩张理论;
- 2) 假定水平荷载作用下桩周土体发生线弹性变形,满足虎克定律;
- 3) 假设桩周土体饱和且固体颗粒不可压缩<sup>[20]</sup>。

### 1.2 沉桩挤土水平位移的求解

水平荷载作用下梅花型桩的挤土位移根据桩土接触面的位置不同可分为3种类型,如图1所示。图1中, $a_0$ 为梅花型桩的外切圆半径, $a$ 为无限土体中任意半径, $S_a$ 为半径 $a$ 处的土体位移。

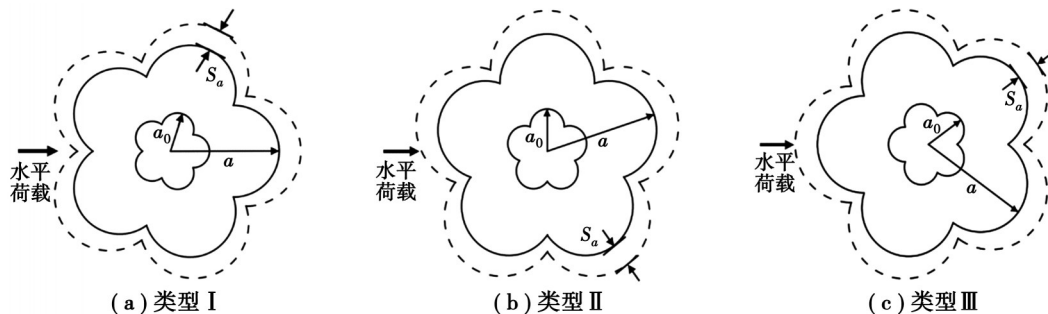


图1 梅花型桩3种挤土类型

Fig. 1 Three types of squeezing soil for plum blossom piles

以类型I为例进行分析,由于梅花型桩的开弧弧度为 $180^\circ$ ,梅花型桩截面花瓣为半圆形,为简化分析,将梅花形截面简化为等面积圆进行分析,如图2所示。图2中, $a_{01}$ 、 $a_1$ 和 $S_{a_1}$ 分别为梅花型桩的外切圆等效半径、无限土体中任意半径 $a$ 的等效半径和半径 $a$ 处土体等效位移。

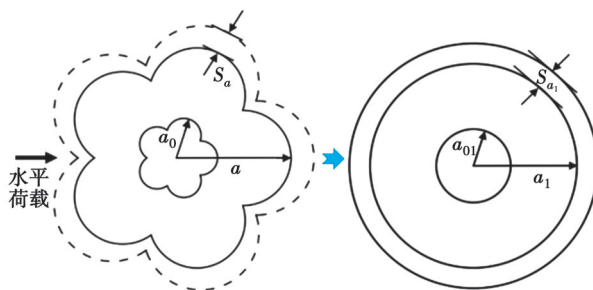


图2 无限土体中梅花型桩圆孔扩张示意图

Fig. 2 Diagram of spherical cavity expansion of plum blossom piles in infinite soil

假设土体固体颗粒不可压缩,根据体积守恒规则<sup>[19]</sup>,有

$$\frac{4}{3} \pi a_{01}^3 = \frac{4}{3} \pi (a + S_{a_1})^3 - \frac{4}{3} \pi a_1^3. \quad (1)$$

以梅花型桩几何中心为原点建立球坐标系如图3所示。图3中, $R_1$ 为计算点到梅花型桩几何中心的距离, $x_i, y_i$ 分别为计算点的横纵坐标, $h$ 为梅花型桩几何中心到坐标原点 $O$ 的距离, $\sigma_z$ 和 $\tau_z$ 为自由面上 $z$ 方向上的竖向应力和剪应力。

梅花型桩附近桩周土中任意一点处土体的位移可表示为

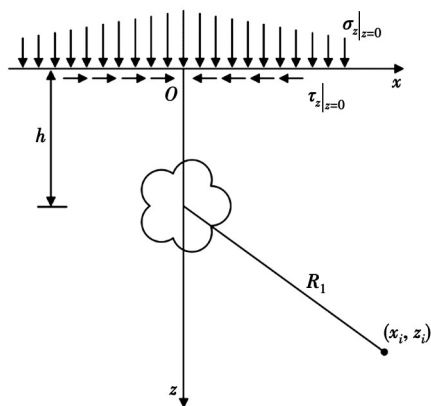


图3 地面自由边界上修正应力示意图

Fig. 3 Diagram of corrected stress on ground free boundary

$$S_x = \frac{a_{01}^3}{3} \frac{x_i}{[a_{01}^2 + (z_i - h)^2]^{3/2}},$$

$$S_z = \frac{a_{01}^3}{3} \frac{z_i - h}{[a_{01}^2 + (z_i - h)^2]^{3/2}},$$
(2)

式中:  $S_x$ 、 $S_z$  分别为  $x$  轴和  $z$  轴方向上的位移。

在地面自由边界上,  $z=0$ , 为了满足半无限问题的边界条件, 需要对地面自由边界处的正应力  $\sigma'_z$  和剪应力  $\tau'_z$  进行修正, 即分别考虑正应力和剪应力为零的情况。根据胡克定律<sup>[20]</sup>, 可得梅花型桩在地面土体处由圆孔扩张引起的土体位移为

$$u_x = S_x + S'_x = \frac{a_{01}^3}{3} \left[ \frac{x_i}{[x_i^2 + (z_i - h)^2]^{3/2}} + \frac{x_i}{[x_i^2 + (z_i + h)^2]^{3/2}} - \frac{6x_i z_i (z_i + h)}{[x_i^2 + (z_i + h)^2]^{5/2}} \right], \quad \tau'_z = 0,$$

$$u_z = S_z + S'_z = \frac{a_{01}^3}{3} \left[ \frac{z_i - h}{[x_i^2 + (z_i - h)^2]^{3/2}} + \frac{z_i - h}{[x_i^2 + (z_i + h)^2]^{3/2}} - \frac{6z_i (z_i + h)^2}{[x_i^2 + (z_i + h)^2]^{5/2}} \right], \quad \sigma'_z = 0。$$
(3)

梅花型桩在图 4 所示的  $x$  轴正方向上受到水平荷载作用, 由于梅花型桩特殊的梅花形边界的存在, 现有的扩孔理论已经不适用于分析其水平位移, 假设梅花型桩迎土面的边界条件相同, 且不考虑土体自重影响, 在文献[21]位移分析的基础上, 结合梅花型桩的截面形状, 进一步考虑异形截面效应对桩周土位移的影响。首先, 基于圆孔扩张理论, 计算出梅花型桩附近桩周土中任意一点处土体的位移(见式(2)), 然后, 由式(3)计算梅花型桩在地面土体处修正后的土体位移, 再建立如图 5 所示的坐标系  $\eta$ - $\xi$ 。考虑到梅花型桩桩周迎土面位移与花瓣和桩周土体的接触面位置有关, 对桩土边界在  $\eta$ - $\xi$  坐标系下的位移进行修正, 利用坐标变换的方法, 将  $\eta$ - $\xi$  坐标系中修正的位移转换到  $x$ - $z$  坐标系中。最后使用叠加法, 求得梅花型桩梅花形边界条件下桩侧挤土位移解。

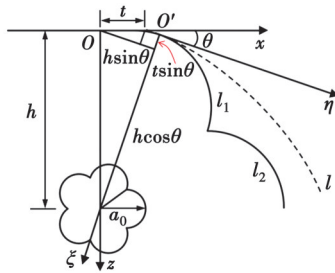


图 4 梅花型桩非对称边界上  $\eta$ - $\xi$  坐标示意图

Fig. 4 Diagram of  $\eta$ - $\xi$  coordinates on the non-axisymmetric boundary of plum blossom piles

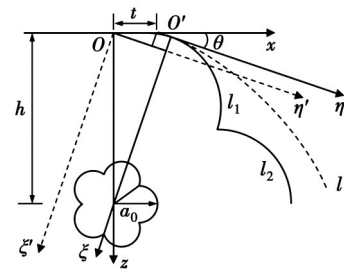


图 5 坐标转换示意图

Fig. 5 Diagram of coordinate conversion

图 5 中,  $l_1$ 、 $l_2$  为梅花型桩在无限土体中任意半径处的 2 段边界弧线, 为了简化分析, 令边界  $l$  近似表示  $l_1$ 、 $l_2$ ,  $O$  为坐标系  $x$ - $z$  和坐标系  $\eta$ - $\xi$  的坐标原点,  $O'$  为坐标系  $\eta$ - $\xi$  的坐标原点,  $t$  为 2 坐标原点之间的距离,  $\theta$  为坐标轴  $\eta$  与坐标轴  $x$  之间的夹角。由几何关系可得梅花型桩几何中心到边界  $l$  开弧段的距离为

$$h' = t \sin \theta + h \cos \theta。$$
(4)

将  $h'$  代入式(3), 用  $\eta$ 、 $\xi$  代替  $x$ 、 $z$ , 用  $h'$  代替  $h$ , 可得边界  $l$  上的位移修正值为

$$S'_\eta = \frac{a_{01}^3}{3} \left[ \frac{\eta}{[\eta^2 + (\xi + h')^2]^{3/2}} - \frac{6\eta\xi(\xi + h')}{[\eta^2 + (\xi + h')^2]^{5/2}} \right],$$

$$S'_\xi = \frac{a_{01}^3}{3} \left[ \frac{\xi - h'}{[\eta^2 + (\xi + h')^2]^{3/2}} - \frac{6\xi(\xi + h')^2}{[\eta^2 + (\xi + h')^2]^{5/2}} \right]。$$
(5)

将  $\eta$ - $\xi$  坐标系原点  $O'$  平移至  $O$ , 逆时针旋转角度  $\theta$ , 即可实现从  $\eta$ - $\xi$  坐标系到  $x$ - $y$  坐标系的转换, 如图 5 所示, 其转换矩阵可表示为

$$\begin{bmatrix} \eta + h \sin \theta \\ \xi + t \sin \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \theta & \cos \theta \\ \cos \theta & -\sin \theta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} z \\ x \end{bmatrix}. \quad (6)$$

将式(6)代入式(5)可得在  $x$ - $z$  坐标系下边界  $l$  法线方向上土体挤土位移为

$$\begin{aligned} S'_\eta &= \frac{a_{01}^3}{3} \left[ \frac{zA_1 + xB_1 - hA_1}{C_1'^3} - 6(zA_1 + xB_1 - hA_1)(zB_1 - xA_1 + tA_1) \frac{(zB_1 - xA_1 + tA_1 + h')}{C_1'^5} \right], \\ S'_\xi &= \frac{a_{01}^3}{3} \left[ \frac{zB_1 - xA_1 + tA_1 - h'}{C_1'^3} - 6(zB_1 - xA_1 + tA_1) \frac{(zB_1 - xA_1 + tA_1 + h')^2}{C_1'^5} \right], \end{aligned} \quad (7)$$

式中:  $A_1 = \sin \theta$ ,  $B_1 = \cos \theta$ ,  $C_1 = \sqrt{(zB_1 - xA_1 - hA_1)^2 + (xB_1 + zA_1 + tA_1 + h')^2}$ 。

在  $x$ - $z$  坐标系中, 水平荷载沿  $x$  轴正方向作用于梅花型桩, 需要将边界  $l_1$  法线方向上土体挤土位移转化为  $x$ - $z$  坐标系中  $x$  轴方向上, 其转换矩阵为

$$\begin{bmatrix} S_x'' \\ S_z'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} S'_\eta \\ S'_\xi \end{bmatrix}. \quad (8)$$

$x$  轴方向上桩土接触面为  $2(l_1 + l_2)$ , 考虑梅花型桩的边界效应, 结合以上分析, 将边界  $l_1$  和边界  $l_2$  上土体位移投影到  $x$  轴正方向, 运用叠加原理, 即可得到梅花型桩挤土时在  $x$  轴、 $z$  轴正方向上的挤土位移分别为

$$\begin{aligned} u_x &= S_x + S_x' + S_x'', \\ u_z &= S_z + S_z' + S_z''. \end{aligned} \quad (9)$$

## 2 水平荷载下的理论计算分析

### 2.1 桩身挠曲线微分方程

采用  $m$  法计算单桩承载力时, 假设梅花型桩相对与桩顶土体平面垂直, 水平抗力系数随深度线性增加, 在桩顶承受外力  $H$  和外力矩  $M$ 。以梅花型桩截面外切圆原点为原点, 以桩身深度方向为  $x$  轴, 以垂直于桩身方向为  $y$  轴, 建立  $xOy$  坐标系, 如图 6 所示。其中,  $x$  为桩身深度,  $y$  为桩体在水平荷载作用下  $y$  轴方向上的位移,  $P$  为桩周土抗力, 不同桩身位置处, 其数值不同, 因此常表示为  $P(x, y)$ ,  $q(x)$  为垂直于桩身的均布荷载。在桩身上选取微段  $dx$ , 如图 7 所示,  $q(x)$  为桩身受力一侧的桩周土抗力。

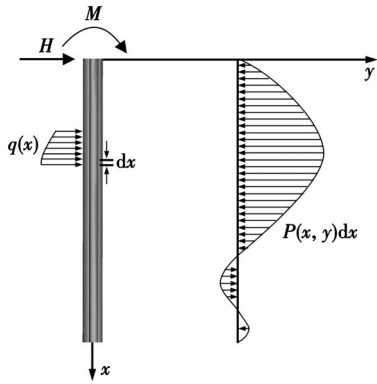


图 6 桩身受力分析图

Fig. 6 Diagram of pile stress

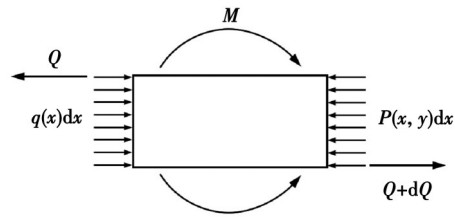


图 7 桩身微段受力分析图

Fig. 7 Diagram of micro-section of pile stress

由受力平衡条件, 可得

$$(Q + dQ) - Q - P(x, y)dx + q(x)dx = 0. \quad (10)$$

因为  $Q = dM/dx$ ,  $EI \frac{d^2 y}{dx^2} = M$ , 故上式可进一步表示为

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} = -P(x, y) + q(x). \quad (11)$$



对于刚性桩而言,桩身迎土面土体的黏聚力远远大于桩身背面土体,因此,式(11)中 $q(x)$ 可认为是无穷小量,可以忽略不计。由m法可知,桩身迎土面土体抗力 $P(x,y)=b_0mx(u_x+y)$ ,将其代入式(11),可得

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} + b_0 m x (u_x + y) = 0. \quad (12)$$

引入桩的变形系数 $\kappa = \sqrt[5]{\frac{b_0 m}{EI}}$ ,结合式(12),可得梅花型桩的挠曲线微分方程为

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + \kappa^5 x (u_x + y) = 0. \quad (13)$$

式(12)和式(13)中: $E$ 为梅花型桩的弹性模量; $I$ 为桩的惯性矩; $EI$ 为抗弯刚度; $b_0$ 为桩侧土抗力的计算宽度; $m$ 为桩周土的水平抗力系数随桩身深度增长的比例系数; $u_x$ 为梅花型桩挤土时在 $x$ 轴正方向上的挤土位移, $y$ 为桩体在水平荷载作用下 $y$ 轴正方向上的位移。

在计算桩身抗力时需要考虑桩身计算宽度对土抗力的影响,文献[22]指出,不同尺寸的桩型,在水平荷载作用下的桩身计算宽度可以转化为受力相当的矩形桩进行分析,并给出桩侧土抗力的计算宽度为

$$b_0 = \left(1.5 + \frac{0.5}{b}\right) b. \quad (14)$$

对于梅花型桩,不同方向加载时的计算宽度不同,不能套用现有公式。通过分析,可将梅花型桩不同方向加载时的计算宽度分为2类,一类是从梅花型桩的花瓣处加载,另一类是从2个花瓣的尖角点加载,如图8所示。

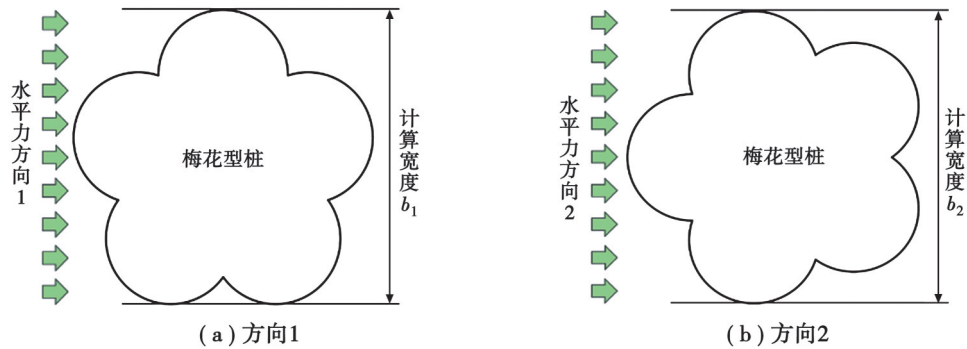


图8 梅花型桩2种计算宽度

Fig. 8 Two calculate widths of plum blossom piles

借助 Soildworks 中的图形测量功能,对水平荷载作用下2种计算宽度 $b_1$ 和 $b_2$ 进行分析可知,当 $b_1=1$  m时, $b_2=1.028 5$  m。故从水平方向1进行加载时,根据式(14)计算宽度 $b_0=1.5$  m $\times$ 1 m $+0.5$  m $=2$  m;从水平方向2进行加载时,计算宽度 $b_0=1.5$  m $\times$ 1.028 5 m $+0.5$  m $=2.042 75$  m。

## 2.2 方程求解

设式(13)的解为 $y=f(x)$ ,使用Rowe幂级数解法将其在 $x=0$ 处展开可得

$$y=f(x)=f(0)+\frac{f'(0)}{1!}x+\frac{f''(0)}{2!}x^2+\frac{f^{(3)}(0)}{3!}x^3+\frac{f^{(4)}(0)}{4!}x^4+\cdots+\frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n. \quad (15)$$

由于不同深度处土层抗力系数不同,将桩周土沿桩身深度方向均匀地分为 $n$ 个微单元段,设每段分别为 $h_1, h_2, h_3, \dots, h_n (i=1, 2, 3, \dots, n)$ ,如图9(a)所示。

假设 $f(x)$ 是连续函数,在第 $i$ 个微单元段上对其求导可得

$$f'(x)=\left(\frac{dy}{dx}\right)_i=\lim_{\Delta x \rightarrow 0}\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)_i=\lim_{h \rightarrow 0}\frac{y_{i+1}-y_i}{h}=\varphi_i, \quad (16)$$

式中:  $\Delta x = h$ ,  $\Delta y = y_{i-1} - y_{i-2}$ 。当  $h \rightarrow 0$  时,  $\left(\frac{dy}{dx}\right)_i \approx \left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)_i$ , 则式(16)可进一步化为一阶函数

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_i \approx \frac{y_{i+1} - y_i}{h} = \varphi_i \quad (17)$$

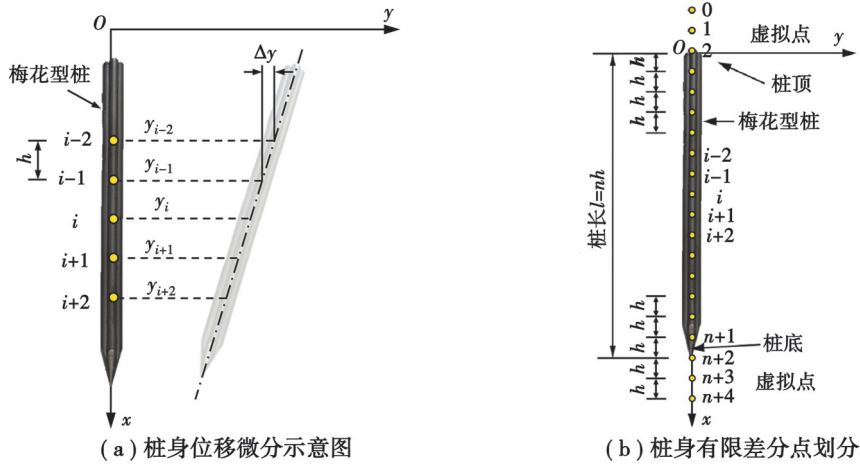


图9 桩身分段示意图

Fig. 9 Diagram of pile segment

依据差分法原理,可得

$$f''(x) \approx \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta^2 y}{\Delta x^2} \right)_i = \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{h^2} = \frac{M_i}{EI} \quad (18)$$

$$f^{(3)}(x) \approx \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta^3 y}{\Delta x^3} \right)_i = \frac{y_{i+2} - 2y_{i+1} + 2y_{i-1} - y_{i-2}}{2h^3} = \frac{Q_i}{EI} \quad (19)$$

$$f^{(4)}(x) \approx \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta^4 y}{\Delta x^4} \right)_i = \frac{y_{i+2} - 4y_{i+1} + 6y_i - 4y_{i-1} + y_{i-2}}{h^4} = \frac{q}{EI} \quad (20)$$

式(16)~(20)中:  $\varphi_i$ 、 $M_i$ 和 $Q_i$ 分别为桩身第*i*段处的转角、弯矩和剪力; $q$ 为单位桩长上的土抗力; $EI$ 为桩身抗弯刚度。

将式(20)代入式(13),梅花型桩的挠曲线微分方程可表示为

$$\frac{y_{i+2} - 4y_{i+1} + 6y_i - 4y_{i-1} + y_{i-2}}{h^4} + \kappa^5 x_i (u_x + y_i) = 0 \quad (21)$$

为了使桩身各点满足式(21),在桩顶和桩底各增加2个虚拟点0,1和*n*+2,*n*+3,如图9(b)所示。由于  $x_i = (i-2)h$ ,  $i=1, 2, 3, \dots, n+2$ , 则式(21)可进一步表示为

$$y_{i+2} - 4y_{i+1} + [6 + \kappa^5 h^5 (i-2)](u_x + y_i) - 4y_{i-1} + y_{i-2} = 0 \quad (22)$$

由于新增的虚拟点仅用于辅助计算,并不满足式(22),因此,需要在新增节点处设置边界条件。当桩顶受到水平荷载作用的边界条件为

$$y_4 - 2y_3 + 2y_1 - y_0 = \frac{2h^3}{EI} H \quad (23)$$

当桩顶受到弯矩作用的边界条件为

$$y_3 + 2y_2 + y_1 = \frac{h^3}{EI} M \quad (24)$$

水平荷载作用下梅花型桩的水平位移和转角可分2种情况分析,一种是桩底为固定端,另一种是桩底为自由端,其示意图如图10所示。

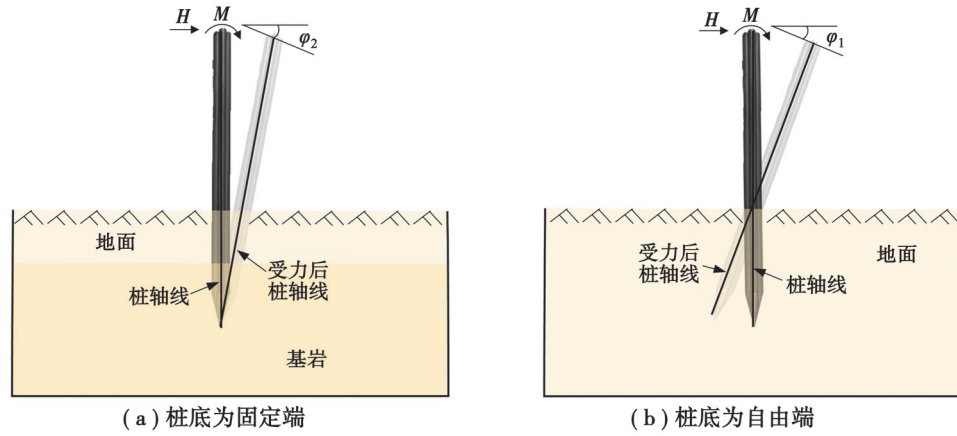


图 10 不同桩底形式的计算示意图

Fig. 10 Diagram of calculation of different pile bottom forms

如图 10(a)所示,当桩底为固定端时,节点  $i=n+2$  处的位移和转角为 0,即  $y_{n+2}=0$ ,式(17)为零,将其代入式(22)进行化简可得虚拟点 0,1 处的桩顶位移  $y_0$  和  $y_1$  为

$$\begin{cases} y_0 = \frac{h^3}{EI} \frac{(MA_1 - 2HA_2)}{A_1B_2 - A_2B_1}, \\ y_1 = \frac{h^3}{EI} \frac{(2HB_2 - MB_1)}{A_1B_2 - A_2B_1}, \end{cases} \quad (25)$$

式中:  $h$  为桩身微段长度;  $H$  为桩顶水平力;  $M$  为桩顶弯矩;  $A_1 = \zeta_2[\zeta_3(\zeta_4 - 2) + \zeta_4\zeta_4]\zeta_5 - 2\zeta_3 + 2$ ,  $A_2 = \zeta_2(\zeta_3 - 2) + \zeta_3 + 1$ ,  $B_2 = (\zeta_3 - 2)\zeta_2$ ,  $B_1 = \zeta_3\zeta_2(\zeta_4 - 2) + \zeta_4\zeta_2 - 1$ 。

将式(25)代入式(22)可得梅花型桩桩身任意点处的转角  $\varphi_i$ 、桩侧土抗力  $H_i$ 、桩身任意截面的弯矩  $M_i$  和剪力  $Q_i$  的表达式。

$$\begin{cases} \varphi_i = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h}, \\ H_i = EI \frac{y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}}{h^2}, \\ M_i = EI \frac{y_{i+2} - 2y_{i+1} + 2y_{i-1} - y_{i-2}}{2h^3}, \\ Q_i = b_0 m (i - 2) h y_i. \end{cases} \quad (26)$$

如图 10(b)所示,当桩底为自由端时,此时桩底剪力和弯矩为零,即在节点  $i=n+2$  处,令式(18)和式(19)的值为 0,桩身任意点处的转角  $\varphi_i$ 、桩侧土抗力  $H_i$ 、桩身任意截面的弯矩  $M_i$  和剪力  $Q_i$  的推导过程与桩底为固定端时的推导过程相同。

### 3 模型验证

#### 3.1 模型试验

为了验证提出的梅花型桩水平承载特性的适用性,开展室内模型试验进行对比分析。模型箱试验系统主要分为模型箱、加载系统和测量系统。试验所用模型箱为 4 面上下无盖箱体,由硬质实木、钢化玻璃和滑轮组成,如图 11 所示,其中正面透明便于观察试验过程,箱体内部净空尺寸为 53 cm×30 cm×38 cm(长×宽×高),箱体底部直接与硬质地面接触。

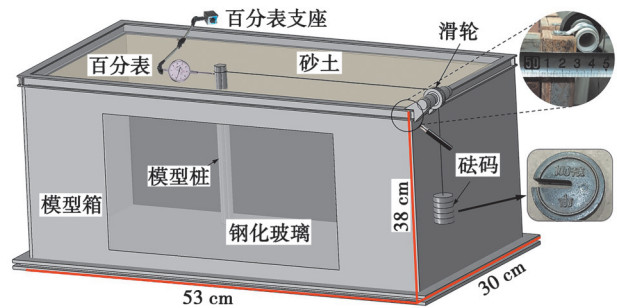


图 11 模型箱

Fig. 11 Model box



加载系统主要由滑轮和砝码组成,梅花型模型桩与滑轮之间、砝码之间使用钢丝绳连接在一起,将砝码的自重荷载转变为梅花型模型桩的水平荷载,通过增加砝码的个数,模拟水平方向的加载过程。加载前在滑轮和钢丝绳接触面涂一些润滑油,以减少摩擦,埋桩时使用吊锤校准桩身,保证模型桩垂直度。

量测系统主要是由数据采集设备和数字图像相关方法(digital image correlation, DIC)2部分组成,如图12所示。在试验过程中使用微单相机(SonyA7M3相机,2 420万有效像素)作为数据采集设备,记录不同荷载作用下桩和桩周土中标记点的变形图像,然后将采集到的图像导入DIC后处理软件,使用标点法分析目标区域中标记点在水平和竖直方向上的位移分布,结合模型砂土的物理力学特性,获取水平荷载作用下梅花型桩的承载特性。

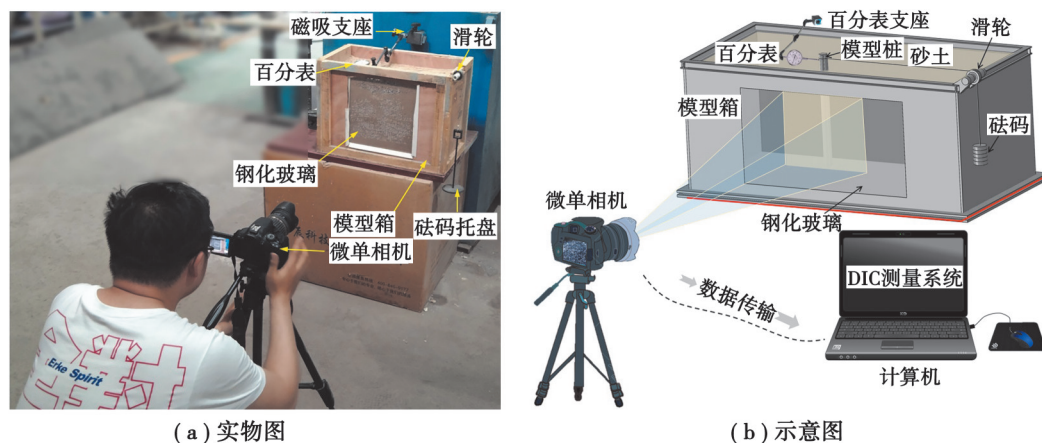


图12 试验系统

Fig. 12 Testing system

以横山幸满的计算实例<sup>[23]</sup>为原型,基于相似原理,按照几何相似比1:300缩小后确定的尺寸设计了2种模型桩:1)开弧弧度为180°,外切圆半径2 cm,桩长20 cm的梅花型桩;2)半径1.9 cm,桩长20 cm的等截面圆形桩。模型桩均使用纯钢制作而成,为了避免反光对试验结果造成误差,桩体表面均涂上褐色油漆,模型桩顶部包裹塑料套管,通过钢丝绳与砝码相连。模型桩的具体参数如图13所示。

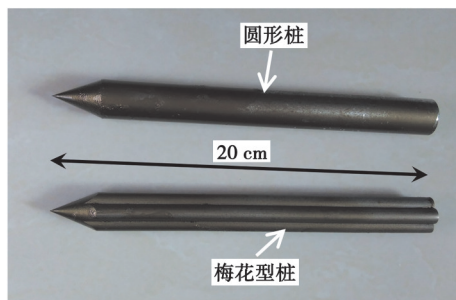


图13 模型桩参数

Fig. 13 Parameter of model pile

考虑到模型箱尺寸较小,选用均匀性较好的砂土作为试验用土。试验前,使用孔径为2 mm的筛子筛选砂土,去掉砂土中的杂质和较大的砂石,然后,使砂土自然风干,经过取样测试得到砂石的粒径分布如图14所示。其中限制粒径 $d_{60}$ 为0.2,有效粒径 $d_{10}$ 为0.09,不均匀系数 $C_u$ 为 $2.22 < 5$ ,说明砂土的均匀性较好。为了使填土更加均匀,将砂土分层填入模型箱,每层5 cm左右,每层铺完后将砂土击实,测得不同位置砂土的弹性模量平均值为 $E_s=12.5$  MPa,内摩擦角平均值为 $\varphi=37^\circ$ ,密度平均值为 $\rho_s=1.74$  g/cm<sup>3</sup>。

为便于观察桩周土的位移变化,使用孔径为3 mm的白色砂石作为标记点,在砂土填筑过程中将标记点砂石均匀放置于靠近透明钢化玻璃一侧。

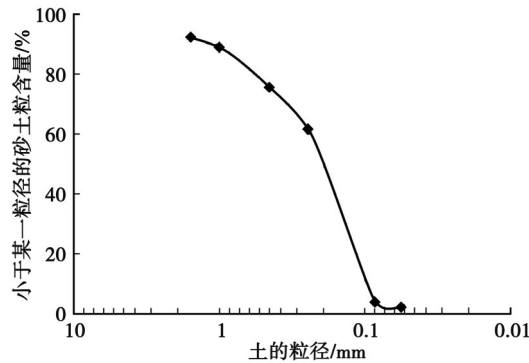


图 14 砂土粒径分布曲线

Fig.14 Pore size distribution curve of sand

为了真实反映实际工程中原型桩的特性,人们通过长期实践,总结出了模型试验与原位试验的近似模拟研究理论,即几何相似理论。其中相似性主要包括材料相似性、几何相似性和边界条件相似性等,由于本试验仅研究水平荷载作用下梅花型桩及桩周土的位移特性,属于静力反应分析范畴,根据相似性理论<sup>[24]</sup>,应满足

$$\frac{\rho_1 l_1}{E_1} = \frac{\rho_2 l_2}{E_2}, \quad (27)$$

式中: $\rho_1$ 、 $l_1$ 、 $E_1$ 、 $\rho_2$ 、 $l_2$ 、 $E_2$ 分别为模型桩和原型桩的密度、桩长、弹性模量。

由于试验条件有限,材料的相似性难以实现等原因,只考虑几何尺寸、荷载和边界条件的相似性,对梅花型桩和等截面圆形桩水平荷载作用下的工作机理和桩周土的位移变化特性做定性分析,为后续理论研究和数值计算提供必要的依据。试验前将模型桩放置于模型箱中靠近钢化玻璃一侧,布置好标点和钢丝绳位置,保证钢丝绳水平。试验中,同时使用百分表测量桩身水平位移,作为对照组同步测量,验证本方法的有效性。

水平加载采用维持荷载法,荷载分 5 级进行加载,依次为 9.8、19.6、29.4、39.2、49.0 N。每级加载完成后,恒载 15 min 使用微单相机进行拍照,将收集到的位移图像无线传输至电脑,然后使用电脑中二维 DIC 软件进行处理,获取桩周土中标点的位移矢量和大小。

### 3.2 理论模型计算结果与验证

通过处理试验获得的图像,可以得到水平荷载作用下等截面圆形桩和梅花型桩桩顶迎面土体水平位移,图 15 为水平荷载分别为 0、9.8、19.6、29.4、39.2、49.0 N 时,等截面圆形桩桩顶处迎面土体水平位移云图,从图 15 中可以看出,在水平荷载作用下桩顶迎面土体的水平位移主要集中在桩身上部,随着桩身深度的增大,迎面土体的水平位移逐渐减小,在 5 级水平加载下迎土面土体最大水平位移分别为 1.3、3.73、3.81、7.66、5.84 mm。图 16 为不同水平荷载作用下梅花型桩桩顶迎面土体水平位移云图,在 5 级水平加载下迎土面土体最大水平位移分别为 0.08、1.61、2.56、4.40、4.29 mm。

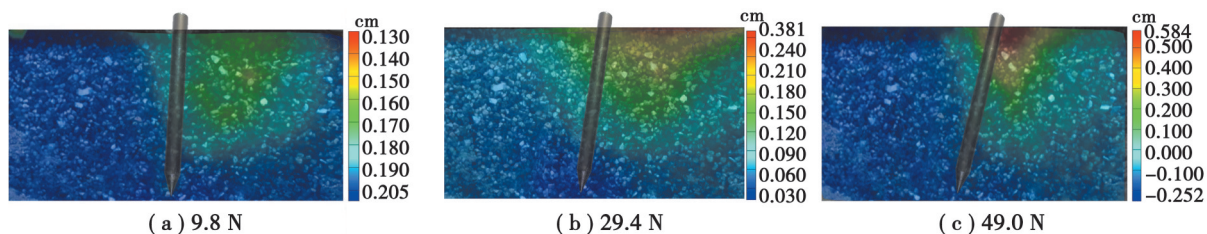


图 15 不同水平荷载作用下圆形桩桩前土位移

Fig. 15 Soil displacement in front of circular pile under different horizontal loads

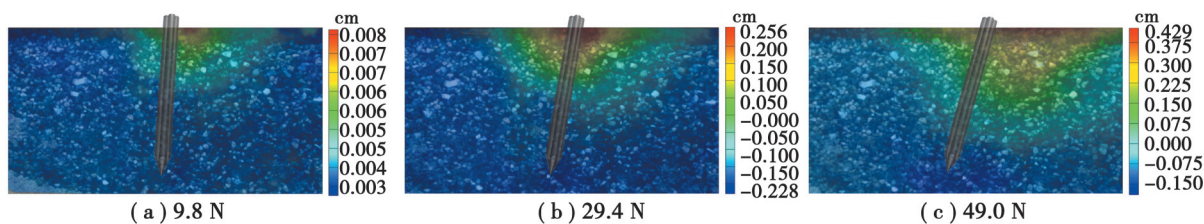


图16 不同水平荷载作用下梅花型桩桩前土位移

Fig. 16 Soil displacement in front of plum blossom pile under different horizontal loads

为了便于分析,绘制水平荷载-迎土面土体水平位移关系曲线,如图17所示。由图17可知,迎面土体的水平位移随着水平荷载的增大先增大后减小,在水平荷载小于39.2 N时,迎面土体的水平位移增大比较均匀,说明砂土处于弹性状态,但荷载大于39.2 N时,迎面土体的水平位移有所减小,并且等截面圆形桩桩顶迎面土体的水平位移减小幅度大于梅花型桩,说明在研究试验条件下模型桩的极限荷载为39.2 N,等截面圆形桩和梅花型桩对应的水平位移分别为7.66 mm和4.40 mm,当水平荷载超过极限荷载时,桩顶迎面土体发生屈服。计算值与百分表测量值的误差在合理范围内,满足工程应用的精度,证明了研究方法的合理性。

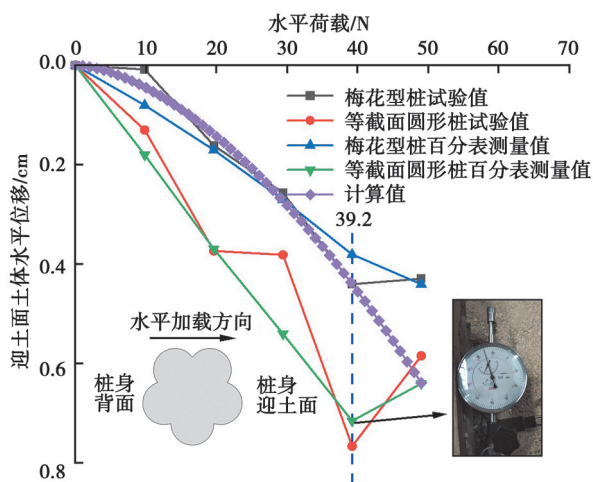


图17 水平荷载-迎土面土体水平位移关系曲线

Fig. 17 Curve of horizontal load-horizontal displacement of soil facing the soil surface

从两桩的试验结果可以看出:梅花型桩的异形效应明显,相同水平荷载作用下,梅花型桩的迎面土体水平位移均小于等截面圆形桩。水平荷载从9.8 N增加至49.0 N时,等截面圆形桩迎面土体水平位移与梅花型桩迎面土体的水平位移的比值趋近于1.36,表明梅花型桩在受到水平荷载时对桩周土的扰动较小,进而说明梅花型桩具有较好的水平承载性能。

对比试验值和百分表测量值可以看出,当水平荷载从9.8 N增加至39.2 N时百分表测量得到的水平位移为桩顶的水平位移,此时梅花型桩和等截面圆形桩百分表测量值曲线均为直线,说明桩周砂土此时处在弹性阶段,发生弹性变形;当水平荷载大于39.2 N时,试验值和百分表测量值均有所减小,这是因为在施加49 N的水平荷载时,桩周土体产生较大弹塑性变形,同时较大的水平力导致钢丝绳从桩顶脱落,梅花型桩和等截面圆形桩都产生了一定程度的回弹位移,因此百分表测量值相较于39.2 N时的土体水平位移有所减小。

值得注意的是,百分表测量的桩顶水平位移减小量小于试验测得的桩身迎土面土体的水平位移,这可能是因为,在桩顶失去水平荷载的瞬间迎土面土体靠近透明玻璃的一侧土体产生了滑落,作为标记点的土体产生了较大的回落位移。对于梅花型桩而言,在相同水平荷载作用下,迎土面土体的水平位移试验值和百分表测量值均小于等截面圆形桩,说明梅花型桩桩体与土体的接触面积较大,具有较好保持桩周土的稳定性和较高的水平承载力。



水平加载过程中,微单相机采集了桩周土全程位移变化数据,取迎土面土体在水平荷载加载过程中的竖向最大位移,绘制水平荷载-迎土面土体竖向位移关系曲线,如图 18 所示。

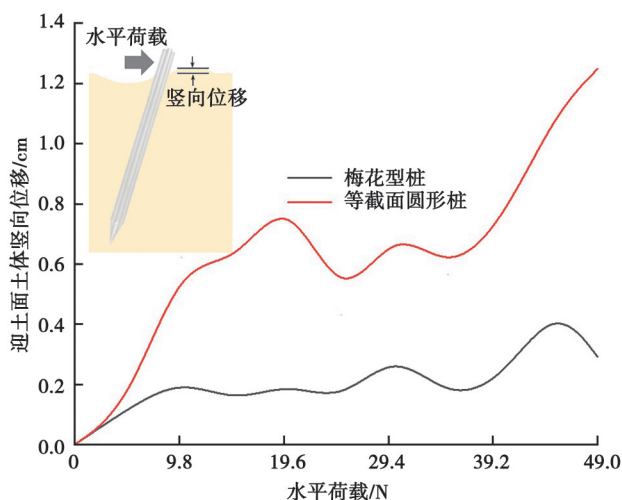


图 18 水平荷载-迎土面土体竖向位移关系曲线

Fig. 18 Horizontal load-vertical displacement curve of soil facing the soil surface

对于梅花型桩,水平加载过程中,迎土面土体的竖向位移随着水平荷载的增大波动增大,波动幅度相对较小,而等截面圆形桩迎土面土体的竖向位移随着水平荷载的增大先逐渐增大,当荷载大于 19.6 N 时,竖向位移在 0.565~0.741 cm 之间波动,当竖向荷载大于 39.2 N 时,迎土面土体的竖向位移显著增大。可以得知梅花型桩在水平荷载作用下对迎土面土体在竖向的挤压力较小,这可能是由于梅花型桩表面存在尖角,在水平受力过程中,桩身尖角与桩侧迎面土体发生咬合,同时尖角的存在增大了桩侧与土体的接触面积。

为进一步分析,选取梅花型桩中部靠近钢化玻璃一侧某标记点为研究对象,绘制水平荷载-桩身中部土体水平位移关系曲线,如图 19 所示。从图 19 中可以看出,当水平荷载较小时,梅花型桩与等截面圆形桩桩中土体的水平位移变化规律相近,随着水平荷载的增大,水平位移先增大后减小,其中梅花型桩桩中土体的最大水平位移为 1.356 mm,等截面圆形桩桩中土体的最大水平位移为 1.808 mm,产生差异的原因可能是梅花型桩的特殊截面形式改变了桩土间的相互作用,降低了桩身对桩周土的水平压力,从侧面说明梅花型桩具有较大的水平承载力。

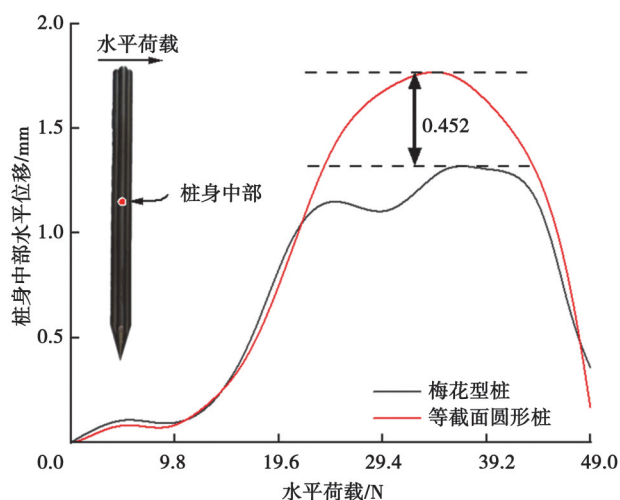


图 19 水平荷载-桩身中部土体水平位移关系曲线

Fig. 19 Horizontal load-horizontal displacement curve of soil in the middle of pile body

## 4 结 论

以梅花型桩为研究对象,提出一种考虑梅花型桩截面效应的水平承载特性分析方法,并通过室内模型试验进行了验证。得到以下3点结论:

1)相同水平载荷作用下,梅花型桩的迎面土体水平位移均小于等截面圆形桩,水平荷载从9.8 N增加至49.0 N的过程中,等截面圆形桩迎面土体水平位移与梅花型桩迎面土体的水平位移的比值趋近于1.36。当水平荷载较小(<19.6 N)时,梅花型桩与等截面圆形桩桩中土体的水平位移变化规律相近,随着水平荷载的增大,水平位移先增大后减小,产生差异的原因可能是梅花型桩的特殊截面形式改变了桩土间的相互作用,降低了桩身对桩周土的水平压力,从侧面说明梅花型桩具有较大的水平承载力。

2)考虑沉桩挤土产生的水平位移和弹性分析中桩周土在水平荷载作用下的水平位移,基于圆孔扩张理论和m法,运用叠加原理和差分法,建立了梅花型桩桩身挠曲线微分方程,推导了梅花型桩在水平荷载作用下桩身任意点处的转角、桩侧土抗力、桩身任意截面的弯矩和剪力计算方法,与室内模型试验结果进行对比,验证了本文理论方法的合理性。

3)由于试验条件限制,模型试验结果只能作为参考,现场条件复杂,模型箱内水平加载也无法预测现场的具体情形,与实际工程中水平受荷有一定差异。后续条件允许的情况下应结合实际工程进行现场试验,以得出更严谨的结论。

## 参考文献

- [1] 邓友生,李龙,刘俊聪,等.波纹塑料套管煤矸石CFG桩复合路基承载试验[J].中国公路学报,2023,36(4):48-57.  
Deng Y S, Li L, Liu J C, et al. Load-bearing test on composite subgrade of coal gangue CFG pile with corrugated plastic[J]. China Journal of Highway and Transport, 2023, 36(4): 48-57. (in Chinese)
- [2] 梁发云,姚国圣,陈海兵,等.土体侧移作用下既有轴向受荷桩性状的室内模型试验研究[J].岩土工程学报,2010,32(10):1603-1609.  
Liang F Y, Yao G S, Chen H B, et al. Model tests on behavior of axially loaded piles subjected to lateral soil movement[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32(10): 1603-1609. (in Chinese)
- [3] 邓友生,庄子颖,董晨辉,等.竖向荷载下螺钉桩承载特性的影响因素[J].河北大学学报(自然科学版),2024,44(6):571-580.  
Deng Y S, Zhuang Z Y, Dong C H, et al. Influencing factors for bearing characteristics of screw pile under vertical load[J]. Journal of Hebei University(Natural Science Edition), 2024, 44(6): 571-580. (in Chinese)
- [4] Zhou H, Hua J M, Ding X M, et al. Theoretical model for the improved PCC pile using expansive concrete[J]. Science China Technological Sciences, 2017, 60(5): 772-791.
- [5] 任连伟,顾红伟,彭怀风,等.三种工况下扩底楔形桩承载特性模型试验研究[J].岩土力学,2017,38(7):1887-1893.  
Ren L W, Gu H W, Peng H F, et al. Research on bearing capacity of belled wedge pile model under three working conditions[J]. Rock and Soil Mechanics, 2017, 38(7): 1887-1893. (in Chinese)
- [6] 张敏霞,崔文杰,徐平,等.竖向荷载作用下挤扩支盘桩桩周土体位移场变化规律研究[J].岩石力学与工程学报,2017,36(S1):3569-3577.  
Zhang M X, Cui W J, Xu P, et al. Study on the variation law of soil displacement field around squeezed branch pile under vertical load[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2017, 36(S1): 3569-3577. (in Chinese)
- [7] 乔世范,董常瑞,王刚,等.基于改进虚土桩法的扩底桩沉降计算方法[J].土木工程学报,2022,55(7):98-107.  
Qiao S F, Dong C R, Wang G, et al. Settlement calculation method of belled pile based on modified virtual-soil pile method[J]. China Civil Engineering Journal, 2022, 55(7): 98-107. (in Chinese)
- [8] 关伟,吴红刚,余仕江,等.列车荷载下螺杆桩复合地基动力特性及承载性状试验研究[J].岩石力学与工程学报,2023,42(2):508-520.  
Guan W, Wu H G, Yu S J, et al. Experimental study on dynamic and bearing characteristics of part-screw pile composite foundations under train loads[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2023, 42(2): 508-520. (in Chinese)
- [9] 孙广超,李建林,孔纲强,等.长期列车荷载下无砟轨道X形桩-筏复合地基动力响应模型试验[J].岩土工程学报,2022,



- 44(5): 961-969.
- Sun G C, Li J L, Kong G Q, et al. Model tests on dynamic response of ballastless track X-shaped pile-raft foundation under long-term train loads[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2022, 44(5): 961-969.(in Chinese)
- [10] 梁鹏飞. 橡胶囊支盘桩水平荷载受力性能研究[D]. 邯郸: 河北工程大学, 2022.
- Liang P F. Study on the horizontal load bearing performance of rubber airbag branch pile[D]. Handan: Hebei University of Engineering, 2022. (in Chinese)
- [11] 张晓笛, 王金昌, 杨仲轩, 等. 基于状态空间法的阶梯型变截面水平受荷桩分析方法[J]. 岩土工程学报, 2023, 45(9): 1944-1952.
- Zhang X D, Wang J C, Yang Z X, et al. Analytical solutions for laterally loaded step-tapered piles by state space method[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2023, 45(9): 1944-1952.(in Chinese)
- [12] Zhu M X, Zhang Y B, Gong W M, et al. Generalized solutions for axially and laterally loaded piles in multilayered soil deposits with transfer matrix method[J]. International Journal of Geomechanics, 2017, 17(4): 4016104.
- [13] Qissab M A. Flexural behavior of laterally loaded tapered piles in cohesive soils[J]. Open Journal of Civil Engineering, 2015, 5(1): 29-38.
- [14] Vignesh V, Muthukumar M. Experimental and numerical study of group effect on the behavior of helical piles in soft clays under uplift and lateral loading[J]. Ocean Engineering, 2023, 268: 113500.
- [15] Venkatesan V, Mayakrishnan M. Behavior of mono helical pile foundation in clays under combined uplift and lateral loading conditions[J]. Applied Sciences, 2022, 12(14): 6827.
- [16] 孔纲强, 周立朵, 孙广超, 等. 水平荷载下X形桩承载特性简化计算方法[J]. 铁道科学与工程学报, 2017, 14(10): 2104-2110.
- Kong G Q, Zhou L D, Sun G C, et al. Simplified calculation method for bearing capacity of XCC pile under lateral load[J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2017, 14(10): 2104-2110. (in Chinese)
- [17] 周航, 孔纲强. 水平荷载作用下现浇X形桩桩周土体响应理论分析[J]. 岩土力学, 2013, 34(12): 3377-3383.
- Zhou H, Kong G Q. Theoretical analysis of the reaction mechanism of the surrounding soil of X-section cast-in-place pile under lateral load[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, 34(12): 3377-3383. (in Chinese)
- [18] 邓友生, 李龙, 赵衡, 等. 基于透明土的梅花桩沉桩挤土效应[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2022, 49(7): 205-213.
- Deng Y S, Li L, Zhao H, et al. Plum-blossom pile penetration effect based on transparent soil[J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2022, 49(7): 205-213. (in Chinese)
- [19] 邓友生, 李龙, 邓明科, 等. 梅花型混凝土桩截面几何特性[J]. 西安科技大学学报, 2023, 43(1): 143-150.
- Deng Y S, Li L, Deng M K, et al. Geometric properties of concrete plum blossom piles section[J]. Journal of Xi'an University of Science and Technology, 2023, 43(1): 143-150. (in Chinese)
- [20] 饶平平, 崔纪飞, 赵琳学, 等. 非轴对称位移动边界下球孔扩张挤土位移弹性解答[J]. 岩土力学, 2016, 37(4): 991-997.
- Rao P P, Cui J F, Zhao L X, et al. Elastic solution to the squeezing displacement of spherical cavity expansion under nonaxisymmetric displacement boundary[J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, 37(4): 991-997. (in Chinese)
- [21] 朱宁. 静力压桩引起桩周土体变形的理论分析[D]. 南京: 河海大学, 2005.
- Zhu N. Theoretical analysis of soil deformation due to piles jacking[D]. Nanjing: Hohai University, 2005. (in Chinese)
- [22] 贺杰. Y形桩水平承载性能试验研究[D]. 南京: 河海大学, 2007.
- He J. Research on the behavior of Y-shaped sinking pipe pile under lateral loads by field testing[D]. Nanjing: Hohai University, 2007. (in Chinese)
- [23] 横山幸满. 桩结构物的计算方法和计算实例[M]. 唐业清, 吴庆荪, 译. 北京: 中国铁道出版社, 1984.
- Yokoyama Y. Calculation methods and examples for pile structures[M]. Tang Y Q, Wu Q S, trans. Beijing: China Railway Publishing House, 1984. (in Chinese)
- [24] 杨兵. 土木工程相似理论与模型试验[M]. 北京: 科学出版社, 2021.
- Yang B. Similarity theory and model test of civil engineering[M]. Beijing: Science Press, 2021. (in Chinese)