

doi: 10.11835/j.issn.1000-582X.2025.11.006

引用格式: 岳润华, 王静怡, 付东雷. 基于 GBM 的沥青路面车辙深度预测[J]. 重庆大学学报, 2025, 48(11): 67-75.



基于 GBM 的沥青路面车辙深度预测

岳润华¹, 王静怡², 付东雷²

(1. 清华大学 土木水利学院, 北京 100084; 2. 新疆大学 建筑工程学院, 乌鲁木齐 830047)

摘要: 文中基于可解释的机器学习算法 (gradient boosting machine, GBM), 使用 LTPP (long-term pavement performance, LTPP) 数据库, 考虑多类型影响因素, 包括环境因素、交通因素、结构因素和材料因素, 对沥青路面车辙深度进行了预测, 与人工神经网络、支持向量机算法进行了比较, 利用 GBM 对重要影响因素进行了部分依赖性解释。结果表明, 在测试集中, GBM 相较于前两者 RMSE 分别降低了 0.75、0.25, MAE 分别降低了 0.54、0.07。影响车辙深度的重要因素包括: 初始测量车辙深度、初次测量经过时间、沥青路面总厚度、年累计当量轴载作用次数。通过部分依赖性分析, 了解车辙受影响因素的变化趋势, 更好地进行路面养护管理。

关键词: 机器学习; gradient boosting machine; LTPP; 车辙深度; 部分依赖性

中图分类号: U416.221

文献标志码: A

文章编号: 1000-582X(2025)11-067-09

Prediction of rut depth on asphalt pavement based on GBM

GUO Runhua¹, WANG Jingyi², FU Donglei²

(1. Department of Civil Engineering, Tsinghua university, Beijing 100084, P. R. China; 2. School of Architecture and Engineering, Xinjiang University, Xinjiang, Urumqi 830046, P. R. China)

Abstract: Based on the interpretable Machine learning algorithm gradient boosting machine (GBM), this study employs the long-term pavement performance (LTPP) database to predict the rut depth of asphalt pavement by considering various influential factors, including environmental, traffic, structural, and material variables. Compared with artificial neural network (ANN) and support vector machines (SVM), the GBM model provides superior interpretability by explaining the partial dependence of key factors. The results show that, compared with ANN and SVM, the GBM model reduces the RMSE by 0.75 and 0.25, and the MAE by 0.54 and 0.07, respectively, on the test datasets. The main factors affecting rut depth include the initial rutting depth measurement, time elapsed since the first measurement, total asphalt pavement thickness, and cumulative equivalent single axle load (ESAL). The partial dependency analysis helps pavement maintenance departments better understand rutting development under various influential factors, thereby supporting more effective

收稿日期: 2024-09-20

基金项目: 清华大学-丰田联合研究院跨学科专项资助项目(20203910013)。

Supported by Tsinghua-Toyota Joint Research Institute Cross-discipline Program(20203910013).

作者简介: 岳润华(1975—), 男, 博士, 副教授, 博士生导师, 主要从事公路、城市道路及机场道面的性能检测及评估, (E-mail)guorh@tsinghua.edu.cn。

通信作者: 王静怡, 女, 硕士研究生, (E-mail)1561123268@qq.com。

pavement maintenance and management decisions.

Keywords: machine learning; gradient boosting machine; LTPP; rut depth; partial dependence

截至 2019 年底,我国公路总里程为 501.25 万 km,其中养护里程 495.31 万 km,占公路总里程的 98.8%,说明我国公路已进入养护维修阶段。随着交通强国和智慧交通战略的实施,多种类型的传感器和检测设备将会部署在新建和已有的道路中,记录道路结构性和功能性数据。将这些海量的道路工程数据运用到公路养护管理中,以便及时采取预防性养护措施,是路面基础设施管理中十分重要的环节^[1]。传统的沥青路面性能预测模型考虑的因素过少,无法反映沥青路面的动态变化^[2-3]。近些年来,机器学习在路面上的应用十分广泛,Choi 等^[4]利用循环神经网络(random neural network, ANN)方法对路面病害发展进行了预测,考虑的因素包括交通因素和环境因素,并基于时间序列进行了敏感性分析,但是模型的 R^2 值最低只有 0.08, 预测结果较差。Barua 等^[5]使用 GBM(gradient boosting machine, GBM)对机场跑道和滑行道 PCI 值做出预测,考虑的因素包括养护历史、交通荷载、材料类型等,并与随机森林(random forest regressor, RFR)和人工神经网络(artificial neural network, ANN)进行对比,GBM 的预测性能要好于其余 2 种算法。机器学习能够在沥青路面的各种性能预测上取得很好的结果^[5-7]。从上述机器学习的应用可以看出,在路面性能预测的模型精度上,现有模型已能很好满足使用者的需要。然而,机器学习算法本身是一个“黑盒子”,如何更好地把预测模型与实际应用结合起来,如何将模型加以解释,使得模型使用者清楚,哪些影响因素对路面性能影响最大以及这些特征如何影响路面性能,对于路面养护部门运用机器学习方法进行路面基础设施的管理和智能化提升十分重要,然而,关于路面性能预测模型的建立,在国内外关于机器学习预测路面性能的文章中却鲜有提及。

文中利用 GBM 算法,使用 LTPP(longterm pavement performance, LTPP)数据库,在考虑环境因素、交通因素、材料因素的综合作用下,将沥青路面车辙深度作为沥青路面性能指标,对车辙深度进行预测。并与人工神经网络(ANN)、支持向量机(support vector machine, SVM)预测结果进行比较,得出最佳的车辙深度预测模型。在对影响车辙深度的主要因素进行排序后,通过 2 维和 3 维部分依赖图,展示单因素以及因素组合如何影响 GBM 车辙深度预测模型。

1 背景介绍

1.1 LTPP 介绍

LTPP 是世界上数据量最大且种类最复杂的路面性能数据库,目的在于研究沥青路面性能在环境因素、交通因素、材料因素等多种因素作用下如何变化。LTPP 项目源于美国联邦公路管理局,包括路段总数超过 2 500 个。数据库中记录的数据类型和数量众多,适合作为机器学习的数据来源使用。Gong 等^[6]利用随机森林从 LTPP 数据库中提取数据对沥青路面国际平整度指数进行预测。而 Hossain 等^[7]使用神经网络模型对水泥路面的国际平整度指数进行预测,使用数据集同样来自 LTPP 数据库。Sollazzo 等^[8]通过神经网络建立了 LTPP 中沥青路面结构数与国际平整度指数之间的关系。Piryonesi 等^[9]使用 LTPP 数据库记录的路面病害值对路面状况指数(pavement condition index, PCI)分不同服役时间进行预测,准确率达到了 85%。

1.2 Gradient boosting machine(GBM)

GBM 由 Friedman^[10]提出,属于集成学习(ensemble learning)中的一种,集成学习的一般结构由多组个体学习器组成,使用某种策略将多组学习器进行组合。集成学习可分为 2 大类,一种是 Bagging,采用自主采样法进行采样,最终采样出 N 个含有 m 个数据的采样集,每个采样集训练出 1 个弱学习器,最终对这 N 个弱学习器进行组合,形成 1 个强学习器,如 Random Forest。另一种是 Boosting,通过初始训练集得到基学习器,通过提升第一轮基学习器对错误数据的关注,调整数据分布,进行多轮训练,最终得到由多个弱学习器组成的强学习器,如 gradient boosting machine。

1.3 车辙深度

车辙是沥青路面中出现频率较高的路面病害,表现为沥青路面沿着轮迹方向的连续凹陷,车辙损害程度

按照车辙深度进行计算。学者利用不同的方法对车辙深度及其影响因素作了较多研究。Guo 等^[11]利用灰色理论分析和室内试验,指出在沥青路面抗车辙性能的影响因素中,沥青混合料的结构类型影响最大,沥青含量和温度的影响相当,而轮载的影响则较小。Shen 等^[12]通过偏最小二乘法和 Logistic 回归,使用留一法进行模型的训练,考虑的因素包括沥青混合料间接拉伸强度、动态模量、级配以及年交通量和服役时间等,建立路面开裂发展模型,指出沥青路面总厚度、混合料间接拉伸强度以及孔隙率是较为重要的影响因素。Li 等^[13]从有效温度的角度出发,旨在建立有效温度(T_{eff})和车辙深度之间的简化关系,更好地进行路面设计和养护。Al-Mosawe 等^[14]使用线性黏性方法对沥青混合料的车辙进行了预测,指出重载的移动速度和高温是造成车辙的主要原因。Zhang 等^[15]将力学经验法和物元分析相结合,对车辙的衰变曲线进行绘制,确定预防性养护时间,使得路面性能始终保持在一个较为理想的水平。柳子晖等^[16]使用灰色马尔科夫链,对不同养护技术下的车辙深度和摩擦系数进行了预测和对比分析。

1.4 部分依赖性图

部分依赖性图(partial dependence plot, PDP)依赖于模型本身,可以用来解释特征与目标值之间的关系。使用 x_i 表示指定特征变量, x_{-i} 代表剩余的特征变量。如果给定 x_i 的具体值,可将 $\tilde{F}(x)$ 视为只与 x_i 有关的函数,也即是 $\bar{F}_i(x_i) = \tilde{F}(x_i/x_{-i})$ 。假设, $\tilde{F}_i(x_i)$ 在 x_{-i} 的依赖性很弱, $\tilde{F}_i(x_i)$ 的平均函数 $\bar{F}_i(x_i)$ 可以通过训练数据集来估计:

$$\bar{F}_i(x_i) = \frac{1}{N} \tilde{F}(x_i, x_{-i}), \quad (1)$$

式中:在计算 $\bar{F}_i(x_i)$ 时只考虑除 x_i 剩余特征变量的平均影响; $\tilde{F}(x)$ 表示的是经过训练集拟合出来的模型,通过 $\bar{F}_i(x_i)$ 和 x_i 的具体值来绘制 PDP 图。

1.5 交叉验证

机器学习一般将数据集分为训练集和测试集 2 部分,通过训练集进行模型的训练,通过测试集对模型的预测能力进行评估。训练集和测试集的划分方式如下。

1) 留出法。

留出法是直接将数据集划分为 2 个互斥的集合,一般根据比例来划分,如 7:3 和 8:2 两种。

2) 交叉验证法。

交叉验证法是将数据集划分为 K 个容量相似的互斥子集,每次训练时将 $K-1$ 个子集当作训练集,将剩下的一个子集当成测试集,这样一共可以训练 K 次。 K 常用的取值是 5、10、20 等。交叉验证中比较特殊的一种方法是使得 $K=m$, m 为数据集中总的样本个数,称为留一法,但留一法计算量较大。

3) 自助法。

自助法的划分数据方法是在整个数据集 D 中做有放回的抽样,将抽样数据集放入新数据集 D' , 抽样的次数与数据集的样本数相同,则数据集 D 和 D' 的规模相同,此种方法称为自助法。自助法适用于数据集很少时,在数据集充分的情况下,一般使用留出法或交叉验证法。

1.6 数据规范化

当模型的输入变量数目大,且各个输入变量之间量纲不同时,若直接对模型训练,虽然不会影响结果,但是模型训练计算耗时巨大。因此,在对模型进行训练前,可先进行数据预处理,机器学习中较常用的数据规范化方法有线性归一化和均值标准化 2 种。

1) 线性归一化。

$$x_{\text{new}} = \frac{x - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}}, \quad (2)$$

式中: x_{\max} 和 x_{\min} 分别代表某一变量中最大值和最小值, x 代表同一变量中的取值。

2) 均值标准化。

$$x_{\text{new}} = \frac{x_{\text{old}} - \bar{x}_{\text{old}}}{s}, \quad (3)$$

式中: x_{old} 为原始数据; \bar{x}_{old} 代表原始数据的平均值; s 代表原始数据的标准差。

1.7 评价标准

采用均方根误差(root mean square error, RMSE)和平均绝对误差(mean absolute error, MAE)对不同回归模型进行评价,计算公式如下:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}, \quad (4)$$

$$\text{MAE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i - \hat{y}_i|, \quad (5)$$

式中: y_i 为第*i*个样本的车辙深度观测值; \hat{y}_i 为第*i*个样本的车辙深度预测值; N 为样本数量。RMSE 和 MAE 作为衡量模型预测性能的指标,越接近0代表模型预测性能越好;反之,说明模型预测性能越差。

2 数据准备

文中对车辙深度做出预测,考虑的因素包括:1)环境因素:年累计降雨量、年均温度、年累计降雪量;2)交通因素:年累计当量标准轴载作用次数;3)材料因素:沥青含量、混合料级配、混合料的最大相对密度;4)结构因素:沥青层厚度、路面总厚度、初测车辙深度;5)时间因素:从初始测量车辙深度时间算起,每次测量时间与初测时间的差值,定义为初测经过时间。从LTPP数据库中提取数据集条数为1809条。首先,将数据集划分为训练集和测试集2部分,按照17:3的比例进行随机划分,其中,训练集为1537条,测试集为272条。在训练集中使用交叉验证和网格搜索相结合,进行模型的拟合和超参数的选择,对原始数据进行均值标准化处理,在测试集中对最优模型进行测试。各因素的基本数学特征和在LTPP中来源表名,如表1所示,数据库文件为SDR33。

表1 各影响因素原始数据基本描述及来源

Table 1 Basic description and source of original data of each influencing factor

参数名	平均值	方差	来 源
年累计降水量/mm	966.53	475.44	CLM_VWS_PRECIP_ANNUAL
年均温度/°C	14.59	5.24	CLM_VWS_TEMP_ANNUAL
年累计降雪量/mm	445.98	631.04	CLM_VWS_PRECIP_ANNUAL
年累计当量轴载作用次数/千次	296.14	422.84	TRF_MON_EST_ESAL
沥青含量/%	5.37	0.90	TST_AC04
3/4号筛筛余/%	1.51	3.96	TST_AG04
3/8号筛筛余/%	14.65	10.48	TST_AG04
4号筛筛余/%	23.34	7.74	TST_AG04
200号筛筛余/%	54.39	11.70	TST_AG04
最大相对密度/%	2.45	0.08	TST_AC03
沥青层厚度/mm	145.51	71.14	TST_L05B
路面总厚度/mm	614.25	312.71	TST_L05B
初测车辙深度/mm	3.87	2.56	MON_T_PROF_INDEX_SECTION
初测经过时间/年	5.31	4.85	MON_T_PROF_INDEX_SECTION

若各影响因素之间存在共线性,会增加模型训练的计算成本和模型方差,导致过拟合情况的发生。因此,计算不同影响因素之间的线性相关系数以防止共线性影响因素的出现,如图1所示。图中方格数字代表每2个变量之间的相关系数,表格颜色越深代表正相关性越强,越浅代表负相关性越强。可以看出,各影响因素之间没有明显的强相关性(绝对值大于0.8),代表各因素之间不存在线性关系,可以作为模型输入变量。

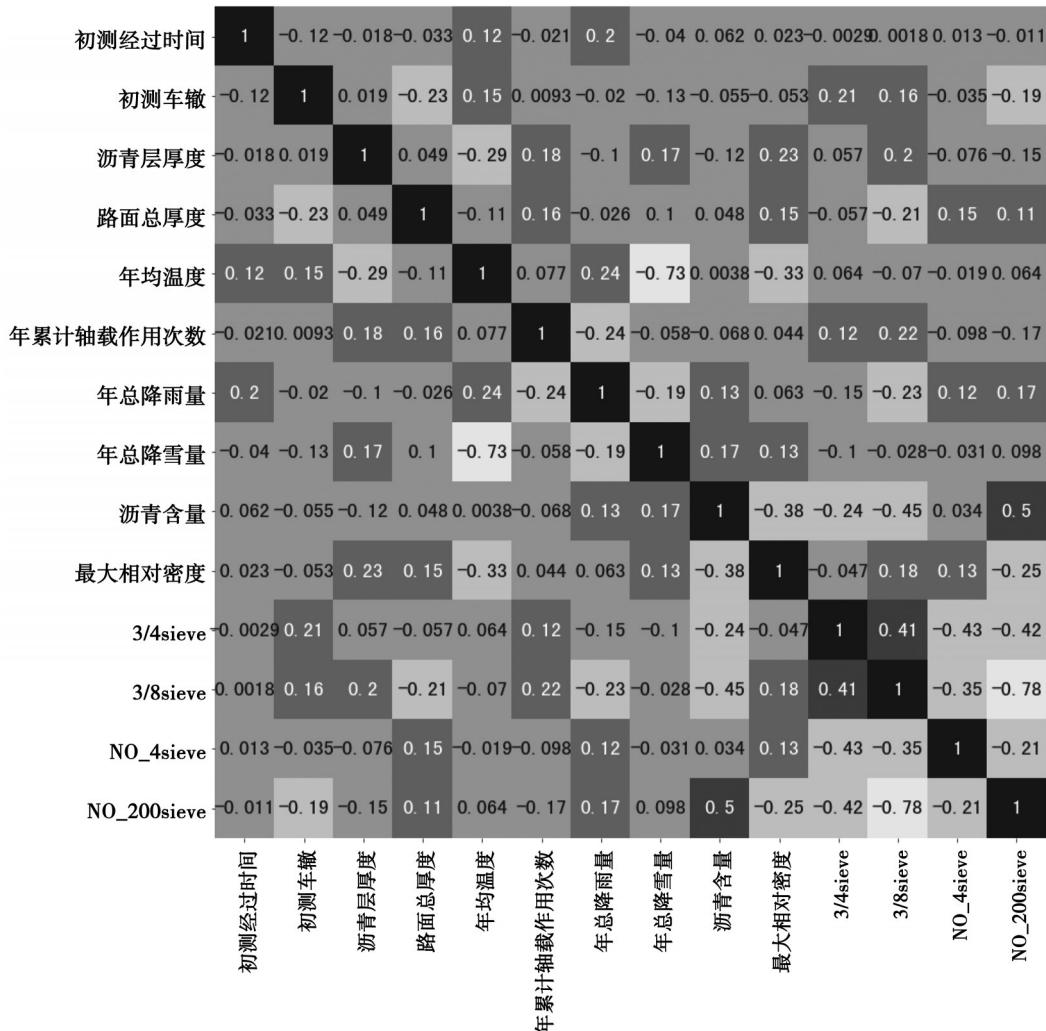


图 1 各影响因素相关系数

Fig. 1 The correlation coefficient of each influencing factor

3 预测结果及分析

3.1 3 种模型预测结果

GBM 算法与人工神经网络(ANN), 支持向量机(SVM)使用相同训练集和测试集, 测试集对比结果如表 2 所示。RMSE 和 MAE 作为不同算法之间的评价指标, 比较的是各算法对于车辙深度预测的准确性和泛化能力。从 2 个评价指标数值可知, 模型预测性能排序为 GBM> SVM> ANN。

表 2 各算法在测试集中拟合结果

Table 2 Fitted results of each algorithm in the test set

参数	GBM	ANN	SVM
RMSE	1.37	2.12	1.62
MAE	0.89	1.43	1.06

部分测试集中各算法预测的车辙深度与实际车辙深度的绝对误差, 如表 3 所示。从表中可知, GBM 的预测绝对误差在所有模型中最小, 保持在 1 mm 以内; 而其余 2 种算法的预测误差最大超过 4.6 mm, 偏离真实值幅度较大。同时, 根据图 2 可知, GBM 预测绝对误差分布基本位于 0~1 mm 附近, ANN 的误差分布最广, 最大误差可达 4 mm, 而 SVM 的预测结果则介于两者之间。

表 3 各算法在测试集绝对误差结果

Table 3 Absolute error of each algorithm in test set

误差	GBM	SVM	ANN
1	0.03	0.17	0.55
2	0.07	0.34	1.76
3	0.13	0.72	1.27
4	0.16	0.27	0.64
5	0.30	0.57	0.89
6	0.55	1.20	0.14
7	0.65	0.84	0.97

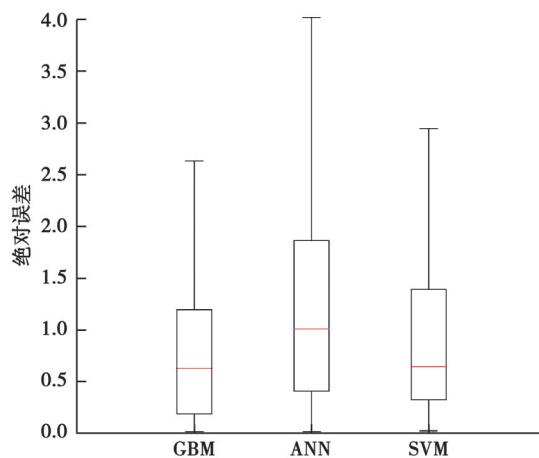


图 2 各算法测试集绝对误差盒图

Fig. 2 Absolut error in test set

GBM 的各影响因素的重要性排序如图 3 所示, 影响因素重要性排名前 4 的分别是: 初测车辙深度、路面总厚度、初测经过时间、年累计轴载作用次数, 初测车辙深度的重要性要远高于其他特征。从重要性排名可知, 初测车辙深度是一个十分重要的变量, 路面养护管理部门应做好初次发现车辙深度的记录。初测经过时

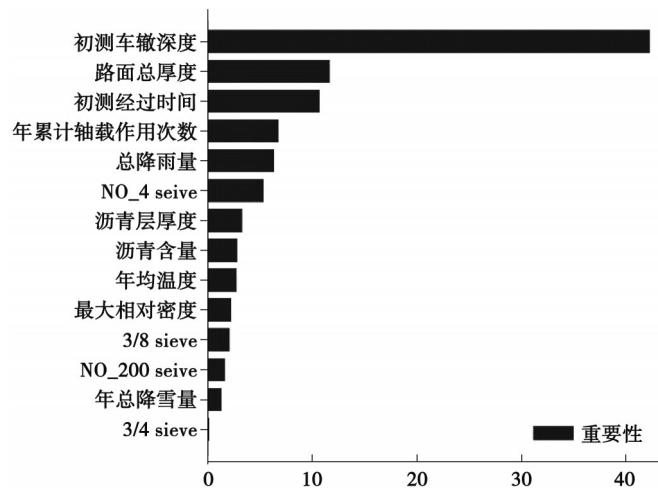


图 3 影响因素重要性排序

Fig. 3 Permutation importance of influential factors

间间接代表了路面养护管理部门对路面检测的频率。路面总厚度和年累计轴载作用次数与路面设计息息相关。这些影响因素是如何作用于预测模型的, 只通过排序是无法知晓的。基于 GBM 算法, 使用部分依赖性图, 能够对影响因素如何影响预测目标作出解读。因此, 取前 4 个重要特征进行部分依赖性图形的绘制, 如图 4 和图 5 所示。

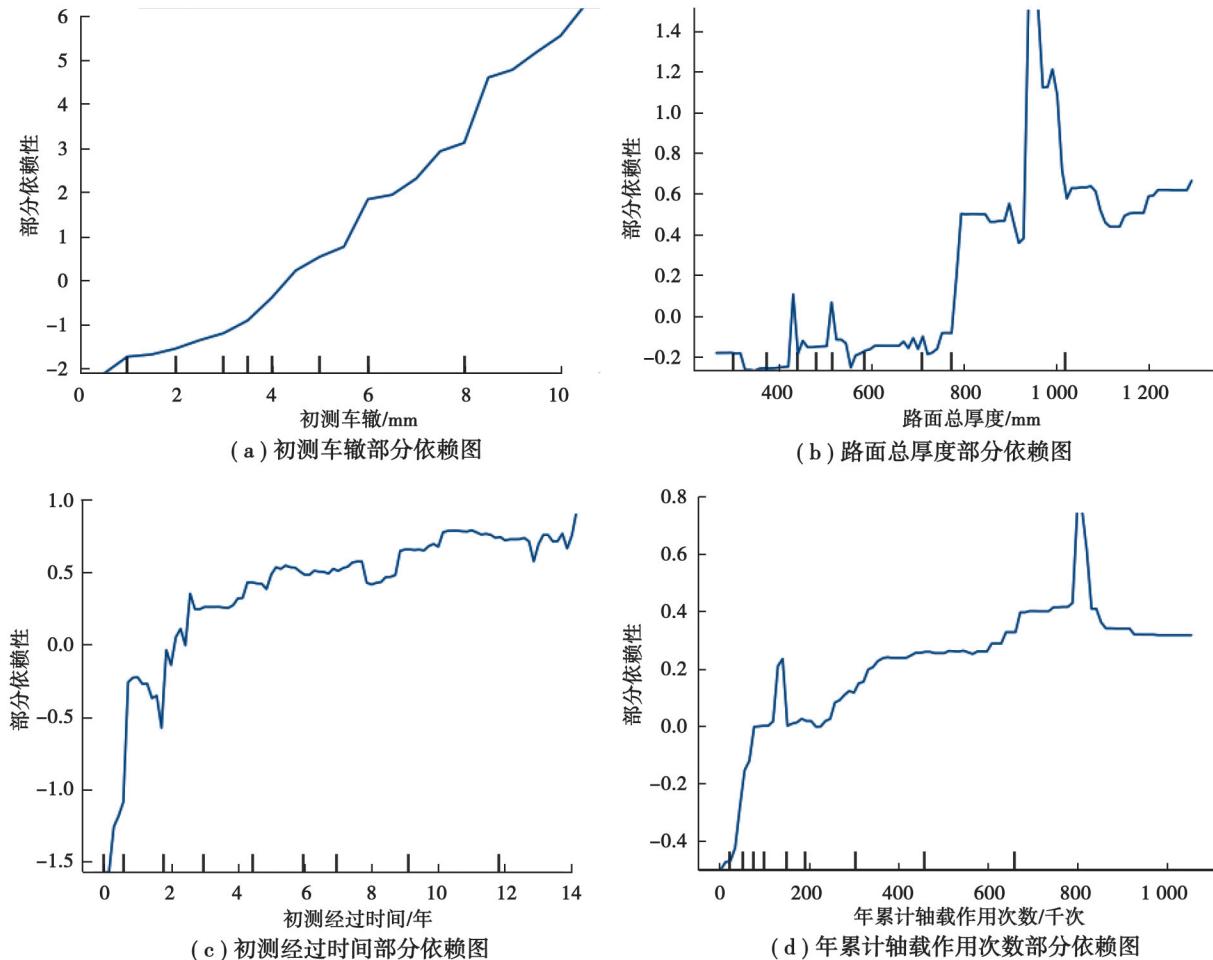
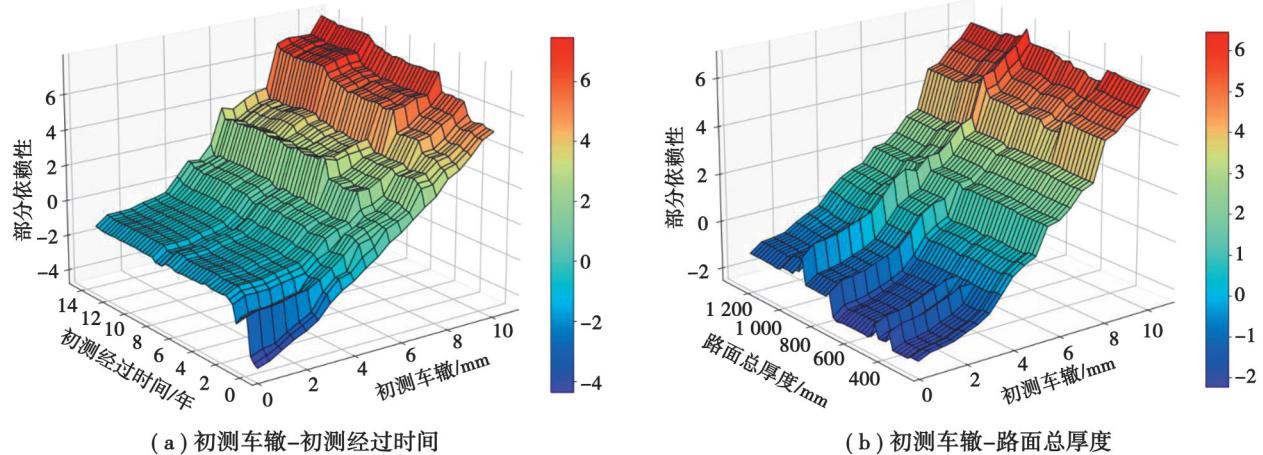
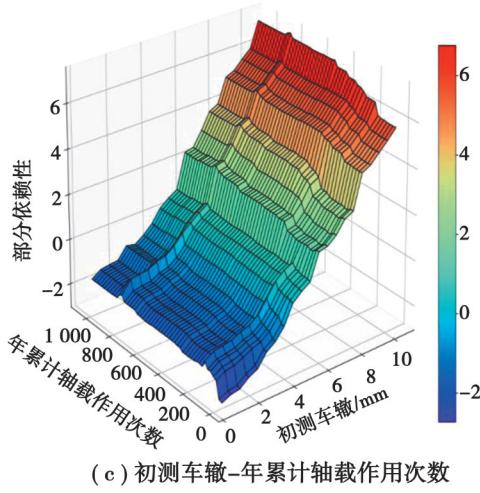


图 4 重要影响因素部分依赖图

Fig. 4 PDPs of key features





(c) 初测车辙-年累计轴载作用次数

图5 双影响因素部分依赖图

Fig. 5 PDPs of two features

3.2 基于GBM的PDP二维图分析

对于PDP二维图,纵轴代表部分依赖性(partial dependence),横轴代表影响因素取值。纵轴partial dependence数值的绝对值越大,代表越远离训练集中实际车辙深度的平均值。从总体趋势看,预测的车辙深度随着各影响因素的增加而增加。需要指明的是,partial dependence<0的点代表该影响因素对应的预测车辙深度小于实际平均车辙深度,并不代表车辙深度为负值。若partial dependence为正,模型在预测目标平均值的基础上,加上此特征的部分依赖性值,导致此特征对模型预测起增益作用。同理,若为负,则表示此特征对模型预测起减益作用。图4(a)表示随着初测车辙深度的增加,预测车辙深度也近似线性增加,说明当前车辙状况与历史车辙有着密切联系。因此,在修筑路面时,应注意路面施工质量,尤其是路面服役过程中车辙深度的变化。纵轴刻度变化最大,表示初测车辙深度对预测车辙深度的影响最大,符合图3中影响因素重要性排序。图4(b)随着路面总厚度的增加,预测车辙深度逐渐增加,而当路面总厚度到达1 000 mm,并继续增加时,预测车辙深度逐渐接近实际车辙深度平均值,说明路面厚度对车辙深度影响有限。在路面设计阶段,若以路面车辙深度为设计指标,则应注意路面厚度的数值应在800 mm以下。图4(c)初测经过时间反映了检测频率对车辙发展的影响。若初测经过时间数值较小,意味着检测频率高,预测车辙深度要低于或者与训练集中实际车辙深度平均值相当;而当初测经过时间数值较大,会发现预测车辙深度已有较大增长。图4(d)中,年累计当量轴载作用次数在200千次附近时,预测车辙深度一直在车辙深度平均值附近浮动,因为年累计轴载作用次数的部分依赖性数值变化并不是太大,可以近似认为预测车辙深度和年累计轴载作用次数成近似对数型增长。

3.3 基于GBM的PDP三维图分析

图5双影响因素PDP三维图表示在2个影响因素相互作用时,对车辙深度的效应,选择初始测量车辙深度,分别与初测经过时间、路面总厚度、年累计轴载作用次数进行组合比较。从图5(a)可知,初测经过时间在对应不同的初测车辙深度时,部分依赖性变化是不同的。当初测车辙深度为0时,代表路面不存在车辙,随着路面初测经过时间的增大,模型预测车辙深度接近平均车辙深度,具体表现为partial dependence值接近0。而当初测车辙深度较高时,代表路面进行检测时已有车辙出现,无论初测时间的大小,模型倾向于预测比平均车辙深度更高的值,此时的partial dependence>0。在三维图形中,若一个影响因素发生改变时,另一影响因素的部分依赖性未发生明显变化,表明2个影响因素之间是弱相关,如图5(b)中的初测车辙-路面总厚度,图5(c)中的初测车辙-年累计轴载作用次数,2个因素之间相关性没有初测车辙与初测经过时间的高。

4 结论

在充分考虑多种影响因素作用下,使用GBM对LTPP数据库中的沥青路面车辙深度数据进行预测,得出以下结论。

1) GBM 模型预测误差均优于其他 3 种预测模型, RMSE 为 1.37, MAE 为 0.89, GBM 模型预测值在所有对比模型中最接近实际值。

2) 影响车辙深度的重要影响因素分别是初始测量车辙深度值、路面总厚度、初次测量经过时间、年累计当量轴载作用次数。可以看出, 对施工质量的把控和对路面的经常性检测十分重要, 在路面设计时需要结合当地交通量和环境条件, 以保证路面性能长期处于良好服役状态。

3) 通过部分依赖图对 GBM 结果进行可解释性分析, 理解各影响因素如何对预测模型产生影响, 为路面养护部门管理路面基础设施提供参考。

4) 在我国道路工程数据库未形成全国范围的综合道路数据库之前, 利用 LTPP 数据库提取数据并进行机器学习预测路面性能, 对我国建立道路长期性能数据库并对道路性能进行精准预测具有借鉴意义。

参考文献

- [1] Ďurinová M, Mikolaj J. Definition of pavement performance models as a result of experimental measurements[J]. Transportation Research Procedia, 2019, 40: 201-208.
- [2] 孙立军, 刘喜平. 路面使用性能的标准衰变方程[J]. 同济大学学报(自然科学版), 1995, 23(5): 512-518.
Sun L J, Liu X P. General deterioration equation for pavement performance[J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 1995, 23(5): 512-518.
- [3] 张占军, 王笑风. 沥青路面使用性能的双参数修正预测模型[J]. 交通运输工程学报, 2007, 7(5): 54-57.
Zhang Z J, Wang X F. Service performance prediction model of asphalt pavement with two corrected parameters[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2007, 7(5): 54-57. (in Chinese)
- [4] Choi S, Do M. Development of the road pavement deterioration model based on the deep learning method[J]. Electronics, 2020, 9(1): 3.
- [5] Barua L, Zou B, Noruzoliaee M, et al. A gradient boosting approach to understanding airport runway and taxiway pavement deterioration[J]. International Journal of Pavement Engineering, 2021, 22(13): 1673-1687.
- [6] Gong H R, Sun Y R, Shu X, et al. Use of random forests regression for predicting IRI of asphalt pavements[J]. Construction and Building Materials, 2018, 189: 890-897.
- [7] Hossain M, Gopisetti L S P, Miah M S. Artificial neural network modelling to predict international roughness index of rigid pavements[J]. International Journal of Pavement Research and Technology, 2020, 13(3): 229-239.
- [8] Sollazzo G, Fwa T F, Bosurgi G. An ANN model to correlate roughness and structural performance in asphalt pavements[J]. Construction and Building Materials, 2017, 134: 684-693.
- [9] Piryonese S M, El-Diraby T E. Data analytics in asset management: cost-effective prediction of the pavement condition index [J]. Journal of Infrastructure Systems, 2020, 26: 04019036.
- [10] Friedman J H. Greedy function approximation: a gradient boosting machine[J]. The Annals of Statistics, 2001, 29(5): 1189-1232.
- [11] Guo R, Nian T F, Zhou F. Analysis of factors that influence anti-rutting performance of asphalt pavement[J]. Construction and Building Materials, 2020, 254: 119237.
- [12] Shen S H, Zhang W G, Shen L, et al. A statistical based framework for predicting field cracking performance of asphalt pavements: Application to top-down cracking prediction[J]. Construction and Building Materials, 2016, 116: 226-234.
- [13] Li Y, Liu L P, Xiao F P, et al. Effective temperature for predicting permanent deformation of asphalt pavement[J]. Construction and Building Materials, 2017, 156: 871-879.
- [14] Al-Mosawe H, Thom N, Airey G, et al. Linear viscous approach to predict rut depth in asphalt mixtures[J]. Construction and Building Materials, 2018, 169: 775-793.
- [15] Zhang C, Wang H N, You Z P, et al. Prediction on rutting decay curves for asphalt pavement based on the pavement-ME and matter element analysis[J]. International Journal of Pavement Research and Technology, 2017, 10(6): 466-475.
- [16] 柳子晖, 李颖, 聂文, 等. 基于灰色马尔科夫模型的沥青磨耗层长期性能预测[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版), 2020, 43(3): 389-394.
Liu Z H, Li Y, Nie W, et al. Long-term performance prediction of asphalt wear layer based on Grey Markov Model[J]. Journal of Hefei University of Technology (Natural Science), 2020, 43(3): 389-394. (in Chinese)

(编辑 陈移峰)